

פתרון הבחינה

במתמטיקה

קיץ תשפ"ג, 2023, מועד מיוחד 6/6, שאלון: 35581

מוגש ע"י צוות מורי המתמטיקה של "יואל גבע"

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



1. רוני ושיר יצאו בשעה 10:00 לריצה לאורך מסלול AB.
- רוני יצאה מנקודה A ושיר יצאה מנקודה B. הן רצו זו לקראת זו ונפגשו בשעה 10:40.
- כל אחת מהן רצה במהירות קבועה. מהירות הריצה של רוני הייתה גבוהה פי 1.4 ממהירות הריצה של שיר.
- א. הביעו את אורך המסלול AB באמצעות מהירות הריצה של שיר.
- רוני עצרה במקום המפגש למנוחה של שעה, ואילו שיר המשיכה לרוץ באותה המהירות שבה היא רצה לפני כן, עד שהגיעה לנקודה A.
- מייד כשהגיעה שיר לנקודה A היא רצה בחזרה לנקודה B, במהירות הגבוהה פי 1.5 ממהירותה ההתחלתית.
- מייד בסוף המנוחה שלה, המשיכה רוני להתקדם בהליכה לכיוון נקודה B.
- מהירות ההליכה של רוני הייתה נמוכה ב-6.6 קמ"ש ממהירות הריצה שלה.
- רוני ושיר הגיעו לנקודה B בדיוק באותה השעה.
- ב. מצאו את מהירות הריצה ההתחלתית של שיר.
- ג. באילו שעות, לאחר הפגישה הראשונה, היה המרחק בין רוני לשיר 3 ק"מ? מצאו את שתי האפשרויות.



א. נכנסו זאת המהירות של שיר ה-א.

המהירות של רוני תהיה $1.4x$.

שתיהן רצו למנוחה של $\frac{2}{3}$ זמן הריצה המשותף

שאלה ה.י.:

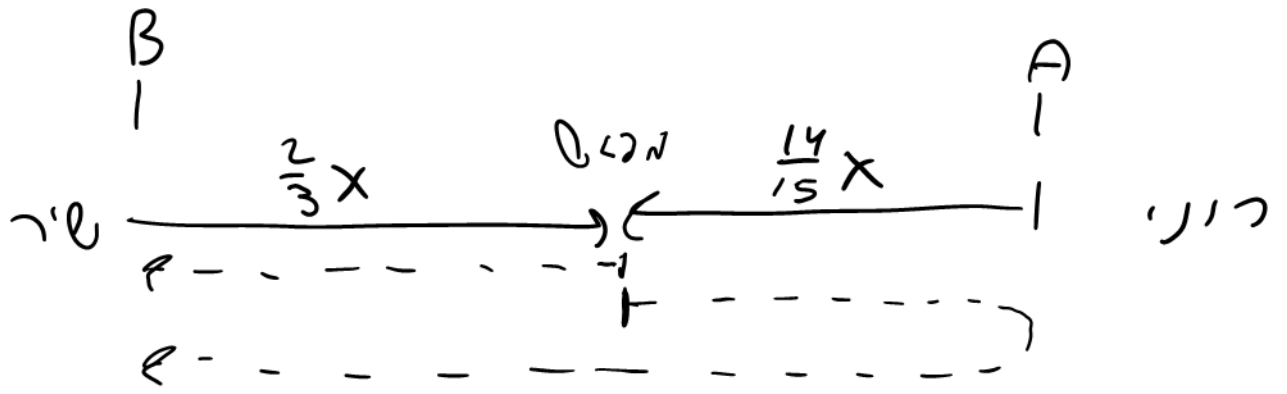
$$AB = \frac{2}{3} \cdot x + \frac{2}{3} \cdot 1.4x = 1.6x$$

$AB = 1.6x$

ד. נוסף אסוטרול. כל מה שצריך

אנו:





הסמן שאזה זרונן אהאיע אנהוצה ב
הוא $1 + \frac{2}{3}x$
1.4x-6.6

הסמן שאזה אשיר אהאיע אנהוצה ב הוא:

$$\frac{\frac{14}{15}x}{x} + \frac{1.6x}{1.5x} = 2$$

שלוה בין הסמנים:

$$1 + \frac{\frac{2}{3}x}{1.4x-6.6} = 2 \Rightarrow \frac{2x}{4.2x-19.8} = 1$$

$$2x = 4.2x - 19.8 \Rightarrow 2.2x = 19.8$$

$$x = 9$$

היה ההיגה ההתאמת של שיר

9 תנ"ם



ד. הפגם הוא שנתון זה יהיה קטן שיר
אביו רוצה להיות לא צדקה הוא
כסדרוני נחה בקדוזה הנפיש ושיר וזה
לכיוון נהוזה A זה יהיה אחר.

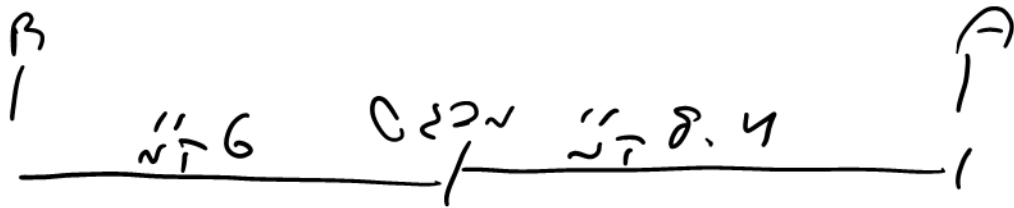
$$\frac{3}{5} = \frac{1}{3} \text{ סגה}$$

17:00

לכיוון שזה מתחיל הסגה

לכיוון שהן נפישו ק - 40:20.

כזה נכחו א - הנה הקדק שגרו על הנפיש:



הסגה שבה כונו נחה שיר מאינה אנהוזה
A אחריו $\frac{14}{5}$ שעות, היא מסתאגה ונגקרה
מהירג א - 13.5 ז"ש, כאלה היא

צוקרה $\frac{14}{5} \cdot 13.5 = 0.9$ עז סדרוני לכויאל
אנוח. כגרת הנה הקדק בניהו הוא ז.ג.ז

כסדרוני מתחלה אכרת. מההירג א
יוני היא $6.6 = 1.4 \cdot 9 = 6.6$ ז"ש
||



נגדה שנוויו - מהרה ונעלה אף 4.5 ק"מ:

$$13.5 \cdot t - 0 \cdot t = 4.5$$

$$7.5 t = 4.5$$

$$t = \frac{4.5}{7.5} = 0.6 = 36 \text{ דקות}$$

באזנה נרצה סירוק סייגה (נוה) עברה
0.4 שעה קצרה 3 סייגה ביניהן יהיה אוק
3 דקות - שה יהיה בטירה:

$$0.4 + 1 + 0.6 = \boxed{12:16}$$



2. נתונה סדרה חשבונית A ובה $2n$ איברים (n הוא מספר טבעי).

d הוא הפרש הסדרה ($d \neq 0$).

מגדירים סדרה נוספת B באופן הזה: $b_t = \frac{a_t + a_{t+1}}{2}$.

בסדרה B יש $2n - 1$ איברים.

א. הוכיחו כי הסדרה B היא סדרה חשבונית, והביעו באמצעות d את ההפרש שלה.

נסמן ב- S_A את סכום האיברים בסדרה A.

נסמן ב- S_B את סכום האיברים בסדרה B.

ב. הוכיחו: $\frac{S_A}{2n} = \frac{S_B}{2n-1}$.

נתון: $S_A = 220 + S_B$, $S_A = \frac{66}{65} \cdot S_B$.

ג. (1) מצאו את n .

(2) מצאו את סכום שני האיברים האמצעיים בסדרה A.

פתרון:

$$b_t = \frac{a_t + a_{t+1}}{2}$$

א. נתון

לפי הקנייה של סדרה B אכסר אותו
שאידר. הסדרה הבאה של כל שני
איברים סמוכים בסדרה A, ואכן היא
סדרה חשבונית עם אותו הפרש d .

נהיה גם הורה "מכונה"

$$b_{t+1} = \frac{a_{t+1} + a_{t+2}}{2}$$



$$b_{t+1} - b_t = \frac{a_{t+1} + a_{t+2}}{2} - \frac{a_t + a_{t+1}}{2}$$

$$= \frac{a_{t+2} - a_t}{2} = \frac{2d}{2} = d$$

לפיכך, סדר B הסבוגנין עם הפרט d

ק. נדין ל- הסבוגנין:

$$S_A = \frac{2n}{2} [2a_1 + (2n-1)d] = \frac{2n}{2} [2a_1 + 2nd - d]$$

$$S_B = \frac{2n-1}{2} [2(\frac{a_1+a_2}{2}) + (2n-2)d]$$

$$S_B = \frac{2n-1}{2} [2a_1 + d + 2nd - 2d]$$

$$S_B = \frac{2n-1}{2} [2a_1 + 2nd - d]$$

נניח א.א.א. שיש להשוות:

$$\frac{S_A}{2n} = \frac{2a_1 + 2nd - d}{2}$$

הקטלוג עליון.

$$\frac{S_B}{2n-1} = \frac{2a_1 + 2nd - d}{2}$$

כאן

$$\boxed{\frac{S_A}{2n} = \frac{S_B}{2n-1}}$$



$$S_A = 220 + S_B$$

ד. א. כ.ת. (א.ו.י.):

$$S_A = \frac{66}{65} \cdot S_B$$

ג. א. א. - הסכומים:

$$220 + S_B = \frac{66}{65} \cdot S_B \quad | \cdot 65$$

$$14,300 + 65S_B = 66S_B$$

$$S_B = 14,300$$

↓

$$S_A = 14,520$$

ג. ב. ג. נוסחה - פ.ס. ק.

$$S_A = \frac{2n}{2} \{ 2a_1 + 2nd - d \} = 14,520$$

$$S_B = \frac{2n-1}{2} \{ 2a_1 + 2nd - d \} = 14,300$$

נח: א. - השוואה לטוב שהסדר ייג שיהיה:

$$\frac{\frac{2n}{2}}{\frac{2n-1}{2}} = \frac{14,520}{14,300} \Rightarrow \frac{2n}{2n-1} = \frac{66}{65}$$

$$130n = 131n - 66$$

$$2n = 66$$

$$\boxed{n = 33}$$





(2) קטורה A יש 66 איברים.
 האיברים הם חזרתיים

$$: a_{34} - a_{33}$$

$$a_{33} + a_{34} = a_{1+32d} + a_{1+33d}$$

$$= 2a_1 + 65d$$

נניח קוטר - סדרה A
 n = 33

$$\frac{66}{2} \underbrace{\{2a_1 + 65d\}}_{a_{33} + a_{34}} = 14,520$$

$$a_{33} + a_{34} = \frac{14,520}{33} = 440$$

סדרה: סדרה האיברים האיבריים

קטורה A הוא 440



3. כדי להתקבל ללימודים בפקולטה מסוימת מועמד צריך להיבחן בשני מבחנים.

ההסתברות שמועמד יצליח במבחן הראשון היא $P > 0.5$.

אם המועמד הצליח במבחן הראשון, אז ההסתברות שהוא יצליח במבחן השני היא $P + 0.1$.

אם המועמד נכשל במבחן הראשון, אז ההסתברות שהוא יצליח במבחן השני היא $P - 0.4$.

נתון כי ההסתברות שהמועמד יצליח בדיוק במבחן אחד מבין השניים היא $\frac{1}{4}$.

א. מצאו את P .

כדי להתקבל ללימודים בפקולטה המועמד צריך להצליח בשני המבחנים.

ב. ידוע כי מועמד הצליח לפחות במבחן אחד. מהי ההסתברות שהוא התקבל לפקולטה?

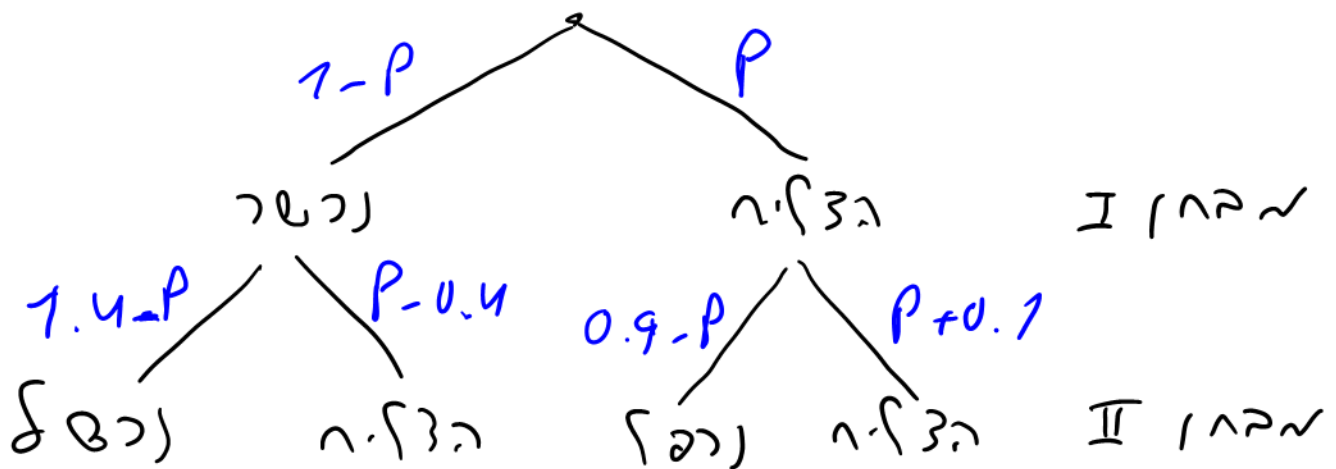
שלושה מועמדים נבחנו בשני המבחנים.

ג. מהי ההסתברות ששני מועמדים מבין השלושה התקבלו לפקולטה ואחד מהם נכשל בשני המבחנים?

ד. מועמדים נבחנו בשני המבחנים ($n \geq 2$).

הביעו באמצעות n את ההסתברות שלפחות מועמד אחד התקבל לפקולטה וגם לפחות מועמד אחד לא התקבל לפקולטה.

פתרון: נצייג, הנתונים קצת גזורים - ϕ :



א. ההסתברות להצליח בדיוק במבחן אחד היא $\frac{1}{4}$.

$$P \cdot (0.9 - P) + (1 - P) \cdot (P - 0.4) = 0.25$$

\Downarrow



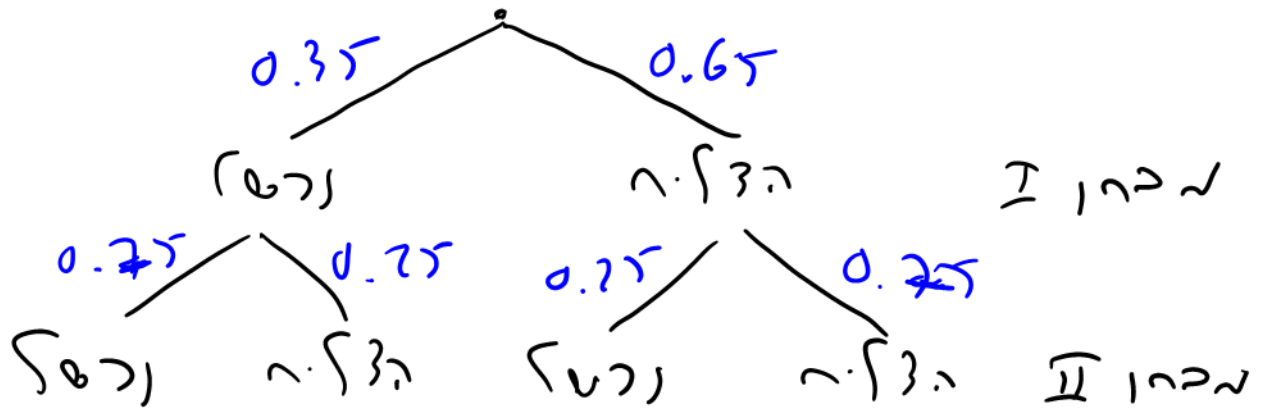
$$0.9p - p^2 + p - 0.4 - p^2 + 0.4p = 0.25$$

$$2p^2 - 2.3p + 0.65 = 0$$

(הקל): $p = 0.5$ או $p = 0.65$

לא מתאים, זכור
 $\boxed{p = 0.65}$

ה. נניח א. - הקורן של p הביטוי $\frac{p}{1-p}$:



נראה של בנוסחה אבסורדית לזיהוי:

$$P(\text{הצלחה} / \text{הצלחה}) = \frac{P(\text{הצלחה} \cap \text{הצלחה})}{P(\text{הצלחה})}$$

$$= \frac{P(\text{הצלחה} \cap \text{הצלחה})}{P(\text{הצלחה})} = \frac{P(\text{הצלחה}) \cdot P(\text{הצלחה} | \text{הצלחה})}{P(\text{הצלחה})} = \frac{P(\text{הצלחה}) \cdot 0.25}{P(\text{הצלחה})} = 0.25$$

$$P = \frac{0.65 \cdot 0.25}{1 - 0.35 \cdot 0.75} = \boxed{\frac{39}{59}}$$



ד. כנר יג (שלושה מוקמי-3. ק. שניו זרייך אקדור
 יא - נש. הגמני, ווארז אכסל קלץ האמניו

מכאן:

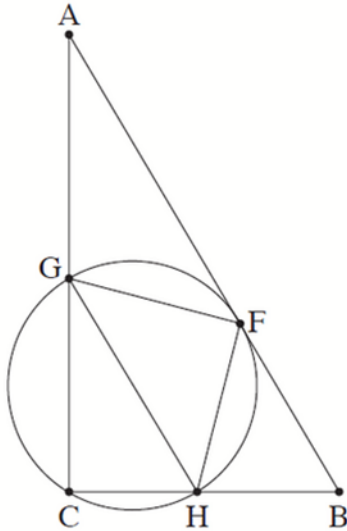
$$P = 3 \cdot \underbrace{(0.65 - 0.75)}_{\text{שנייה זאדרייך}} \cdot \underbrace{(0.75 - 0.65)}_{\text{זאדרייך (כטל)}} = 0.1875$$

3. גמניל ב-אורג ג-ש. ק.:

$$P = 1 - \left(\underbrace{(0.75 \cdot 0.65)}_{\text{כואם מתקדא. ק.}} + \underbrace{(1 - 0.75 \cdot 0.65)}_{\text{כואם נכטא. ק.}} \right)$$

$$P = 1 - \left(\left(\frac{39}{80} \right)^n + \left(\frac{41}{80} \right)^n \right)$$





4. המשולש ABC הוא משולש ישר זווית, $\angle ACB = 90^\circ$.

הנקודות F, G, H, נמצאות על הצלעות AB, AC, CB בהתאמה,

כך שהמרובע GCHF חסום במעגל (ראו סרטוט).

נתון: AB משיק למעגל בנקודה F,

$AB \parallel GH$.

א. הוכיחו: $FG = FH$.

ב. (1) מצאו את גודל הזווית $\angle ACF$.

(2) הוכיחו: $\triangle GFC \sim \triangle FBC$.

קוטר המעגל היוצא מנקודה F חותך את הצלע AC

בנקודה E.

ג. הוכיחו: $\angle FEB = \angle FCB$.

פתרון:

נימוך	טענה	מספר
נתון	$\angle ACB = 90^\circ$	(1)
נתון	מרכז GCHF חסום במעגל	(2)
נתון	AB משיק למעגל בנקודה F	(3)
נתון	$AB \parallel GH$	(4)
סימון (בסוף הפתרון מליון שרף שרטיט)	$\angle FGH = \alpha$ (סימון)	(5)
שילוב מתחבורה קיון ישרים מקבילים שולל	$\angle AFG = \alpha$	(6)
שוויון זוויות		



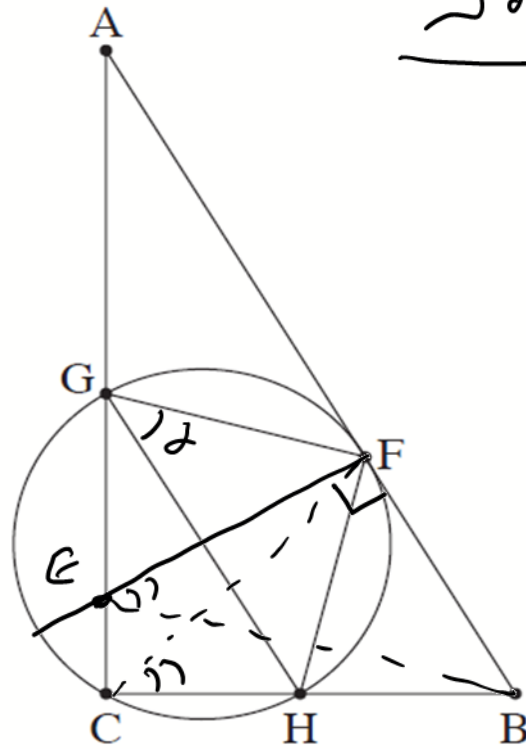
נימוך	טענה	מספר
<p>סוליה בין שני אמתר אפי 3, 5</p>	<p>$\\$GHF = \\$AFG = a$</p>	<p>(7)</p>
<p>בשואם מול סוליה שולר מונחה דאעט שוות. אפי 7</p>	<p>$FG = FH$</p> <p>מ.ש.ל.י</p>	<p>(8)</p>
<p>מול אמתר.י שוליק שוליק בנקעל נעקעל סוליה היזביר שוליק אפי 8</p>	<p>$\\$GCF = \\HCF</p>	<p>(9)</p>
<p>חישוק. אפי 7, 9</p>	<p>$\\$ACF = US^0$</p> <p>מ.ש.ל.י ק' (1)</p>	<p>(10)</p>
<p>סוליה היזביר הנעקעל על איותם זילר שוליק סוליק 15</p>	<p>$\\$CGH = \\CFH</p>	<p>(11)</p>
<p>סוליה בין אשין אמתר אפי 3</p>	<p>$\\$HGF = \\HFB</p>	<p>(12)</p>
<p>חיקור סוליה</p>	<p>$\\$CGF = \\$CGH + \\$HGF$</p>	<p>(13)</p>
<p>חיקור סוליק</p>	<p>$\\$CFB = \\$CFH + \\$HFB$</p>	<p>(14)</p>



נימוק	טענה	מספר
מי קווי סלילה שלול אפי 11, 12, 13, 14	$\angle CGF = \angle CFB$	(15)
אפי 9, 10	$\angle GCF = \angle FCB = 45^\circ$	(16)
מסל קמיון S.S אפי 15, 16	$\triangle GFC \sim \triangle FBC$	(17)
קניי-גשר	מ.ש.ל. קי(ג) נקיר דוטר מחזורה F	(18)
קוטר מאונק אלשיך נקודות ההשקה.	$\angle BFC = 90^\circ$	(19)
אפי 3, 18 חישוק. אפי 7, 19	$\angle BCE + \angle BFE = 90^\circ$	(20)
אם דמרוגן יש סול סלילה (לפי שסקומן 180, הדמרוגן בר	מרוגן BCEF קרחימה במאגן	(21)
חסימה במאגן. אפי 20 סלילה היקפיה הישגן עי אותה קס- סול-סול אלו. אפי 21	$\angle FEB = \angle FCB$	(22)



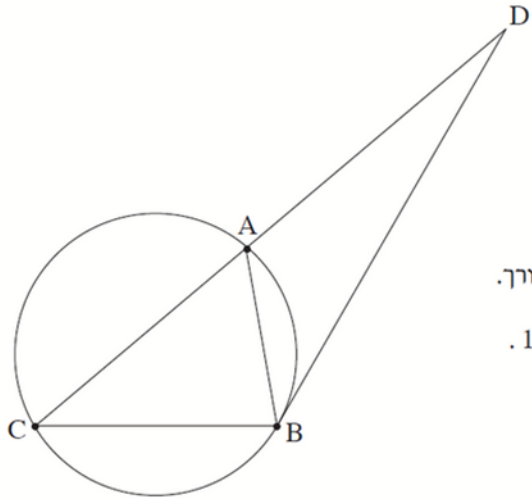
סיכום עץ הגומא



למידע על פסיכומטרי
ביזאל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.





5. המשולש ABC חסום במעגל שהרדיוס שלו הוא R.

המשיק למעגל בנקודה B חותך את המשך הצלע CA בנקודה D, כמתואר בסרטוט.

נסמן: $\angle ABD = \alpha$.

נתון: $\angle DBC = 120^\circ$.

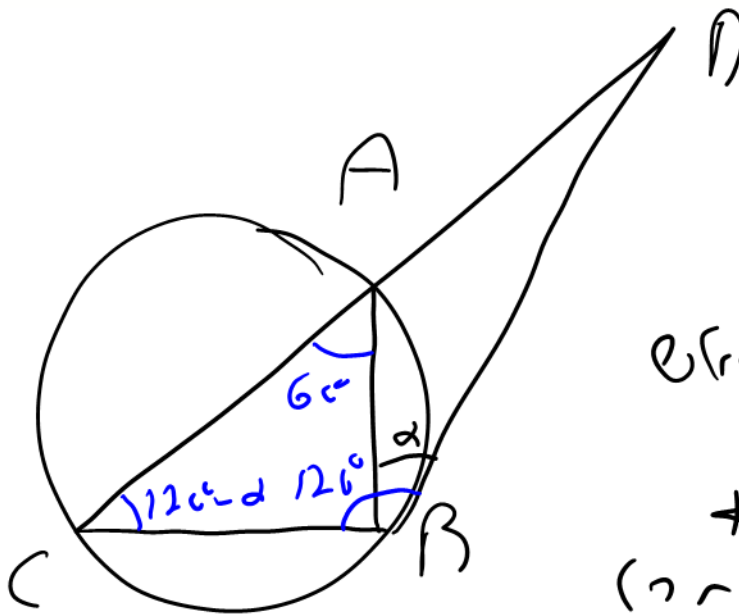
א. הביעו את אורכי הצלעות AB ו-BC באמצעות R ו- α , אם יש צורך.

נתון: היחס בין שטח המשולש BDC ובין שטח המשולש BDA הוא 1.8.

ב. מצאו את α .

נתון כי רדיוס המעגל החסום במשולש BDA הוא 6.

ג. מצאו את R.



פתרון:

נשים לב - הומוניק

גז השרטוט הנתון

א. נשים לב - כלול שטח ABC

$$\angle ABC = \alpha$$

(כלול קיין נשיק למיטה)

$$\angle ABC = 120^\circ - \alpha$$

(היטוי 120)

$$\angle BAC = 60^\circ$$

(השמה בעזרת משולש)

כעת נשתמש במשפט הסינוסים:

$$\frac{AB}{\sin \alpha} = 2R \Rightarrow \boxed{AB = 2R \sin \alpha}$$



$$\frac{BC}{\sin 60^\circ} = 2R \Rightarrow \boxed{BC = \sqrt{3} R}$$

$$S_{BPC} = 1.8 \cdot S_{BDA} \quad \text{ד. נתון:}$$

$$\frac{BC \cdot BD \cdot \sin 120^\circ}{2} = 1.8 \cdot \frac{AB \cdot BD \cdot \sin \alpha}{2}$$

$$\sqrt{3} R \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 1.8 \cdot 2R \sin \alpha \cdot \sin \alpha$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{5}{12}$$

$$\sin \alpha = \sqrt{\frac{5}{12}}$$

$$\boxed{\alpha = 40.20^\circ}$$

$$\sin \alpha = -\sqrt{\frac{5}{12}}$$

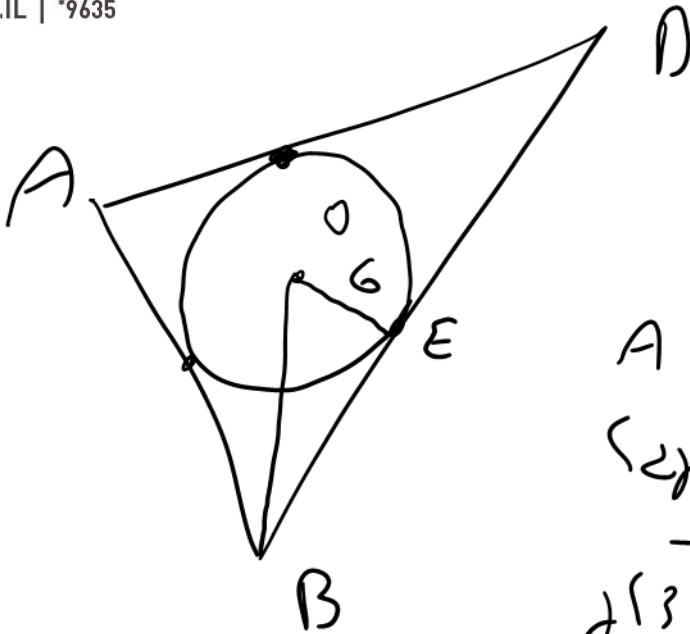
לא מתאים
לשאלה

(פתרון נוסף לא אפשרי.)

ד. רצויים הנגזר החיובי בשאלה BDA
הוא 6. ז.

נתון בשאלה BDA:





$\angle ABO = 40.20^\circ$

$\angle BAO = 120^\circ$

$AB = 2R \sin 60 = 1.732 R$

נסמן את מרכז העגל החסוב ק-0, זא- והז- ההסקה עק צאג DB ק- E.

$\angle BOE$ גמול

$\angle OEB = 90^\circ$

(גמידה מאונך לזרעו)
אז והז- ההסקה)

$\angle OBE = 20.10^\circ \Rightarrow$

$\frac{OE}{OB} = \sin 20.10^\circ$

(מרכז העגל החסוב קמפס חזק בלווי-)

$OB = 77.46$

$\angle AOB$ גמול

$AB = \frac{5}{6} R$

$\angle ABO = 20.10^\circ$
 $\angle OAB = 60^\circ \Rightarrow$

$\frac{77.46}{\sin 60^\circ} = \frac{1.732 R}{\sin 99.90^\circ}$

$\angle AOB = 99.90^\circ$

$R = 15.396$



6. נתונה הפונקצייה $f(x) = \sin(x) \cdot \cos^3(x)$ המוגדרת בתחום $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

- א. (1) האם הפונקצייה $f(x)$ היא זוגית או אי-זוגית? נמקו.
- (2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.
- (3) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
- (4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = \frac{1}{\sqrt{f(x)}}$.

- ב. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.
- (2) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $g(x)$.
- (3) סרטטו (בקו מקווקו) סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$ באותה מערכת צירים שבה סרטטתם את גרף הפונקצייה $f(x)$.

ענו על סעיף ג בעבור התחום שבו מוגדרות שתי הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.

ג. מצאו את המרחק המינימלי בין הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.

פתרון:

1. (1) $f(-x) = \sin(-x) \cdot \cos^3(-x) = -\sin x \cdot \cos^3 x = -f(x)$
הפונקציה היא אי-זוגית.

(2) $\sin x \cdot \cos^3 x = 0$ (2) פתרון:

\swarrow \searrow
 $\sin x = 0$ $\cos x = 0$
 $x = \pi k$ $x = \frac{\pi}{2} + \pi k$

בתחום הנחון (זכור): $x = 0, x = -\frac{\pi}{2}, x = \frac{\pi}{2}$

נס. כו.ב: $(-\frac{\pi}{2}, 0), (\frac{\pi}{2}, 0), (0, 0)$



$f'(x) = \cos x \cdot \cos^3 x - 3 \cos^2 x \sin x \cdot \sin x$ (3) נגזרת:

$f'(x) = \cos^4 x (\cos x - 3 \sin^2 x) = 0$

↙
 $\cos x = 0$
 $x = \frac{\pi}{2} + \pi k$

↘
בתחום הזווית:
 $x = \frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}$

↙
נהיה ק - $\cos x$ שלילי
אז גם $\sin x$ ונקד

$\tan^2 x = \frac{1}{3}$

$\tan x = \sqrt{\frac{1}{3}}, \tan x = -\sqrt{\frac{1}{3}}$

↘
 $x = \frac{\pi}{6} + \pi k$

↘
 $x = -\frac{\pi}{6} + \pi k$

בתחום הזווית: $x = \frac{\pi}{6}$

$x = -\frac{\pi}{6}$

נהיה ג - ש. עוקר ה - y ו הזווית ונקד:

$(\frac{\pi}{2}, 0), (\frac{\pi}{6}, 0.374), (-\frac{\pi}{6}, -0.374), (-\frac{\pi}{2}, 0)$

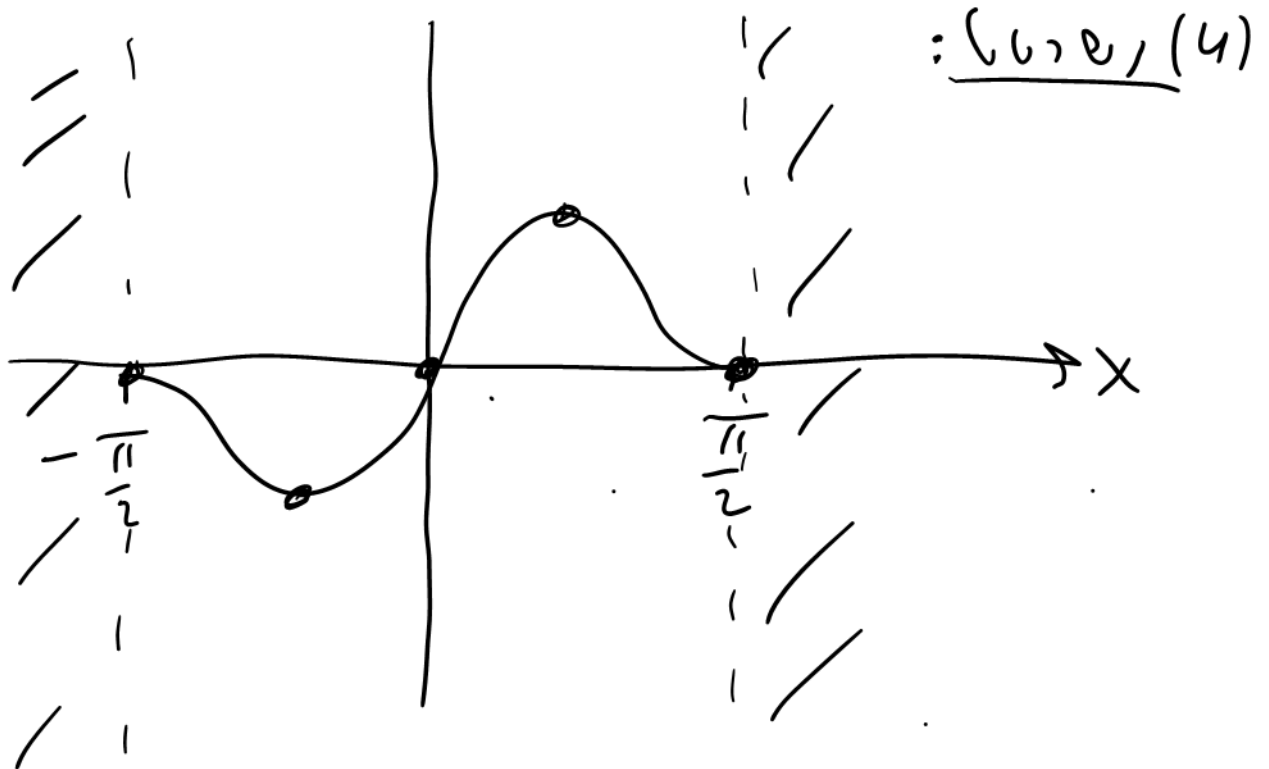
וזקד ג - סוף הזווית:



x	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{6}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$f'(x)$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0
$f(x)$		\searrow		\nearrow		\searrow	

$(-\frac{\pi}{6}, -0.324)$ נקודת מינימום, $(-\frac{\pi}{2}, 0)$ נקודת יציאה
 $(\frac{\pi}{6}, 0.324)$ נקודת מקסימום, $(\frac{\pi}{2}, 0)$ נקודת יציאה

אם ירצה:



ד. נתונה הפונקציה $g(x) = \frac{1}{\sqrt{5-x}}$

(1) תחום הגדרה: $0 < 5-x$

אפי תו (א) ~ המקורה נכסף א' וקבל $0 < x < \frac{\pi}{2}$.

(2) נגזרת: $g'(x) = \frac{-\frac{f'(x)}{2\sqrt{5-x}}}{(\sqrt{5-x})^2}$

$g'(x) = \frac{-f'(x)}{2\sqrt{5-x}} = 0 \rightarrow f'(x) = 0$

אפי סגף א' הפכוון היחיד בתחום ההגדרה הוא $x = \frac{\pi}{6}$

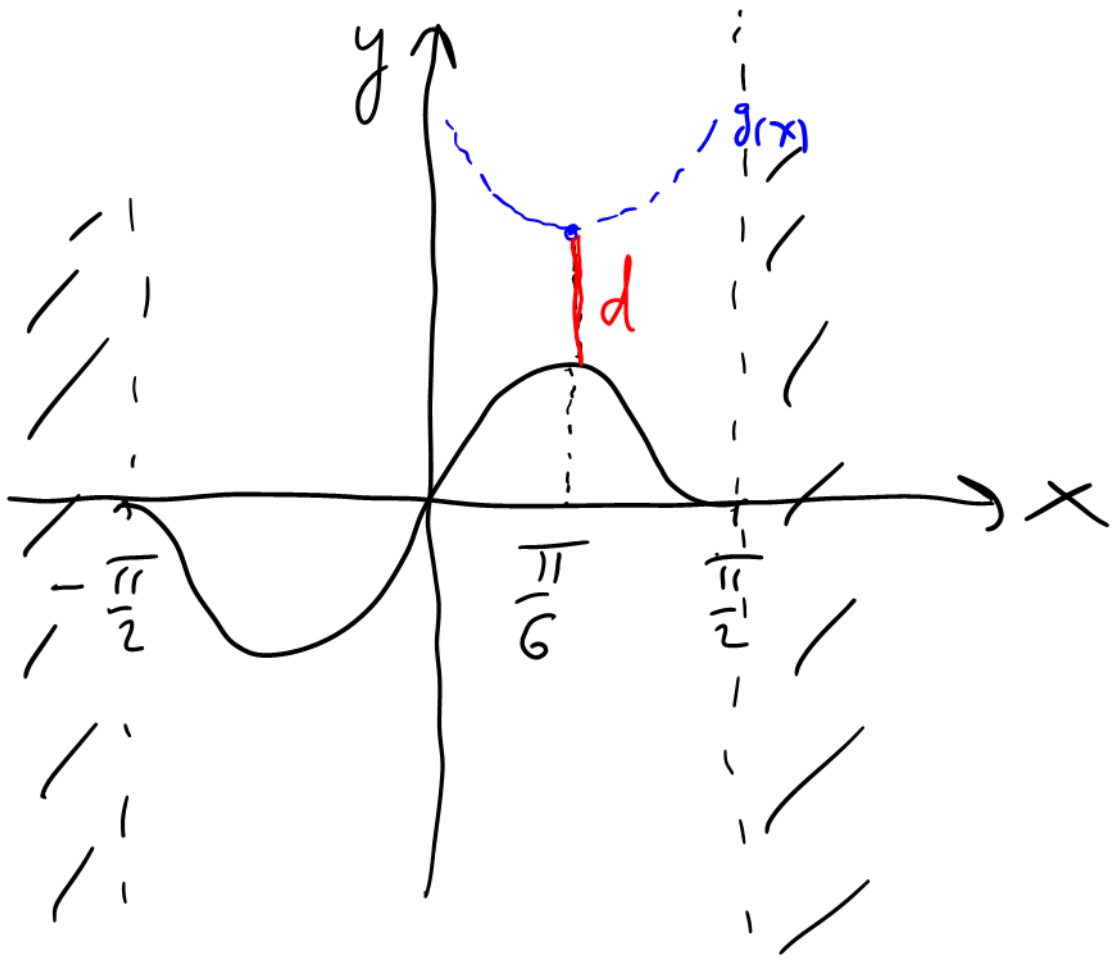
והנקודה היא (טבלה, $\frac{\pi}{6}$)

מכיוון שסימן הנגזרת מתהפך, הנהגדה היא נקודה מינימום:

(טבלה, $\frac{\pi}{6}$) מינימום



(3) נוסף זכור מסתף כ"ו - בוה ש $f(x)$:



d. המרחק המינימלי בין הגרפים ש
הבוהקים $f(x)$ ו- $g(x)$ הוא המרחק
בין והוצרם ההיקף:

$$d = 1.756 - 0.324 = \boxed{1.432}$$



7. נתונה הפונקצייה $f(x) = x + \sqrt{x^2 - 9}$.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x (אם יש כאלה).
 (3) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.
 (4) מצאו את תחומי הקעירות כלפי מעלה (U) וכלפי מטה (∩) של הפונקצייה $f(x)$ (אם יש כאלה).
 ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $h(x) = -f(-x)$. הפונקציות $f(x)$ ו- $h(x)$ מוגדרות באותו תחום.

ג. באותה מערכת צירים שבה סרטטתם סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$, הוסיפו בקו מקווקו סקיצה של גרף הפונקצייה $h(x)$.

נתון: $a > 5$ הוא פרמטר.

ד. סדרו את הביטויים I-III שלפניכם מן הקטן ביותר אל הגדול ביותר (כתבו בצד שמאל את מספרו של הביטוי הקטן ביותר וכן הלאה).

$$\text{I. } \int_a^{a+1} (f(x) - h(x)) dx \quad \text{II. } \int_{a+1}^{a+2} (f(x) - h(x)) dx \quad \text{III. } \int_{-a+1}^{-a+2} (f(x) - h(x)) dx$$

פתרון:

א. (1) תחום הגדרה של פונקציה:

$$0 \leq x^2 - 9 \Rightarrow \boxed{3 \leq x \text{ או } x \leq -3}$$

$$x + \sqrt{x^2 - 9} = 0 \quad (2)$$

$$\sqrt{x^2 - 9} = -x$$

$$x^2 - 9 = x^2$$

$$-9 = 0$$

אין פתרון, כלומר אין נקודות חיתוך עם ציר ה- x .



$$f'(x) = 1 + \frac{2x}{2\sqrt{x^2-9}} = 1 + \frac{x}{\sqrt{x^2-9}} \quad (3) \text{ נכונות:}$$

$$1 + \frac{x}{\sqrt{x^2-9}} = 0 \quad \text{מ/וה אובס ונכונה:}$$

אין פתרון לשוואה $\rightarrow \sqrt{x^2-9} + x = 0$
 לפי הספק הזרזב.

נבדוק את הכיוון של הנלכה - $\frac{d}{dx}$
 באחוזים בנהם הבאות (היה נולד):

$$f'(4) = 1 + \frac{4}{\sqrt{4^2-9}} > 0$$

$$f'(-4) = 1 - \frac{4}{\sqrt{4^2-9}} < 0$$

אסימטות:
 ג'ייה: $3 < x$
 ירידה: $x < -3$

(4) נגזור פעם שניה:

$$f''(x) = 0 + \frac{\sqrt{x^2-9} - x \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2-9}}}{(\sqrt{x^2-9})^2}$$

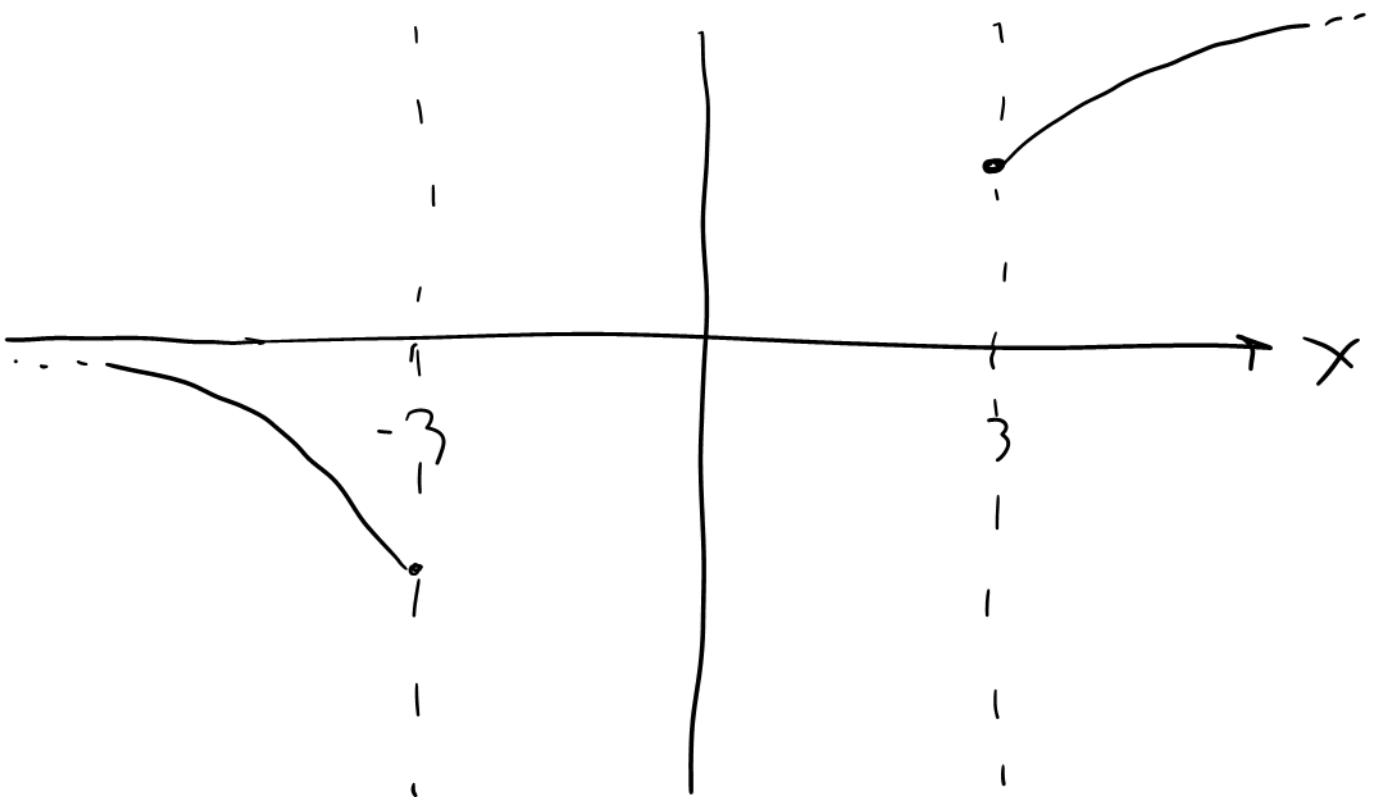
$$f''(x) = \frac{\frac{x^2-9-x^2}{\sqrt{x^2-9}}}{x^2-9} = \frac{-9}{(x^2-9)^{1.5}}$$



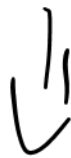
הנצטע היגיה ש.ל.י. - פכל א בחרוב
הגדרה זכין:

הגירה כלב. משה: $x < 3$ או $x > 3$
הגירה כלב. מעלה: אין

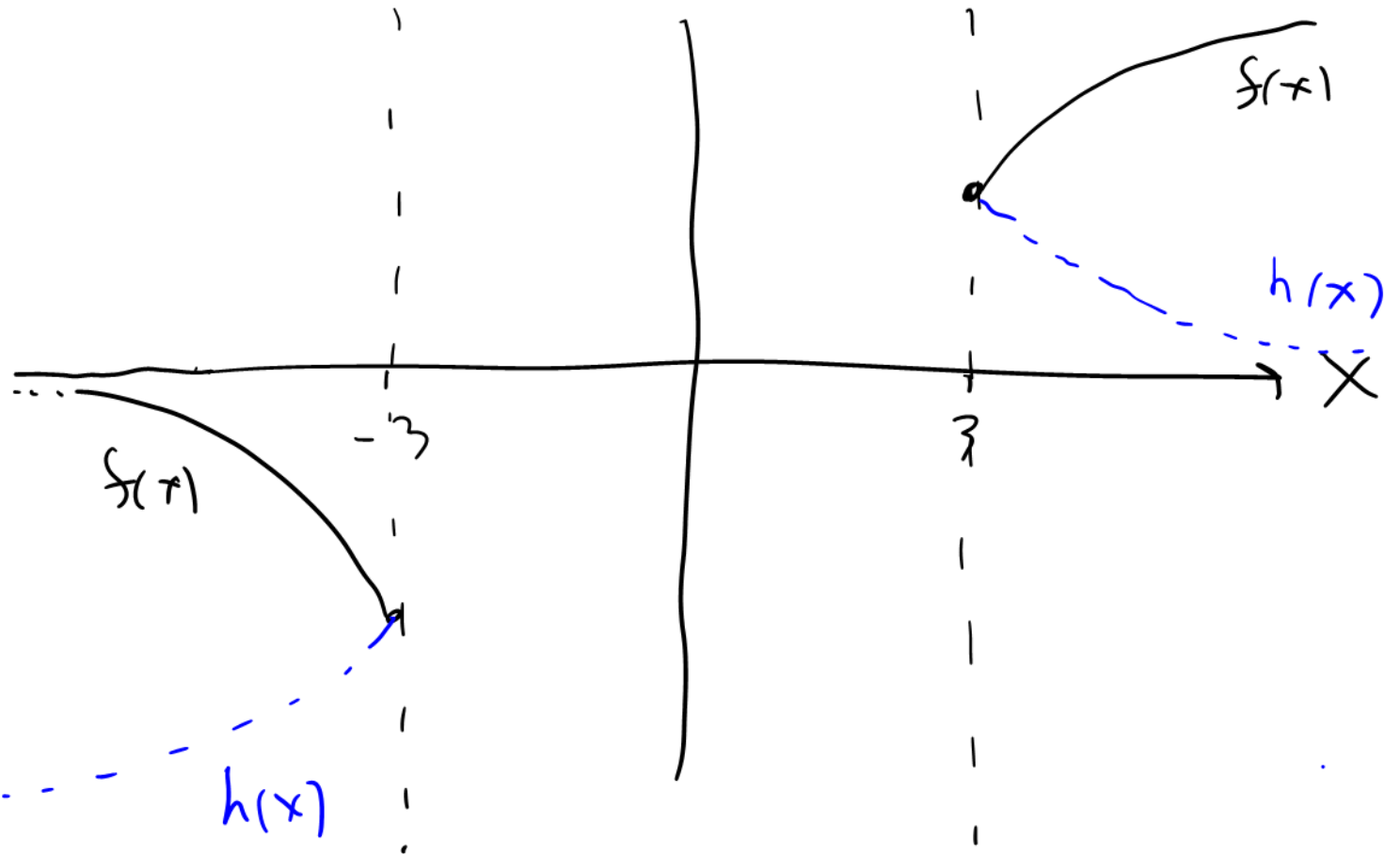
ג. נטולט לפי תולואה החקירה.
נטיק זק כ. $f(3) = 3$, $f(3) = -3$



הארה: ה.ל.ב.ה. כמחט קון
ואקיה $y = 3$ כאשר
אסימטוטה $x \rightarrow -\infty$ תרואה



ד. כג - נזונה הפונקציה (הפונקציה) $h(x) = -f(-x)$
 זו פונקציה שמהיחב - $f(-x)$ פונקציה ה
 א. זא - , זאכנ :



3- זרון פונקציה a הנקיים $0 < a < 5$.

אבי הקצונים של הארביק, ככל
 שהאקואל יהיו יותר שכוליק $a - 3$
 או יותר האניק $a - 3$, השאר
 שהאיוסגה.ק הותוניק a יזא
 יזא ניכא.





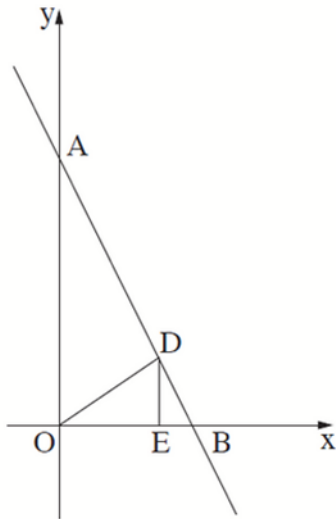
$$\text{III} < \text{I} < \text{II}$$

אכן, זה קיים?

למידע על פסיכומטרי
ביזאל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.





8. ישר ששיפועו 2- חותך את החלק החיובי של ציר ה-x בנקודה B, ואת החלק החיובי של ציר ה-y בנקודה A. הנקודה D נמצאת על הישר AB ברביע הראשון. הנקודה E נמצאת על ציר ה-x כך שהקטע DE מקביל לציר ה-y. הנקודה O היא ראשית הצירים, כמתואר בסרטוט. נסמן את אורך הקטע OE ב-p. נתון: שטח המשולש OED הוא $\frac{p}{2}$.
- הביעו באמצעות p את משוואת הישר AB.
 - מצאו את הערך של p שבעבורו היחס בין שטח המשולש OED ובין שטח המשולש ABO הוא מקסימלי.

פתרון:

א. האורו של ה-y הוא p. הנקודה E היא ציר ה-x זכין $x_E = p$

גובה המשולש OED הוא $\frac{p}{2}$.

כאן נר: $\frac{OE \cdot DG}{2} = \frac{p}{2}$

\Downarrow
 $\frac{p \cdot DG}{2} = \frac{p}{2}$

\Downarrow
 $DG = 1$

כאן נר $y_D = 1$, ויהי הנקודה הייא $D(p, 1)$ נבנה יא - נטווא - הישר AB:



$$y-1 = -2(x-p)$$

$$\boxed{y = -2x + 1 + 2p}$$

ק. וק"א - הו"א \sim $B-1 A$ $\ddot{y} p$

נה"א A: $y_A = -2 \cdot 0 + 1 + 2p = 1 + 2p$

נה"א B: $0 = -2x + 1 + 2p$

$$x_B = \frac{1+2p}{2}$$

נכון, שטח משולש ABO הו"א

$$S_{ABO} = \frac{(1+2p) \cdot \left(\frac{1+2p}{2}\right)}{2} = \frac{(1+2p)^2}{4}$$

היחס בין השטחים של המשולשים הו"א:

$$f(p) = \frac{S_{OED}}{S_{ABO}} = \frac{\frac{p}{2}}{\frac{(1+2p)^2}{4}} = \frac{2p}{(1+2p)^2}$$

(נ"ל) נדגיש: $f'(p) =$

$$f'(p) = \frac{2(1+2p)^2 - 2p \cdot 2(1+2p) \cdot 2}{((1+2p)^2)^2}$$





$$f'(p) = \frac{2(1+2p)(1+2p-4p)}{(1+2p)^4}$$

$$f'(p) = \frac{2(1+2p)(1-2p)}{(1+2p)^4}$$

נשווה לאפס ונבדוק:

$$2(1+2p)(1-2p) = 0$$

$$p = -\frac{1}{2}$$

$$p = \frac{1}{2}$$

\emptyset

נבדוק: $f'(\frac{1}{3}) > 0$, $f'(\frac{2}{3}) < 0 \Rightarrow$

פס. כוב, $p = \frac{1}{2}$ יתקן יחס של חי. נקבילי.

