

פתרון הבחינה

במתמטיקה

קיץ תשפ"ג , 2023 , מועד ב', שאלון: 35372

תודה מייוחדת למר עפר ילין על כתיבת הפתרונות ועריכת קובץ זה

רוצי אנדל פרחי חמניות
הגהיט של פרחי החמניות מתפלטים נורמלית

א. הגובה הממוצע של פרחי החמניות הוא 90 ס"מ \bar{x} .
 43% מפרחי החמניות גבוהים מן הממוצע ונמוכים מ- 102 ס"מ.
 נחשב מהממוצע לימין את האחוז המצטבר, עד שנקבל $19\% + 15\% + 9\% = 43\%$.
 לכן, גובה של 102 ס"מ נמצא במרחק של 1.5 סטיות תקן מעל לממוצע שהוא 90 ס"מ.

$$\frac{102-90}{1.5} = \frac{12}{1.5} = 8 \text{ ס"מ}$$

אפשר גם להשתמש בנוסחה של ציון תקן.

102 ס"מ נמצאים במרחק של 1.5 סטיות תקן מהממוצע, לכן $z = 1.5$.

$$z = \frac{x - \bar{x}}{s}$$

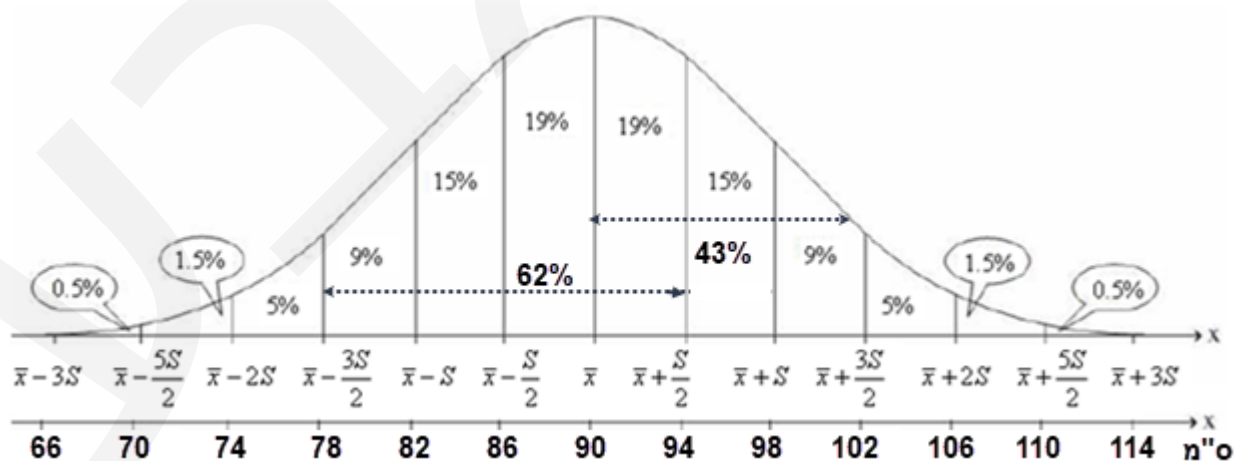
$$1.5 = \frac{102 - 90}{s} \quad / \cdot s$$

$$1.5s = 12 \quad / : (1.5)$$

$$\boxed{s = 8}$$

תשובה: סטיית התקן היא 8 ס"מ.

ב. נשלים את הנתונים על גרף ההתפלגות הנורמלית, כאשר חצי סטיית תקן הוא 4 ס"מ $\frac{S}{2} = \frac{8}{2}$.



נחשב את השטח, שבין 78 ס"מ ל- 94 ס"מ: $9\% + 15\% + 19\% + 19\% = 62\%$

תשובה: 62% מפרחי החמניות גבוהים מ- 78 ס"מ ונמוכים מ- 94 ס"מ.

רוצי זיגל 800 פרחי חמניות סך הכול.

ג. על פי סעיף ב, 62% מהפרחי החמניות גבוהים מ- 78 ס"מ ונמוכים מ- 94 ס"מ.

$$62\% \cdot 800 = \frac{62}{100} \cdot 800 = 0.62 \cdot 800 = 496$$

מספר הפרחים האלו הוא 496

או: אם 100% הם 800 פרחים, אז אחוז אחד הם 8 פרחים = 800:100.

ו- 62% הם 496 פרחים = 8 · 62.

תשובה: על פי גרף ההתפלגות הנורמלית,

496 פרחי חמניות שרועי גידל גבוהים מ- 78 ס"מ ונמוכים מ- 94 ס"מ.

רוצי הכין זרימ מכל פרחי החמניות

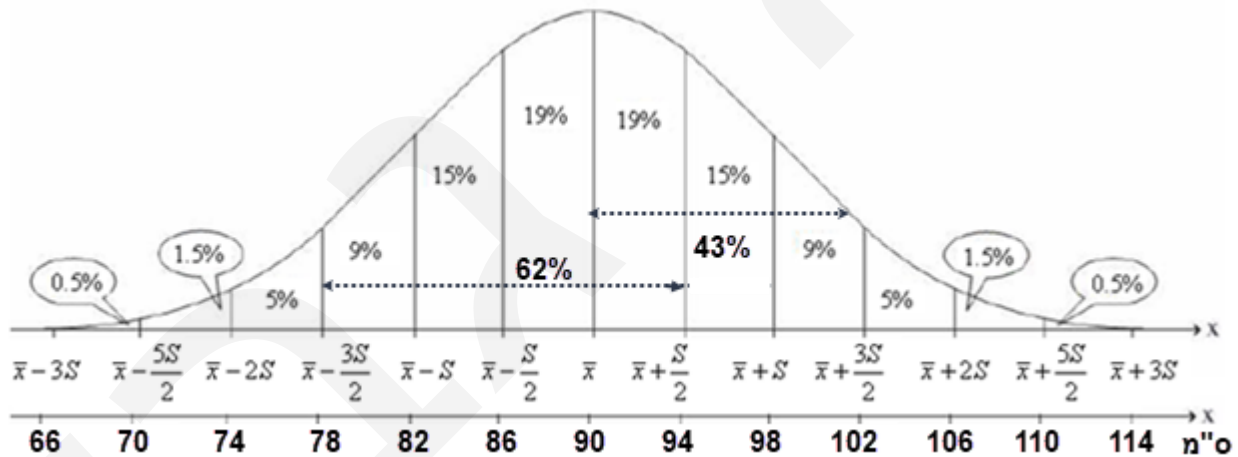
שאלות מ-78 ס"מ ונמוכים מ-94 ס"מ.

ד. על פי סעיף ג, רועי הכין זרים מ- 496 פרחים.

בכל זר היו 16 פרחי חמניות בדיוק.

מספר הזרים הוא 496:16 = 31.

תשובה: רועי הכין 31 זרים סך הכול.



ה. ציון תקן (-1) משמעותו, גובה פרח הנמצא במרחק של סטיית תקן אחת מתחת לממוצע, כלומר 82 ס"מ.

ניתן גם להשתמש בנוסחה של סטיית תקן:

$$z = \frac{x - \bar{x}}{s}$$

$$-1 = \frac{x - 90}{8} \quad / \cdot 8$$

$$-8 = x - 90 \quad / +90$$

$$x = 82 \text{ ס"מ}$$

אורך פרח בתחום שבו רועי השתמש להכנת הזרים, שהיו גבוהים מ- 78 ס"מ ונמוכים מ- 94 ס"מ.

תשובה: רועי הכין זר מפרחי חמניות שציון התקן שלהם הוא -1.

נדרש מאדף בצלף ולנר קסדה 11 דונם ללל היותר.
 כדו לללל בצלף קדונם אחר דרוסיס 2 ימי עבודה, ולללל דרוסיס 7 ימי עבודה.
 לרשות נדרש צומדיס לללל היותר 42 ימי עבודה.

א. נסמן ב- x את מספר הדונמים שבהם נדב מגדל בצל,

וב- y את מספר הדונמים שבהם נדב מגדל גזר.

נבנה טבלה מתאימה, כולל טור מתאים לפונקציית המטרה.

רווח לדונם	ימי עבודה	שטח	
800 שקלים	2	1	x - דונם בצל
1,200 שקלים	7	1	y - דונם גזר
	לכל היותר 42 ימי עבודה	לכל היותר 11 דונם	אילוץ

נרשום את מערכת האילוץ, הנובעת הן מהמגבלות שהוצגו בטבלה,

והן מהעובדה שגדלי השטחים אינם שליליים.

$$\begin{cases} x + y \leq 11 \\ 2x + 7y \leq 42 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \quad \text{תשובה: מערכת האילוץ של הבעיה היא:}$$

ב. הרווח הנקי של נדב הוא 800 שקלים מגידול בצל בדונם אחד, ו- 1,200 שקלים מגידול גזר בדונם אחד.

תשובה: פונקציית המטרה היא $f(x, y) = 800x + 1,200y$.

ג. נבנה טבלה שתסייע במענה לשאלה – מתי הרווח יהיה מקסימלי (הגבוה ביותר).

נמצא את שיעורי נקודות החיתוך של הישרים (האילוץ) עם הצירים.

עבור הישר $x + y = 11$

$$x = 0 \rightarrow y = 11 \rightarrow (0, 11)$$

$$y = 0 \rightarrow x = 11 \rightarrow (11, 0)$$

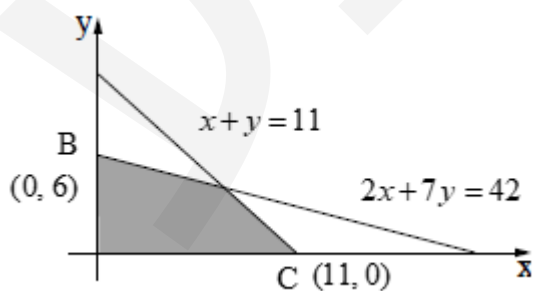
עבור הישר $2x + 7y = 42$

$$x = 0 \rightarrow 7y = 42 \rightarrow y = 6 \rightarrow (0, 6)$$

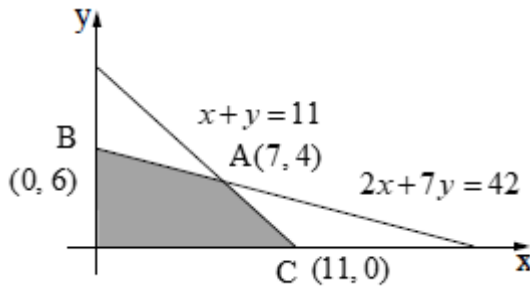
$$y = 0 \rightarrow 2x = 42 \rightarrow x = 21 \rightarrow (21, 0)$$

ובהתאם לציור הנתון: B(0, 6) ו- C(11, 0),

וגם הישרים מזוהים.



נמצא את שיעורי הנקודה A :



$$\begin{cases} x+y=11 \rightarrow y=11-x \\ 2x+7y=42 \end{cases}$$

$$2x+7(11-x)=42$$

$$2x+77-7x=42$$

$$-5x=-35$$

$$x=7$$

$$y=11-7=4 \rightarrow A(7,4)$$

	$f(x, y) = 800x + 1,200y$
B(0, 6)	$f(0, 6) = 800 \cdot 0 + 1,200 \cdot 6 = 7,200$
C(11, 0)	$f(11, 0) = 800 \cdot 11 + 1,200 \cdot 0 = 8,800$
A(7, 4)	$f(7, 4) = 800 \cdot 7 + 1,200 \cdot 4 = 10,400$
(0, 0)	$f(0, 0) = 800 \cdot 0 + 1,200 \cdot 0 = 0$

הערך המקסימלי של פונקציית המטרה הוא 10,400 שקלים.

תשובה: נדב צריך לגדל 7 דונם בצל ו- 4 דונם גזר, כדי שהכנסתו תהיה מקסימלית.

מחירי האלזר ירדו בעוצמת האידוף הפאה.

הרווח של נדב מאידוף אלזר בדונם אחד הצטמצם ל- 800 שקלים,

כאשר הרווח מאידוף בצל בדונם אחד לא השתנה, ונשאר 800 שקלים.

ד. פונקציית המטרה החדשה היא: $f(x, y) = 800x + 800y$.

	$f(x, y) = 800x + 800y$
A(7, 4)	$f(7, 4) = 800 \cdot 7 + 800 \cdot 4 = 8,800$
(9, 2)	$f(9, 2) = 800 \cdot 9 + 800 \cdot 2 = 8,800$
B(0, 6)	$f(0, 6) = 800 \cdot 0 + 800 \cdot 6 = 4,800$

הערך המקסימלי של פונקציית המטרה הוא 8,800 שקלים, והוא מתקבל בשתי אפשרויות.

תשובה: האפשרויות, שבהן מתקבל רווח מקסימלי לאחר ירידת מחירי האלזר,

הן: 1. 7 דונם בצל ו- 4 דונם גזר, או 2. 9 דונם בצל ו- 2 דונם גזר.

א. משוואת הישר AC היא $y = 4x - 32$.

הקודקוד C נמצא על ציר ה- x , ולכן $y_C = 0$.

$$0 = 4x - 32$$

$$-4x = -32 \quad /: (-4)$$

$$x = 8 \rightarrow \boxed{C(8, 0)}$$

תשובה: $C(8, 0)$.

ב. נתון כי AC מאונך ל-BC, כאשר $m_{AC} = 4$.

$$m_{AC} \cdot m_{BC} = -1 \rightarrow m_{BC} = -\frac{1}{4} \quad (\text{שיפוע הופכי לנגדי}).$$

נמצא את משוואת הישר BC, על-פי $m_{BC} = -\frac{1}{4}$, ו- $C(8, 0)$.

$$y - 0 = -\frac{1}{4}(x - 8)$$

$$\boxed{y = -\frac{1}{4}x + 2}$$

תשובה: משוואת הישר BC היא $y = -\frac{1}{4}x + 2$.

ג. משוואת הישר AD היא $y = -2x + 40$.

הנקודה A היא נקודת החיתוך בין AC ל-AD.

$$A \begin{cases} y = -2x + 40 \\ y = 4x - 32 \end{cases}$$

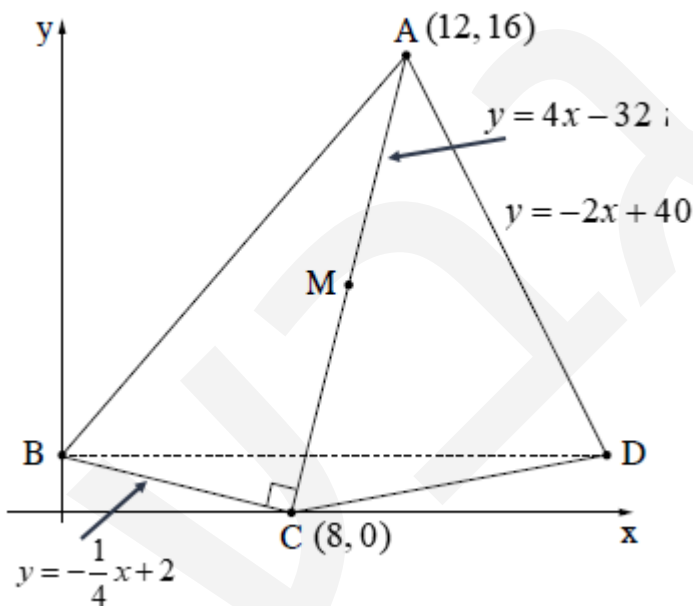
$$4x - 32 = -2x + 40$$

$$6x = 72 \quad /: 6$$

$$x = 12$$

$$y = -2 \cdot 12 + 40 = 16 \quad \left. \vphantom{y = -2 \cdot 12 + 40 = 16} \right\} \boxed{A(12, 16)}$$

תשובה: $A(12, 16)$.



ד. הקודקוד B נמצא על ציר ה- y ולכן $x_B = 0$, ועל הישר $y = -\frac{1}{4}x + 2$ ו- $B(0, 2)$.

BD מקביל לציר ה- x , לכן $y_D = y_B = 2$ (משוואת הישר BD היא $y = 2$).

נציב $y = 2$ במשוואת הישר $y = -2x + 40$.

$$2 = -2x + 40$$

$$-38 = -2x \quad /: (-2)$$

$$x = 19 \rightarrow D(19, 2)$$

תשובה: $D(19, 2), B(0, 2)$.

ה. הנקודה M היא אמצע הקטע AC.

$$\left. \begin{aligned} x_M &= \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{12 + 8}{2} = \frac{20}{2} = 10 \\ y_M &= \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{16 + 0}{2} = \frac{16}{2} = 8 \end{aligned} \right\} M(10, 8)$$

נחשב את שטח המשולש BMD.

לצלע BD, המקבילה לציר ה- x יש גובה המאונך לציר ה- x .

$$BD = x_D - x_B = 19 - 0 = 19$$

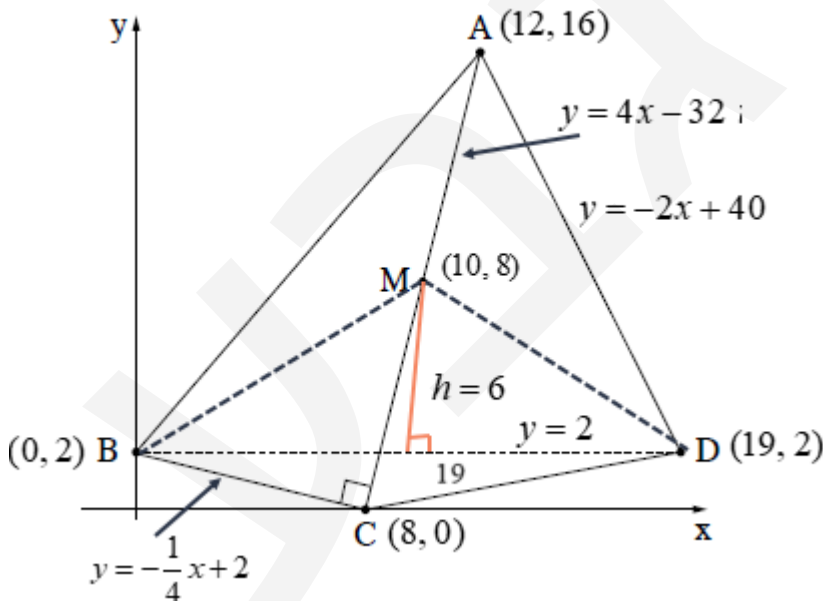
$$h = y_M - 2 = 8 - 2 = 6$$

$$S_{\Delta BMD} = \frac{BD \cdot h}{2}$$

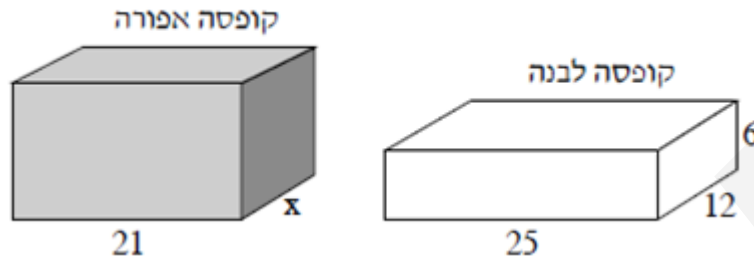
$$S_{\Delta BMD} = \frac{19 \cdot 6}{2}$$

$$S_{\Delta BMD} = 57$$

תשובה: שטח המשולש BMD הוא 57.



בחנות כלי בית מוכרים קופסאות לבנות וקופסאות אפורות.
כל הקופסאות הן תיבות שמיסן הוא מלבן.



א. נחשב את נפח קופסה הלבנה, שצורתה תיבה.

נפח תיבה, שמקצועות הבסיס שלה הם a ו- b , והמקצוע הצדדי הוא c ,
הוא $V = a \cdot b \cdot c$.

נפח הקופסה הוא 1,800 סמ"ק $= 25 \cdot 12 \cdot 6 = V$.

תשובה: הנפח של קופסה לבנה הוא 1,800 סמ"ק.

ב. הנפח של קופסה אפורה גדול ב- 40% מן הנפח של קופסה לבנה.

$$2,520 \text{ סמ"ק} = 1,800 \cdot \frac{100 + 40}{100} = 1.4 \cdot 1,800$$

תשובה: הנפח של קופסה אפורה הוא 2,520 סמ"ק.

ג. נסמן ב- x את אורך אחת מצלעות הבסיס בקופסה אפורה.

אורכו של הגובה, שגדול מצלע זו פי 1.2, הוא $1.2x$.

אורכה של הצלע האחרת בבסיס הקופסה האפורה הוא 21 ס"מ.

נפח של קופסה אפורה הוא 2,520 סמ"ק.

$$2,520 = 21 \cdot x \cdot 1.2x \quad / \cdot 3$$

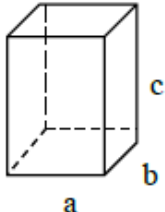
$$2,520 = 25.2x^2 \quad / : 25.2$$

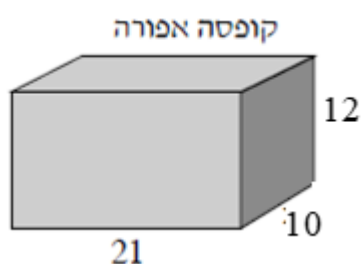
$$100 = x^2 \quad \sqrt{\quad}$$

$$\boxed{x=10} \quad \leftarrow x > 0$$

תשובה: $x = 10$ (ס"מ).

רוצי קנה קופסה אחת לבנה וקופסה אחת אפורה.
 רוצי החליט לצבוע כל קופסה השכנה לזו אחרת בצבע אדום (שטח הפנים).

נפח (V)	שטח פנים (F)	שטח מעטפת (M)	סרטוט	הגוף
$V = a \cdot b \cdot c$	$F = M + 2ab$ $F = 2(a \cdot b + b \cdot c + a \cdot c)$	סכום שטחי הפאות הצדדיות $M = 2(a \cdot c + b \cdot c)$		תיבה שמקצועות הבסיס שלה הן a ו-b והמקצוע הצדדי שלה הוא c



ד. שטח פנים של תיבה הוא סכום שטחי כל פאות התיבה.
 הנוסחה לשטח פנים היא $F = 2(a \cdot b + b \cdot c + a \cdot c)$.

הנוסחה פשוט מחברת שטחי שלוש פאות שונות ומכפילה פי 2 את הסכום.

בקופסה לבנה – המידות הן: 25 ס"מ, 12 ס"מ ו- 6 ס"מ.

$$F = 2(25 \cdot 12 + 12 \cdot 6 + 25 \cdot 6) = 1,044 \text{ סמ"ר}$$

או – לאט ופשוט:

שטח הבסיס הוא 300 סמ"ר $= 25 \cdot 12$, ושטח שני הבסיסים הוא 600 סמ"ר $= 2 \cdot 300$.

שטח פאה אחת הוא 150 סמ"ר $= 25 \cdot 6$, והשטח כולל הפאה הנגדית הוא 300 סמ"ר $= 2 \cdot 150$.

שטח פאה סמוכה הוא 72 סמ"ר $= 12 \cdot 6$, והשטח כולל הפאה הנגדית הוא 144 סמ"ר $= 2 \cdot 72$.

לסיכום, שטח הפנים של קופסה לבנה הוא 1,044 סמ"ר $= 600 + 300 + 144$.

בקופסה אפורה, עבור $x = 10$ – המידות הן: 21 ס"מ, 10 ס"מ ו- 12 ס"מ $= 1.2 \cdot 10$.

$$F = 2(21 \cdot 10 + 10 \cdot 12 + 21 \cdot 12) = 1,164 \text{ סמ"ר}$$

או – לאט ופשוט:

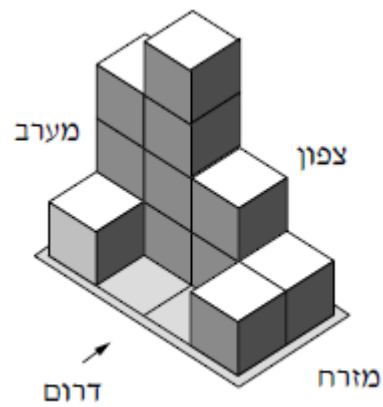
שטח הבסיס הוא 210 סמ"ר $= 21 \cdot 10$, ושטח שני הבסיסים הוא 420 סמ"ר $= 2 \cdot 210$.

שטח פאה אחת הוא 120 סמ"ר $= 10 \cdot 12$, והשטח כולל הפאה הנגדית הוא 240 סמ"ר $= 2 \cdot 120$.

שטח פאה סמוכה הוא 252 סמ"ר $= 21 \cdot 12$, והשטח כולל הפאה הנגדית הוא 504 סמ"ר $= 2 \cdot 252$.

לסיכום, שטח הפנים של קופסה אפורה הוא 1,164 סמ"ר $= 420 + 240 + 504$.

תשובה: רועי השתמש בכמות צבע גדולה יותר כדי לצבוע את הקופסה האפורה ($1,164 > 1,044$).



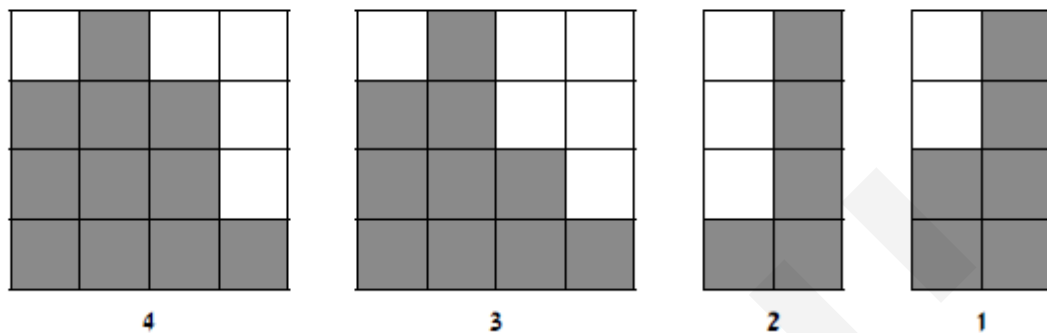
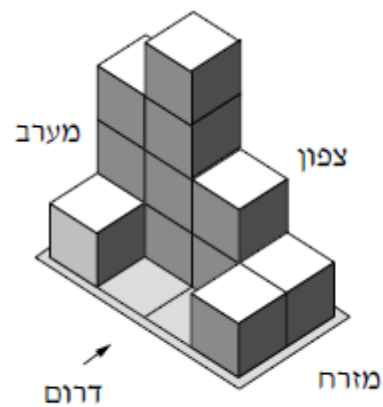
לפנינו סרטוט של מבנה מקוביות להיות.
החץ בסרטוט מסמן את המבט מלפנינו.

א. תרשים מספרים, מראה כמה קוביות יש בכל משבצת, כאשר מסתכלים מלבט לפנינו.
בלוח, שבסרטוט, יש שתי שורות וארבעה טורים.

3	4	2	1
1	0	0	1

תשובה: תרשים המספרים של המבנה, מעל.

ב. מספר הקוביות הכולל הוא: $3+4+2+1+1+1=12$.
תשובה: במבנה יש סך הכול 12 קוביות.



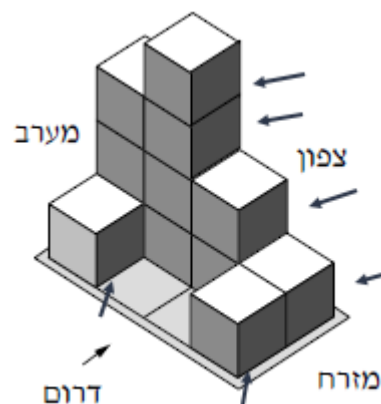
ג. לפנינו 4 סרטוטים.

(1) במבט מלפנים, מכיוון דרום, רואים מימין לשמאל גובה של קובייה אחת, 2 קוביות, 4 קוביות ו- 3 קוביות. תשובה: סרטוט 3 מייצג את המבט מלפנים של המבנה.

(2) במבט מימין, מכיוון מזרח, רואים מימין לשמאל גובה של 4 קוביות וקובייה אחת. תשובה: סרטוט 2 מייצג את המבט מימין של המבנה.

המבנה הוא מודל לבניית דירות, כאשר כל קובייה מייצגת דירה. ככל קיר חיצוני בדירה יש חלון אחד בדיוק. כאשר הקירות אין חלונות.

ד. נסמן בציור את הקוביות (המייצגות דירות) עם חלון הפונה לכיוון מזרח.



תשובה: ל- 6 דירות בבניין יש חלון הפונה לכיוון מזרח.