

פתרון הבחינה

במתמטיקה

קיץ תשפ"ג , 2023 , מועד ב', שאלון: 35371

תודה מייוחדת למר עפר ילין על כתיבת הפתרונות ועריכת קובץ זה

כמות הנפט שמפיקים במדינה מסוימת גדלה בכל שנה באחוז קבוע.

בדיאגרמה מוצגת כמות הנפט (במיליוני טונות)

שהפיקו במדינה זו בשנים 2010–2014.

הצרה: הציר האנכי, של כמות הנפט,

אינו מוצג בפרופורציה טובה, אבל מסקף את הכמויות.

א. (1) תשובה: במדינה זו הפיקו 320 מיליוני טונות נפט בשנת 2010 .

(2) במדינה זו הפיקו 370.44 מיליוני טונות נפט בשנת 2013.

ב. נמצא קודם את גורם הגדילה q , ולאחר מכן את האחוז הגדילה P .

כמת הנפט גדלה בצורה מעריכית, ותקופת הזמן היא של 3 שנים בין 2010 ל- 2013.

A_t	A_0	q	t
320	370.44	?	3

$$370.44 = 320 \cdot q^3 \quad / : 320$$

$$\frac{370.44}{320} = q^3$$

$$1.157625 = q^3$$

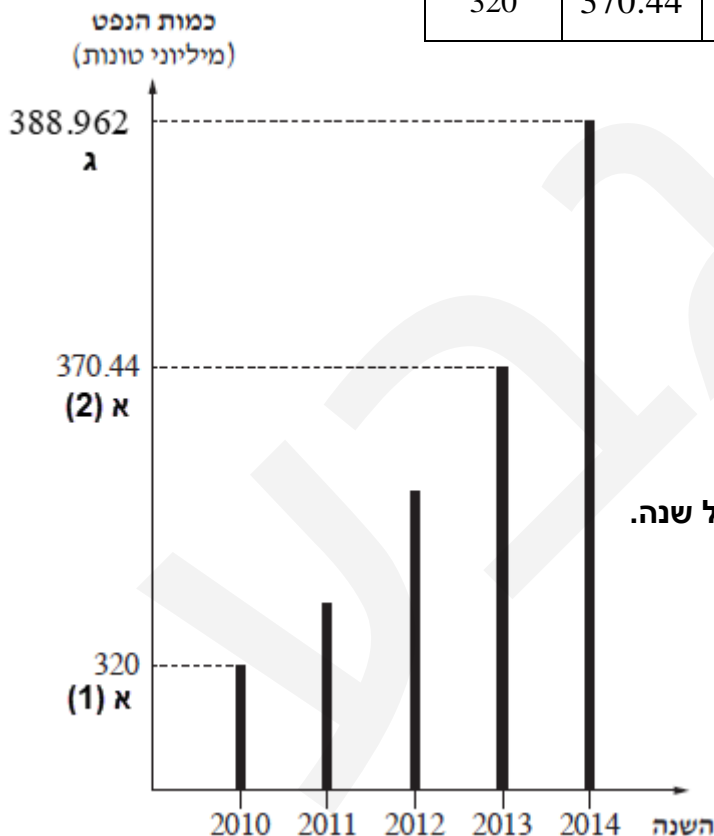
$$q = \sqrt[3]{1.157625}$$

$$\boxed{q = 1.05}$$

$$1.05 = \frac{100 + P}{100} \quad / \cdot 100$$

$$105 = 100 + P$$

$$\boxed{P = 5}$$



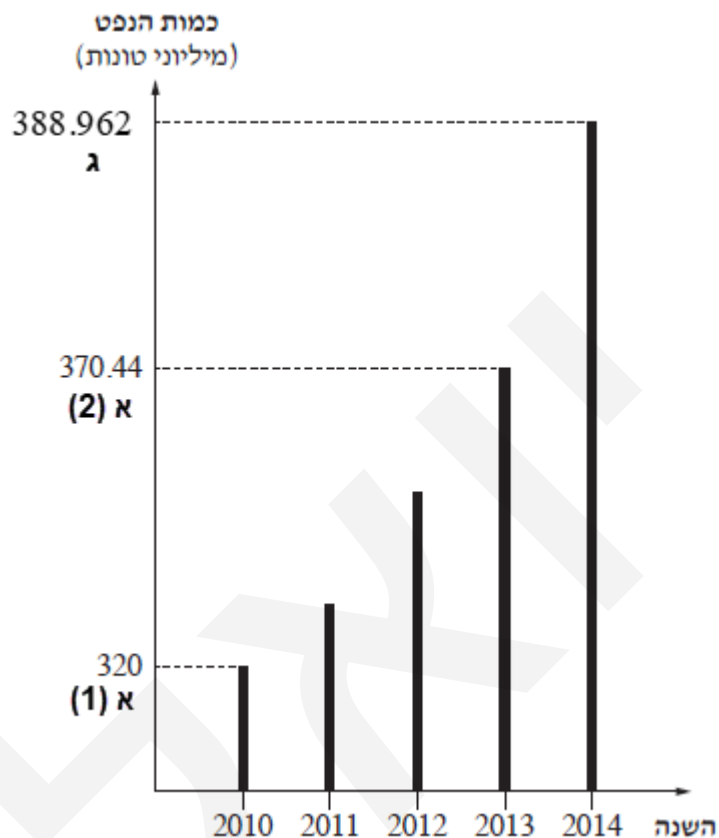
תשובה: כמות הנפט, שמפיקים במדינה זו, גדלה ב- 5% בכל שנה.

ג. עד שנת 2014 תעבורנה, משנת 2010, 4 שנים.

A_t	A_0	q	t
?	320	1.05	4

$$A_4 = 320 \cdot 1.05^4 = 388.962$$

תשובה: כמות הנפט, שהפיקו במדינה זו בשנת 2014, הייתה 388.962 מיליוני טונות.



ד. גם במדינה השכנה מפיקים נפט.

כמות הנפט, שמפיקים במדינה השכנה, קטנה בכל שנה ב- 8% .

A_t	A_0	q	t
?	388.962	0.92	3

$$q = \frac{100 - 8}{100} = \frac{92}{100}$$

$$q = 0.92$$

בשנת 2014 הפיקו בשתי המדינות אותה כמות נפט, כלומר 388.962 מיליוני טונות.

עד שנת 2017 עברו 3 שנים.

$$A_3 = 388.962 \cdot 0.92^3 = 302.88$$

תשובה: כמות הנפט, שהפיקו במדינה השכנה בשנת 2017, הייתה 302.88 מיליוני טונות.

בשק א' יש 32 כדורים, מתוכם 14 אדומים והשאר כחולים.

בשק ב' יש 35 כדורים, מתוכם 20 אדומים והשאר כחולים.

א. בשק א' יש 32 כדורים, מתוכם 14 אדומים ו- $32 - 14 = 18$ כחולים.

תשובה: ההסתברות, להוציא באקראי כדור אחד כחול משק א', היא $\frac{18}{32} = \frac{9}{16}$

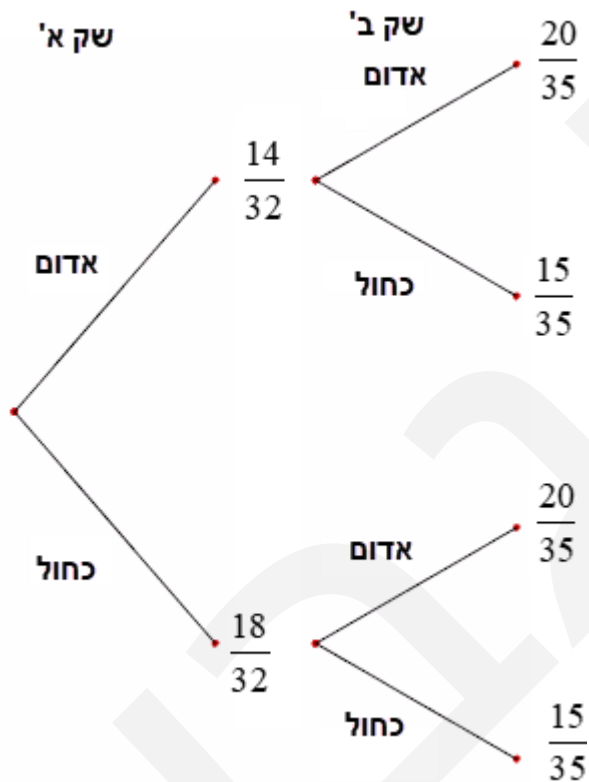
ב. נציג את עץ ההסתברויות המתאים, להוצאת כדור משק א', ולאחר מכן הוצאת כדור משק ב'.

יכולנו לבחור להוציא קודם משק ב', ולאחר מכן משק א', ללא שינוי בהסתברויות.

$$P = \frac{18}{32} \cdot \frac{20}{35} = \frac{9}{28}$$

תשובה: ההסתברות,

שנוציא כדור כחול משק א' וכדור אדום משק ב', היא $\frac{9}{28}$.



ג. בשק ג', יש 15 כדורים, מתוכם 6 סגולים ו- 9 לבנים.

מוציאים כדור אחד, לא מחזירים אותו, ומוציאים כדור שני.

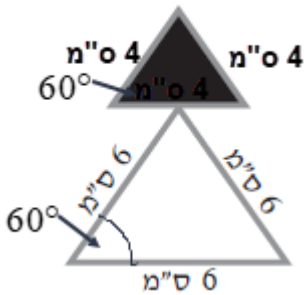
כיוון שלא מחזירים את הכדור, אז לאחר הוצאת כדור סגול נשארים 5 כדורים סגולים מתוך 14 כדורים.

$$P = \frac{6}{15} \cdot \frac{5}{14} = \frac{1}{7}$$

תשובה: ההסתברות, ששני הכדורים שהוצאו משק ג' היו בצבע סגול, היא $\frac{1}{7}$.

בגרות פג יוני 23 מועד קיץ ב שאלון 35371

מצבת תכשיט הכינה תליון לשררת, האורכה מני מופים שוי לצות.
המפל הקטן צוי מאן שורה, האוקת החוט כסל.
המפל הגדול צוי מחוט כסל הלד.



א. נסביר מדוע שני המשולשים דומים זה לזה.
 במשולש שווה צלעות שוות גם הזוויות,
 וכל אחת מהן היא בת 60° ($\frac{180^\circ}{3} = 60^\circ$).

מכאן שבשני המשולשים יש את אותן זוויות.
 לכן שני המשולשים דומים, על פי משפט דמיון זווית זווית.
 תשובה: הסברנו מדוע שני המשולשים שבתליון הם משולשים דומים.

ב. אורך הצלע של המשולש הגדול הוא 6 ס"מ.
 היקף המשולש הגדול הוא 18 ס"מ $6 \cdot 3 = 18$.

תשובה: האורך של חוט הכסף, הדרוש להכנת המשולש הגדול, הוא 18 ס"מ.

ג. יחס הדמיון בין המשולשים הוא 3:2,

כלומר כל צלע במשולש הגדול גדולה פי 1.5 $3:2 = 1.5$ מכל צלע שבמשולש הקטן.

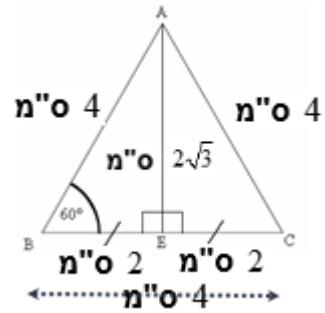
(1) אורך הצלע של המשולש הקטן הוא 4 ס"מ $6:1.5 = 4$.

תשובה: אורך הצלע של המשולש הקטן הוא 4 ס"מ.

(2) היקף המשולש הקטן הוא 12 ס"מ $4 \cdot 3 = 12$.

סך ההיקפים של שני המשולשים הוא 30 ס"מ $18 + 12 = 30$.

תשובה: האורך של חוט הכסף, הדרוש להכנת תליון אחד, הוא 30 ס"מ.



ד. במשולש שווה צלעות התיכון הוא גם גובה וגם חוצה זווית.

לכן $BE = EC = 2$ ס"מ, ו- $\angle AEB = 90^\circ$.

(1) נמצא את אורך הגובה, בשתי דרכים:

$\triangle ABE$ משפט פיתגורס

$$(AE)^2 + (BE)^2 = (AB)^2$$

$$(AE)^2 + 2^2 = 4^2$$

$$(AE)^2 + 4 = 16$$

$$(AE)^2 = 12 \quad \sqrt{\quad}$$

$$AE = 2\sqrt{3} \text{ ס"מ}$$

$\triangle ABE$

$$\sin 60^\circ = \frac{AE}{AB}$$

$$\sin 60^\circ = \frac{AE}{4} \quad / \cdot 4$$

$$4 \sin 60^\circ = AE$$

$$AE = 2\sqrt{3} \text{ ס"מ}$$

תשובה: אורך הגובה במשולש הקטן הוא $2\sqrt{3} \approx 3.464$ ס"מ

(2) נמצא את שטח המשולש ABC: $S = \frac{BC \cdot AE}{2}$

$$S = \frac{4 \cdot 2\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3} \approx 6.928 \text{ סמ"ר}$$

תשובה: השטח של המשולש הקטן הוא 6.928 סמ"ר.

בסרטוט מתוארת חצר של בית ספר מסוים.

א. נמצא את אורך הקטע CE .

$\triangle BCE$

$$\sin \angle C = \frac{CE}{BC}$$

$$\sin 52^\circ = \frac{CE}{32}$$

$$32 \sin 52^\circ = CE$$

$$CE = 25.22 \text{ מטרים}$$

תשובה: אורך הקטע CE הוא 25.22 מטרים.

ב. הנקודה M היא אמצע הקטע CE, לכן $ME = MC = 25.22 : 2 = 12.61$ מטרים.

יואב ודני משחקים כדורגל בחצר.

יואב נמצא בנקודה A, ומוצט בכדור בקו ישר לכיוונו של דני שנמצא בנקודה M.

(1) נמצא את AM באמצעות משפט פיתגורס.

$\triangle AME$

$$(AE)^2 + (ME)^2 = (AM)^2$$

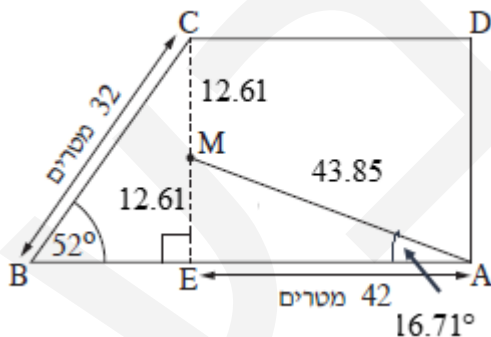
$$42^2 + 25.22^2 = (AM)^2$$

$$1,922.97 = (AM)^2$$

$$\sqrt{1,922.97} = AM$$

$$AM = 43.85 \text{ מטרים}$$

תשובה: אורך מסלול הכדור (AM) הוא 43.85 מטרים.



(2) נמצא את $\angle MAE$.

$\triangle AME$

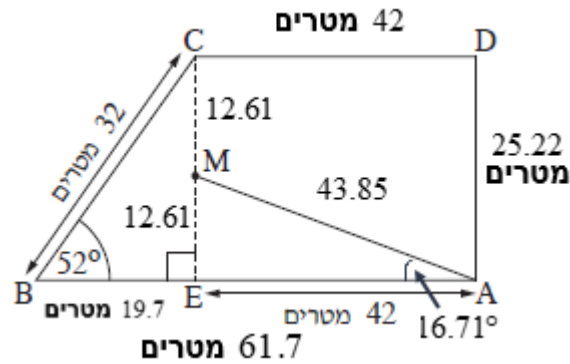
$$\tan \angle MAE = \frac{ME}{AE}$$

$$\tan \angle MAE = \frac{12.61}{42}$$

$$\angle MAE = 16.71^\circ$$

תשובה: הזווית שבין מסלול הכדור AM ובין הקטע AE ($\angle MAE$) היא 16.71° .

לאחר שיואף הצט כדור הוא הקיף הריצה את החצר (היקף ABCD).



ג. המרובע ADCE הוא מלבן, ולכן: $DA = CE = 25.22$ מטרים, $DC = AE = 42$ מטרים. נמצא את BE בשתי דרכים.

$\triangle BCE$ משפט פיתגורס

$$(BE)^2 + (CE)^2 = (BC)^2$$

$$(BE)^2 + 25.22^2 = 32^2$$

$$(BE)^2 + 636.05 = 1,024$$

$$(BE)^2 = 387.95 \quad \sqrt{\quad}$$

$$BE = 19.7 \text{ מטרים}$$

$\triangle BCE$

$$\cos 52^\circ = \frac{BE}{BC}$$

$$\cos 52^\circ = \frac{BE}{32} \quad / \cdot 4$$

$$32 \cos 52^\circ = BE$$

$$BE = 19.7 \text{ מטרים}$$

מכאן שאורך הבסיס הגדול הוא $BA = BE + EA = 19.7 + 42 = 61.7$ מטרים,

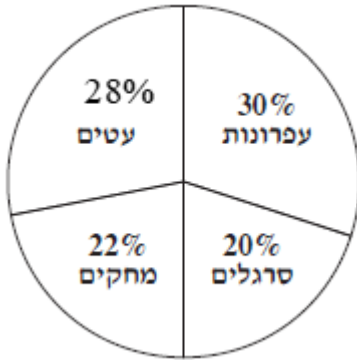
והיקף הטרפז הוא $BA + AD + DC + BC = 61.7 + 25.22 + 42 + 32 = 160.92$ מטרים.

תשובה: המרחק שרץ יואב הוא 160.92 מטרים.

החנות לאמכשירי כתיבה נמכרו ביום מסוים מוצרים מארבעה סוגים.

דיאלוג הציוף מציג את

התפלגות המכירות, באותו יום, לפי סוג מוצר



א. סך הכול יש 100% מוצרים,

לכן אחוז העטים הוא $100\% - 30\% - 20\% - 22\% = 28\%$.

תשובה: 28%, מתוך כלל המוצרים שנמכרו באותו יום, היו עטים.

ב. באותו יום נמכרו 200 מוצרים סך הכול.

מספר העטים הוא $28\% \cdot 200 = \frac{28}{100} \cdot 200 = 0.28 \cdot 200 = 56$ (אחוז מ- 200 זה 2 ו- 28% הם 56 עטים).

מספר המחקים הוא $22\% \cdot 200 = \frac{22}{100} \cdot 200 = 0.22 \cdot 200 = 44$.

מספר הסרגלים הוא $20\% \cdot 200 = \frac{20}{100} \cdot 200 = 0.2 \cdot 200 = 40$.

מספר העפרונות הוא $30\% \cdot 200 = \frac{30}{100} \cdot 200 = 0.3 \cdot 200 = 60$.

	עט	מחק	סרגל	עיפרון	
סה"כ	12	6	5	3	מחירי המוצר (בשקלים) (x)
$N = 200$	56	44	40	60	מספר המוצרים (f)

תשובה: הטבלה מעל.

ג. (1) נחשב את המחיר הממוצע כל המוצרים שנמכרו באותו יום.

נשתמש בנוסחה למציאת ממוצע: $\bar{x} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + \dots + x_n f_n}{N}$

$$\bar{x} = \frac{3 \cdot 60 + 5 \cdot 40 + 6 \cdot 44 + 12 \cdot 56}{200} = \frac{1,316}{200}$$

$$\boxed{\bar{x} = 6.58}$$

תשובה: המחיר הממוצע, של המוצרים שנמכרו באותו יום, היה 6.58 שקלים.

(2) נוסף שורה של שכיחות מצטברת, המסייעת במציאת החציון.

	עט	מחק	סרגל	עיפרון	
סה"כ	12	6	5	3	מחירי המוצר (בשקלים) (x)
N = 200	56	44	40	60	מספר המוצרים (f)
	200	144	100	60	שכיחות מצטברת
	200 – 145	144 – 101	100 – 61	60 – 1	

מספר הנתונים הוא 100, מספר נתונים זוגי, ולכן החציון יהייה הממוצע של שני הנתונים האמצעיים.

$$\text{ולכן החציון הוא הממוצע של הנתון ה- } 100 \text{ והנתון ה- } 101 . \frac{200+1}{2} = \frac{201}{2} = 100.5$$

הנתון ה- 100 הוא 5 שקלים, הנתון ה- 101 הוא 6 שקלים,

$$\text{והממוצע שלהם הוא } 5.5 \text{ שקלים} = \frac{5+6}{2} = \frac{11}{2}$$

תשובה: חציון המחירים, של המוצרים שנמכרו באותו יום, הוא 5.5 שקלים.

ד. בסוף אותו יום נמכרו בחנות 25 עטים נוספים. העטים נמכרו בהנחה של 30% לכל עט.

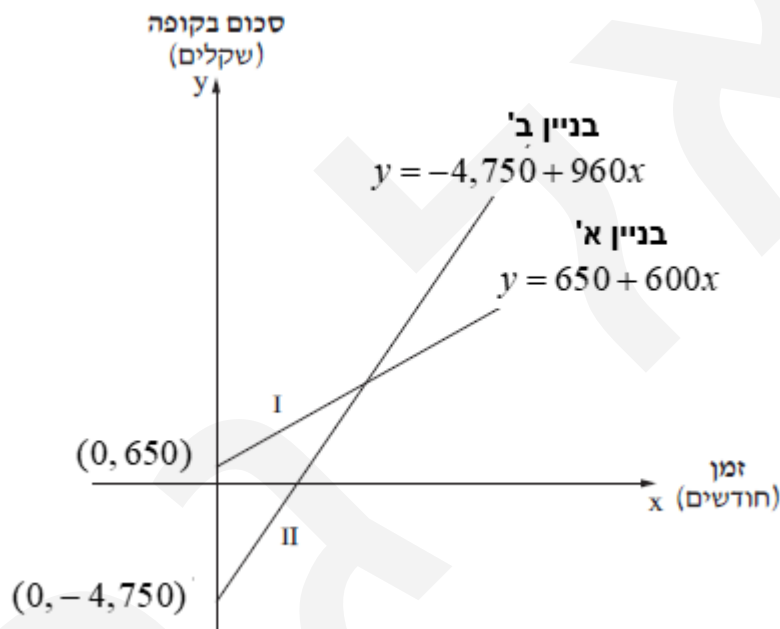
כיוון שהמחיר של העטים ירד, עקב ההנחה,

$$\text{אז המחיר החדש של העטים הוא } 8.4 \text{ שקלים} = 0.7 \cdot 12 = \frac{70}{100} \cdot 12 = \frac{100-30}{100} \cdot 12$$

מחיר זה גבוה מממוצע המחירים במהלך היום שהיה 6.58 שקלים, ולכן המחיר הממוצע גדל.

תשובה: לאחר מכירת העטים הנוספים, המחיר הממוצע של כל המוצרים שנמכרו באותו יום גדל.

לכל אחד משני בנייני מארית, בניין א' ובניין ב', יש קופת ועד.
 ביום הראשון בכל חודש אובים מן הדיירים,
 בכל אחת מן הדיורות, סכום קבוע עבור קופת הוועד.
 הארפית מתאריט את סכום הכסף שהיה בכל אחת מן הקופות
 מתחילת שנת 2020 והלאה, לפי הזמן בחודשים.



- א. בתחילת שנת 2020 היו בקופה של בניין א' 650 שקלים.
 בתחילת שנת 2020 הקופה של בניין ב' הייתה בגירעון של 4,750 שקלים $(-4,750)$.
 לכן גרף I, שיוצא מהקרן החיובית של ציר ה- y (ציר סכום הכסף) מתאר את קופת ועד א',
 וגרף II, שיוצא מהקרן השלילית של ציר ה- y (ציר סכום הכסף) מתאר את קופת ועד ב'.
 תשובה: גרף II מתאר את סכום הכסף בקופת בניין ב'.

- ב. סכום הכסף בקופה של בניין א' גדל ב- 600 שקלים בכל חודש, ולכן הביטוי $y = 650 + 600x$ מתאר אותו.
 סכום הכסף בקופה של בניין ב' גדל ב- 960 שקלים בכל חודש, ולכן הביטוי $y = -4,750 + 960x$ מתאר אותו.
 תשובה: הביטוי $y = 650 + 600x$ מתאר את סכום הכסף בקופת בניין א',
 והביטוי $y = -4,750 + 960x$ מתאר את סכום הכסף בקופת בניין ב'.

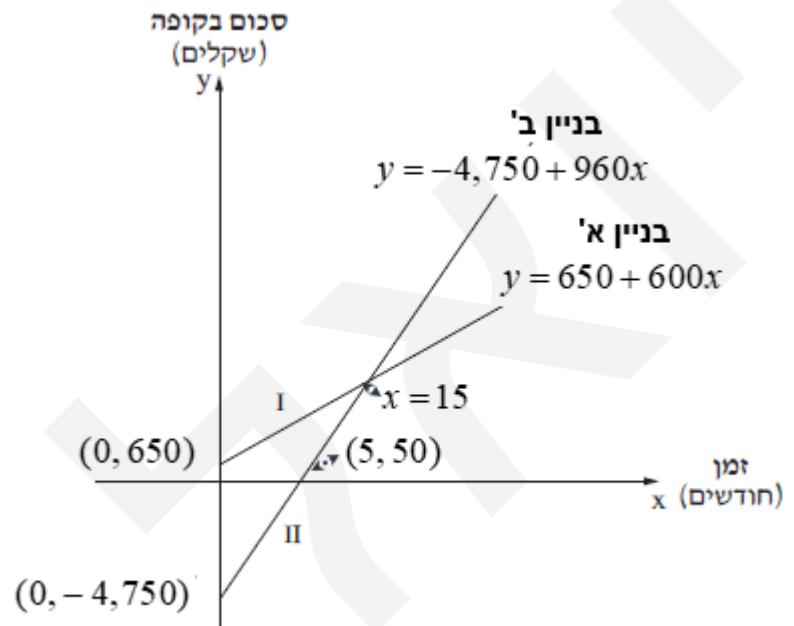
ג. הביטוי $y = -4,750 + 960x$ מתאר את סכום הכסף בקופת בניין ב'.

נציב $x = 5$ ונחשב את כמות הכסף בקופת בניין ב', כעבור 5 חודשים מתחילת שנת 2020.

$$y = -4,750 + 960 \cdot 5 = 50$$

כלומר, כעבור 5 חודשים יש בקופה 50 שקלים, ולכן כבר אין גרעון בקופת בניין ב'.

תשובה: לא, כעבור 5 חודשים מתחילת שנת 2020, הקופה של בניין ב' לא הייתה בגרעון.



ד. למציאת הזמן שבו סכום הכסף היה שווה בשתי הקופות, נפתור את מערכת המשוואות.

$$\begin{cases} y = 650 + 600x \\ y = -4,750 + 960x \end{cases}$$

$$650 + 600x = -4,750 + 960x$$

$$650 + 4,750 = 960x - 600x$$

$$5400 = 360x \quad /: 360$$

$$\boxed{15 = x}$$

תשובה: כעבור 15 חודשים מתחילת שנת 2020, הסכום בשתי הקופות היה שווה.