

## פתרון הבחינה

# במתמטיקה

קיץ תשפ"ג , 2023 , מועד מיוחד , שאלון: 35371

תודה מייוחדת למר עפר ילין על כתיבת הפתרונות ועריכת קובץ זה

**בקיבוץ יש שתי בריכות שחייה: בריכת מבוגרים ובריכת ילדים.**

**ביום מסוים החליטו לרוקן את בריכת המבוגרים ולמלא את בריכת הילדים.**

**הכרטיס הפאים מתארים את כמות המים בבריכות משעה 10:00 עד לשעה 15:00.**



א. גרף 1 מתאר את כמות המים בבריכת הילדים, כי הוא עולה ומתאר את מילוי המים בבריכת הילדים.

גרף 2 מתאר כמות המים בבריכת המבוגרים, כי הוא יורד ומתאר את ריקון המים מבריכת המבוגרים.

תשובה: גרף 1 מתאר את כמות המים בבריכת הילדים.

גרף 2 מתאר את כמות המים בבריכת המבוגרים.

ב. תשובה: כמות המים בבריכת הילדים, בשעה 10:00, הייתה 450 מ"ק.

כמות המים בבריכת המבוגרים, בשעה 10:00, הייתה 1,300 מ"ק.

ג. כמות המים בבריכת הילדים, בשעה 10:00, הייתה 450 מ"ק.

עד השעה 14:00, תעבורנה 4 שעות.

כמות המים בבריכת הילדים גדלה בכל שעה ב- 7%.

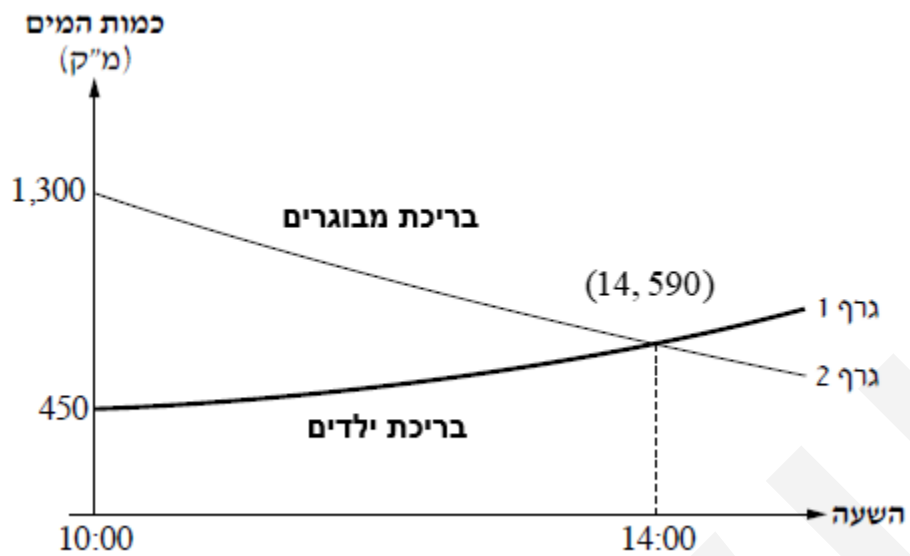
$A_t$	$A_0$	$q$	$t$
?	450	1.07	4

$$q = \frac{100+7}{100} = \frac{107}{100}$$

$$q = 1.07$$

$$A_4 = 450 \cdot 1.07^4 = 589.86 \approx 590 \text{ מ"ק}$$

תשובה: כמות המים בשעה 14:00 בבריכת הילדים הייתה  $589.86 \approx 590$  מ"ק.



ד. בשעה 14:00, כמות המים בשתי הבריכות הייתה זהה, כלומר 590 מ"ק.

כמות המים בבריכת המבוגרים קטנה בצורה מעריכית.

$A_t$	$A_0$	$q$	$t$
590	1,300	?	4

$$590 = 1,300 \cdot q^4 \quad /: 1,300$$

$$\frac{590}{1,300} = q^4$$

$$0.4538 = q^4$$

$$q = \sqrt[4]{0.4538}$$

$$\boxed{q \approx 0.82}$$

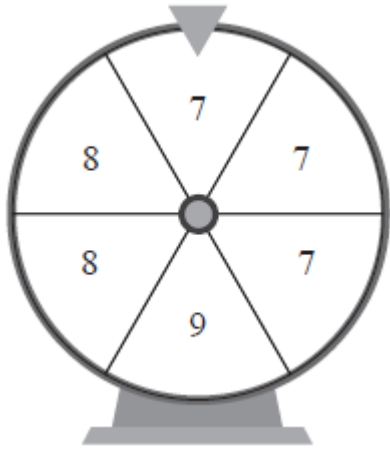
$$0.82 = \frac{100 - P}{100} \quad / \cdot 100$$

$$82 = 100 - P$$

$$\boxed{P = 18}$$

תשובה: כמות המים בבריכת המבוגרים קטנה בכל שעה ב- 18%.

האכלא מחולק ל- 6 אזרות שוות.



אזרה אחת עם המספר 9, והסתברות היא  $\frac{1}{6}$ .

שתי אזרות עם המספר 8, והסתברות היא  $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ .

שלוש אזרות עם המספר 7, והסתברות היא  $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ .

מסוייט א-ג: מסוביט את האכלא פעם אחת

א. תשובה: ההסתברות, שהגלגל ייעצר על המספר 9, היא  $\frac{1}{6}$ .

ב. תשובה: ההסתברות, שהגלגל ייעצר על המספר 8, היא  $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ .

ג. ישנם ארבע גזרות עם מספרים אי-זוגיים: גזרה אחת עם המספר 9, ושלוש גזרות עם המספר 7.

תשובה: ההסתברות, שהגלגל ייעצר על מספר אי-זוגי, היא  $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ .

מסוייט ד-ה: מסוביט את האכלא פעמיים.

ד. נחשב את ההסתברות שהגלגל ייעצר פעמיים על המספר 8.

$$P = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$$

תשובה: ההסתברות, שהגלגל ייעצר בשתי הפעמים על המספר 8, היא  $\frac{1}{9}$ .

ה. סכום המספרים הוא 16, אם נקבל פעם אחת 9 ובאחרת 7, או פעמיים 8.

$$P = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{5}{18}$$

תשובה: ההסתברות, שסכום המספרים שעליהם ייצר הגלגל יהיה 16, היא  $\frac{5}{18}$ .

א. נסביר מדוע משולש CDE דומה למשולש ABE.

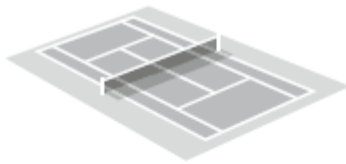
$\angle CDE = \angle ABE = 90^\circ$ , ולכן  $CD \parallel AE$  (אם זוויות מתאימות שוות אז הישרים מקבילים)

$\angle DCE = \angle BAE$  (אם ישרים מקבילים אז זוויות מתאימות שוות)

$\angle E = \angle E$  (זוויות משותפת לשני המשולשים)

לכן שני המשולשים דומים, על פי משפט דמיון זווית זווית זווית.

תשובה:  $\triangle CDE \sim \triangle ABE$ .



ב. (1) נחשב את המרחק BE באמצעות משפט פיתגורס.

$\triangle ABE$

$$(AB)^2 + (BE)^2 = (AE)^2$$

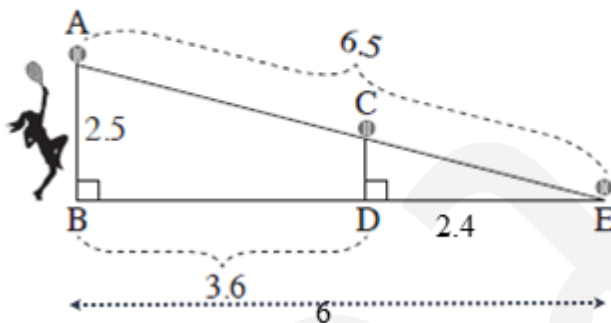
$$2.5^2 + (BE)^2 = 6.5^2$$

$$(BE)^2 = 6.5^2 - 2.5^2$$

$$(BE)^2 = 36$$

$$BE = 6 \text{ מטר}$$

תשובה: המרחק BE הוא 6 מטר.



(2) נחשב את המרחק DE.

$$DE = BE - BD$$

$$DE = 6 - 3.6$$

$$DE = 2.4 \text{ מטר}$$

תשובה: המרחק בין הרשת ובין נקודת הפגישה של הכדור עם הקרקע (DE) הוא 2.4 מטר.

ג. נמצא את יחסי הצלעות המתאימות במשולשים הדומים.

$$\frac{CD}{AB} = \frac{CE}{AE} = \frac{DE}{BE}$$

נציב את הנתונים

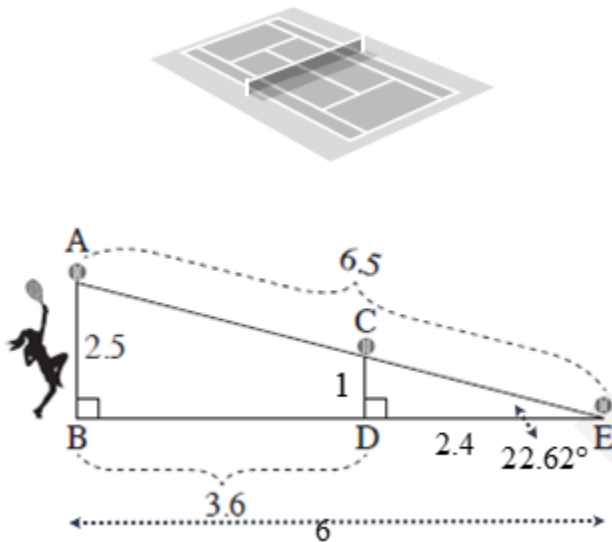
$$\frac{CD}{2.5} = \frac{CE}{6.5} = \frac{2.4}{6} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{CD}{2.5} = \frac{2}{5}$$

$$5CD = 5 \cdot 2$$

$$CD = 1 \text{ מטר}$$

תשובה: גובה הרשת (CD) הוא 1 מטר.



ד. נמצא את זווית הפגיעה של הכדור בקרקע ( $\angle AEB$ ).

$\triangle ABE$

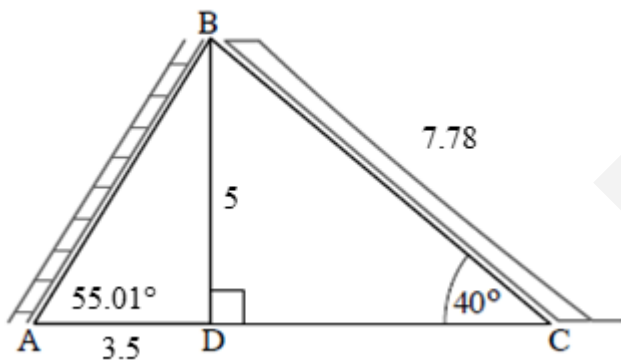
$$\sin \angle AEB = \frac{AB}{AE}$$

$$\sin \angle AEB = \frac{2.5}{6.5}$$

$$\angle AEB = 22.62^\circ$$

תשובה: זווית הפגיעה של הכדור בקרקע ( $\angle AEB$ ) היא  $22.62^\circ$ .

בסרטוט מתואר מתקן, הזן שצפופים, בצורת משולש ABC.  
 הצלע AB היא סולם הזן צופים לראש המתקן,  
 והצלע BC היא מנזלה שבה אופים לקרקע.  
 BD הוא צמוד תמיכה, המאונק לצלע AC.



א. נמצא את אורך המגלשה, את BC.

$$\begin{aligned} \triangle BDC \\ \sin \angle C &= \frac{BD}{BC} \\ \sin 40^\circ &= \frac{5}{BC} \\ BC \sin 40^\circ &= 5 \\ BC &= \frac{5}{\sin 40^\circ} \end{aligned}$$

7.78 מטרים = BC.

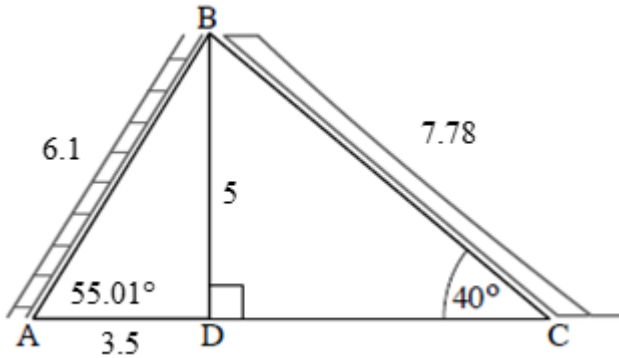
תשובה: אורך המגלשה BC הוא 7.78 מטרים.

ב. נמצא את גודל הזווית שבין הסולם ובין הקרקע (הזווית BAD).

$$\begin{aligned} \triangle ABD \\ \tan \angle BAD &= \frac{BD}{AD} \\ \tan \angle BAD &= \frac{5}{3.5} \\ \angle AEB &= 55.01^\circ \end{aligned}$$

תשובה: גודל הזווית שבין הסולם ובין הקרקע (הזווית BAD) הוא 55.01.

הצירייה החליטה להתקין מעקות בטיחות  
 משני צידי הסולם ומשני צידי המאלסה.  
 עלות מטר אחד של מעקה בטיחות היא 240 שקלים.



ג. נמצא את AB באמצעות משפט פיתגורס.

$\triangle ABD$

$$(AD)^2 + (BD)^2 = (AB)^2$$

$$3.5^2 + 5^2 = (AB)^2$$

$$37.25 = (AB)^2$$

$$\sqrt{37.25} = AB$$

$$AB = 6.1 \text{ מטרים}$$

תשובה: אורך הסולם (AB) הוא 6.1 מטרים.

ד. נחשב את עלות מעקות הבטיחות, כאשר עלות מטר אחד לשל מעקה בטיחות היא 240 שקלים.  
 נשים לב שלסולם, וגם למגלשה יש שני מעקות בטיחות, אחד מכל צד.

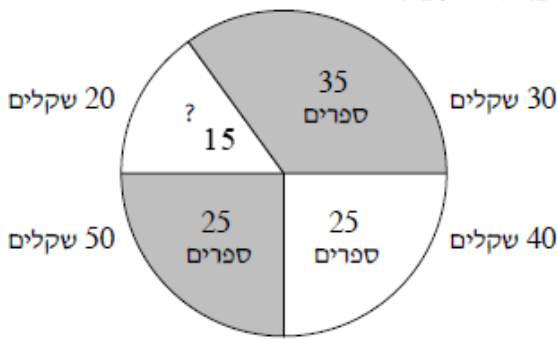
עבור המגלשה, שאורכה 7.78 מטרים, העלות היא 3,734.4 שקלים =  $2 \cdot 7.78 \cdot 240$ .

עבור הסולם, שאורכו 6.1 מטרים, העלות היא 2,928 שקלים =  $2 \cdot 6.1 \cdot 240$ .

העלות הכוללת היא:  $3,734.4 + 2,928 = 6662.4$  שקלים

תשובה: הסכום הכולל, ששילמה העירייה בעבור כל מעקות הבטיחות, הוא 6662.4 שקלים.





**החנות ספרים בדקו היום מסוים**  
**כמה ספרים נמכרו באותו יום, ומה היה מחיר כל ספר.**  
**בבדיקה נמצא שנמכרו באותו יום 100 ספרים**  
**דיאגרמת הציפוף מציגה את מספר הספרים שנמכרו,**  
**באותו יום, על פי מחיריהם.**

א. בבדיקה נמצא שנמכרו באותו יום 100 ספרים.

מספר הספרים שנמכרו במחיר של 20 שקלים הוא:  $100 - 35 - 25 - 25 = 15$ .

תשובה: באותו יום, נמכרו 15 ספרים שמחירם 20 שקלים.

ב. גבנה טבלת שכיחויות של כמות הספרים בעבור כל אחד מן המחירים.

מחירי ספרים (שקלים) ( $x$ )	20	30	40	50	סה"כ
כמות ספרים ( $f$ )	15	35	25	25	$N = 100$

תשובה: הטבלה מעל.

ג. נחשב את המחיר הממוצע של 100 הספרים שנמכרו באותו יום.

נשתמש בנוסחה למציאת ממוצע:  $\bar{x} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + \dots + x_n f_n}{N}$

$$\bar{x} = \frac{20 \cdot 15 + 30 \cdot 35 + 40 \cdot 25 + 50 \cdot 25}{100} = \frac{3,600}{100}$$

$$\boxed{\bar{x} = 36}$$

תשובה: המחיר הממוצע של ספר היה 36 שקלים.

ד. נוסף שורה של שכיחות מצטברת, המסייעת במציאת החציון.

סה"כ	50	40	30	20	מחירי ספרים (שקלים) ( $x$ )
$N = 100$	25	25	35	15	כמות ספרים ( $f$ )
	100 $100 - 76$	75 $75 - 51$	50 $50 - 16$	15 $15 - 1$	שכיחות מצטברת

מספר הנתונים הוא 100, מספר נתונים זוגי, ולכן החציון יהיה הממוצע של שני הנתונים האמצעיים.

$$\text{ולכן החציון הוא הממוצע של הנתון ה- } 50 \text{ והנתון ה- } 51 . \quad \frac{100+1}{2} = \frac{101}{2} = 50.5$$

הנתון ה- 50 הוא 30 שקלים, הנתון ה- 51 הוא 40 שקלים,

$$\text{והממוצע שלהם הוא } 35 \text{ שקלים} = \frac{30+40}{2} = \frac{70}{2}$$

תשובה: החציון של מחירי הספרים, שנמכרו באותו יום, הוא 35 שקלים.

ה. לאחר בדיקה נוספת התגלה שבאותו יום נמכרו 20 ספרים נוספים, כל אחד מהם במחיר של  $x$  שקלים.

המחיר הממוצע, של כל הספרים שנמכרו באותו יום (כולל הספרים הנוספים), היה 37 שקלים.

מכאן, ניתן לדעת כי המחיר של הספרים הנוספים היה גבוה מ-36 שקלים, כי הממוצע הכולל גדל.

סך הכול נמכרו 120 שקלים, במחיר ממוצע של 37 שקלים,

$$\text{ולכן התמורה הכוללת הייתה } 4,440 \text{ שקלים} = 120 \cdot 37 .$$

מתוכם 3,600 שקלים  $= 100 \cdot 36$  הייתה התמורה מ-100 הספרים הקודמים.

$$840 \text{ שקלים} = 4,440 - 3,600 ,$$

וכל אחד מהם נמכר במחיר של 42 שקלים  $= 840 : 20$ .

$$\text{אפשר גם: } \frac{100 \cdot 36 + 20 \cdot x}{120} = 37 \rightarrow 3,600 + 20x = 4,440 \rightarrow 20x = 840 \rightarrow \boxed{x = 42}$$

תשובה:  $x = 42$ .

הטבלה הבאה מתארת את עלות הנסיעה בכביש האגרה,

לפי סוג כלי הרכב ולפי מספר קטעי הנסיעה.

צבור נסיעה הפני הקטעים הראשונים של הדרך משלמים סכום חד פעמי.

החל מהקטע השלישי משלמים סכום קבוע, על כל קטע דרך נוסף (כמפורט בטבלה).

סוג כלי הרכב	סכום חד-פעמי בעבור שני הקטעים הראשונים	עלות בעבור כל קטע נוסף (החל בקטע השלישי)
משאית	12 שקלים	6 שקלים
מכונית פרטית	18 שקלים	4 שקלים

א. יובל, נהג משאית, נוסע לאורך 7 קטעי דרך בכביש האגרה.

על שני הקטעים הראשונים ישלם 12 שקלים, ועל החמישה הנוספים ישלם 30 שקלים =  $6 \cdot 5$ .  
 עבור כל 7 קטעי הדרך ישלם 42 שקלים =  $12 + 30$ .  
 תשובה: יובל ישלם 42 שקלים על נסיעה זו.

ב. דני נסע במכוניתו הפרטית בכביש האגרה, ושילם בעבור נסיעה זו 42 שקלים.

עבור שני הקטעים הראשונים שילם 18 שקלים.

יתרת התשלום, לקטעים הנוספים, היא של 24 שקלים =  $42 - 18$ .

לכן, מספר הקטעים הנוספים הוא  $24 : 4 = 6$ , ובסך הכול נסע 8 קטעים =  $2 + 6$ .

תשובה: דני נסע לאורך 8 קטעי דרך.

עלות בעבור כל קטע נוסף (החל בקטע השלישי)	סכום חדיפעמי בעבור שני הקטעים הראשונים	סוג כלי הרכב
6 שקלים	12 שקלים	משאית
4 שקלים	18 שקלים	מכונית פרטית

ג. נהג משאית ונהג מכונית פרטית נסעו את אותו מספר קטעים בכביש האגרה, ושילמו את אותו המחיר.

נסמן ב-  $x$  את מספר קטעי הדרך שנסעו השניים, מעבר לשני הקטעים הראשונים.

הביטוי שמייצג את התשלום של נהג המשאית הוא:  $12 + 6x$ .

הביטוי שמייצג את התשלום של נהג המכונית הפרטית הוא:  $18 + 4x$ .

המשוואה המתאימה היא:  $12 + 6x = 18 + 4x$

$$2x = 6$$

$$x = 3$$

מכאן, שהם נסעו 3 קטעי דרך נוספים, מעבר ל- 2 הקטעים הראשונים, וסך הכול 5 קטעים.

תשובה: כל אחד מן הנהגים נסע 5 קטעי דרך.

ד. החברה, המפעילה את כביש האגרה, הכריזה על מבצע

"שלמו 48 שקלים, ותוכלו לנסוע בכביש האגרה ללא תלות בסוג כלי הרכב או באורך הדרך".

עמית מתכנן לנסוע, במכוניתו הפרטית נסיעה שאורכה 9 קטעי דרך,

כלומר 7 קטעי דרך נוספים, מעבר לשני הקטעים הראשונים.

התשלום המתאים, ללא המבצע, הוא 46 שקלים  $= 18 + 4 \cdot 7$ , גבוה יותר ממחיר המבצע.

תשובה: המבצע של החברה לא משתלם לעמית.