

פתרון הבחינה

במתמטיקה

קיץ תשפ"ג, 2023, מועד מיוחד 6/6,
שאלון: 35481

מוגש ע"י צוות מורי המתמטיקה של "יואל גבע"

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



1. המרחק בין יישוב A ליישוב B הוא 65 ק"מ.
 דני יצא בשעה 8:00 מיישוב A ורכב על אופניים במהירות קבועה לכיוון יישוב B.
 יוסי יצא בשעה 9:00 מיישוב A ורכב על אופניים במהירות קבועה לכיוון יישוב B.
 מהירות הרכיבה של דני הייתה גדולה ב-4 קמ"ש ממהירות הרכיבה של יוסי.
 כאשר הגיע דני ליישוב B, היה יוסי במרחק של 33 ק"מ מיישוב A.
 ידוע שדני הגיע ליישוב B לפני השעה 11:00.
 א. מצאו את המהירות שבה רכב יוסי ואת המהירות שבה רכב דני.
 ברגע שהגיע דני ליישוב B, הקטין יוסי את מהירות הרכיבה שלו ב-6 קמ"ש והמשיך לרכוב במהירות זו עד שהגיע ליישוב B.
 ג. באיזו שעה הגיע יוסי ליישוב B?



נציג את המהירות של סגן א' וקצאה:

ק"מ	מהירות	זמן	גאור התנועה
65	$x + 4$	$t + 1$	צני $A \leftarrow B$
33	x	t	יוסי $???$

נכחן ז - מהירותו של יוסי ק"מ אור הזמן
 שיוסי הכק ב- t . נקבל שתי משוואות:



$$\begin{cases} (t+1)(x+4) = 65 \\ t \cdot x = 33 \end{cases} \rightarrow t = \frac{33}{x} \quad \underline{\text{הנקה:}}$$

$$\left(\frac{33}{x} + 1\right)(x+4) = 65$$

$$33 + \frac{132}{x} + x + 4 = 65 \quad \text{נסדר ייג:}$$

$$\frac{132}{x} + x = 28 \quad / \cdot x$$

$$132 + x^2 = 28x$$

$$x^2 - 28x + 132 = 0$$

נכריז ונקבל $x_1 = 22$, $x_2 = 6$

יצוג שדני הגיג לפני הסקה 11:00 לכן הנחיר
שאו לצולה - $\frac{65}{3}$, כלומר רק $x=22$
מראיך.

לסיכום:
המהיר של בני 26 ק"מ
המהיר של יוסי 22 ק"מ

ק. נחשב מהי הגיג בני איטוב ב:

$$\frac{65}{26} = 2.5$$

↓

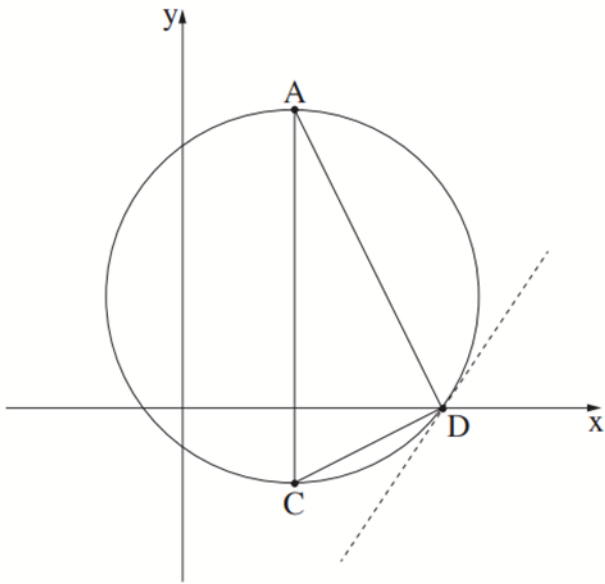


כאומר בני נסג 2.5 סקט, זאכו האיג
קטגיה טז:30 אישויב ב.

איזט נותרו 23 ק'ג ארכב מטקג זו (33-65)
ומהירג הרכיבה טאו היא כג- 16/17

כאומר ייקה או עוז טמתייק להג'ג, כאומר
יוסי יזיג קטגיה טז:30 אישויב ב.





2. המשולש ACD חסום במעגל.
 הנקודה D נמצאת על ציר ה- x .
 הצלע AC מאונקת לציר ה- x (ראו סרטוט).
 נתון: משוואת הישר AD היא $y = -2x + 14$, שיעור ה- y של הנקודה A הוא 8.
 א. מצאו את שיעורי הנקודות A ו-D.
 נתון: $CD = \sqrt{20}$, הנקודה C נמצאת ברביע הרביעי.
 ב. מצאו את שיעורי הנקודה C.
 AC הוא קוטר במעגל.
 ג. מצאו את משוואת המשיק למעגל בנקודה D.
 העבירו משיק נוסף למעגל בנקודה A.
 המשיק למעגל בנקודה A והמשיק למעגל בנקודה D נחתכים בנקודה P.
 ד. מצאו את שטח המרובע APDC.

פתרון:

$$y_A = 8 \rightarrow y = -2x + 14 \rightarrow x = 3$$

א. נקודה A:

$$\boxed{A(3, 8)}$$

$$y_D = 0 \rightarrow 0 = -2x + 14 \rightarrow x = 7$$

נקודה D:

$$\boxed{D(7, 0)}$$

ב. הישר AC מאונק לציר x, לכן $x_C = x_A = 3$.
 נתון $CD = \sqrt{20}$, לכן נשתמש בנוסחה:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \quad \text{כיון ש- } x_A = 3:$$

$$\sqrt{20} = \sqrt{(3 - 7)^2 + (y - 0)^2}$$



$$20 = 16 + y^2$$

$$y^2 = 4/5$$

נקודה בקו יונגלס:

$$y = \pm 2 \rightarrow y_c = -2 \rightarrow \boxed{C(3, -2)}$$

ד. A א דוטר בא 4, אלו נרנס היעט הו. יונגל דלט A:

$$\begin{cases} x_M = \frac{3+3}{2} = 3 \\ y_M = \frac{-2+8}{2} = 3 \end{cases} \rightarrow M(3, 3)$$

שיעור הרכיבם אנהוזה D:

$$m = \frac{3-0}{3-7} = -\frac{3}{4}$$

בשיעור מילונן ארכיוס יול קרוז - ההסקיה, אכן:

$$m \cdot (-\frac{3}{4}) = -1 \rightarrow m = \frac{4}{3}$$

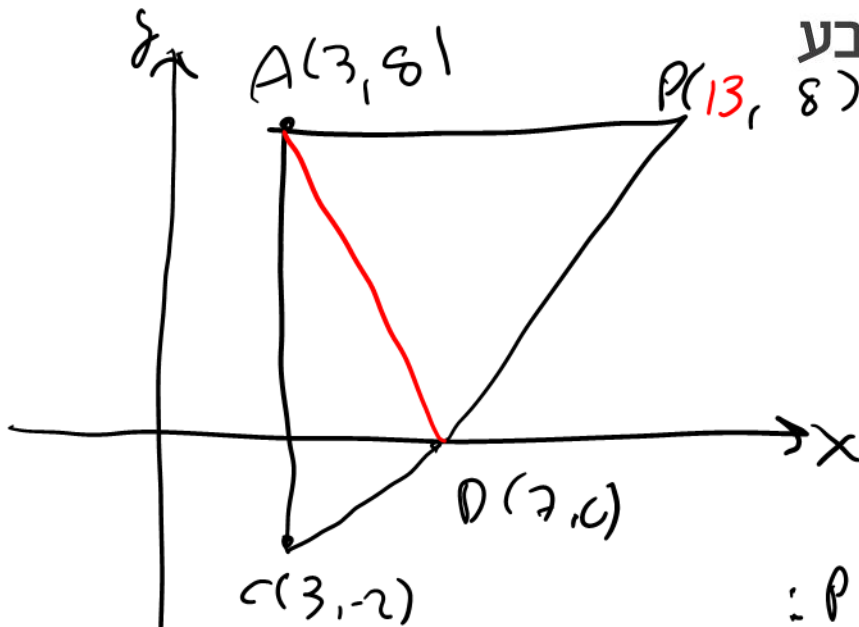
$$y - 0 = \frac{4}{3}(x - 7)$$

נכונ:

$$\boxed{y = \frac{4}{3}x - \frac{28}{3}}$$

3. (טו) א הטרופק APOC:





$y_P = y_A = 8$

הסקור (הזווית) ρ :
 השליש (הזווית) A ~ זקנה סגורה x אכרן
 (נניח) - שיטת x של (הזווית) ρ :
 $8 = \frac{4}{3} \cdot x - \frac{28}{3} / \cdot 3 \rightarrow 24 = 4x - 28$

$4x = 52$

$x = 13 \rightarrow P(13, 8)$

(חלק) - הנוסף לפני שיושם ק :

$S_{APDC} = S_{ACD} + S_{ADP}$

הקטעים של שיושם סכא A הווי AC והאורך של הווי האנך ~ D - אכרן : AC - אכרן

$S_{ACD} = \frac{(y_C - y_A) \cdot (x_D - x_A)}{2} = \frac{10 \cdot 4}{2} = 20$



הקסים של שולט
 והטובה של הנון האנגן
 AP הנון APD הנון
 :AP-2 0-2

$$S_{APD} = \frac{(x_p - x_A) \cdot (y_p - y_m)}{2} = \frac{10 \cdot 8}{2} = 40$$

לסיכום:

$$S_{APDC} = 20 + 40 = \boxed{60}$$



3. בקופסה יש 6 כפתורים אדומים ו-5 כפתורים כחולים.

דנה משחקת בכפתורים:

היא מוציאה באקראי כפתור אחד מן הקופסה. אם יצא כפתור כחול, היא מחזירה אותו לקופסה, ואם יצא כפתור אדום, היא לא מחזירה אותו לקופסה. לאחר מכן, היא מוציאה באקראי כפתור שני מן הקופסה.

א. מהי ההסתברות שדנה הוציאה שני כפתורים בצבעים השונים זה מזה?

ב. מהי ההסתברות שדנה הוציאה לכל היותר כפתור אחד אדום?

רותי ודנה משחקות יחד בכפתורים:

הן מטילות מטבע מאוזן שעל צד אחד שלו כתובה האות A ועל הצד האחר כתובה האות B.

אם מתקבלת האות A, דנה מוציאה באקראי שני כפתורים מן הקופסה באופן המתואר בפתח.

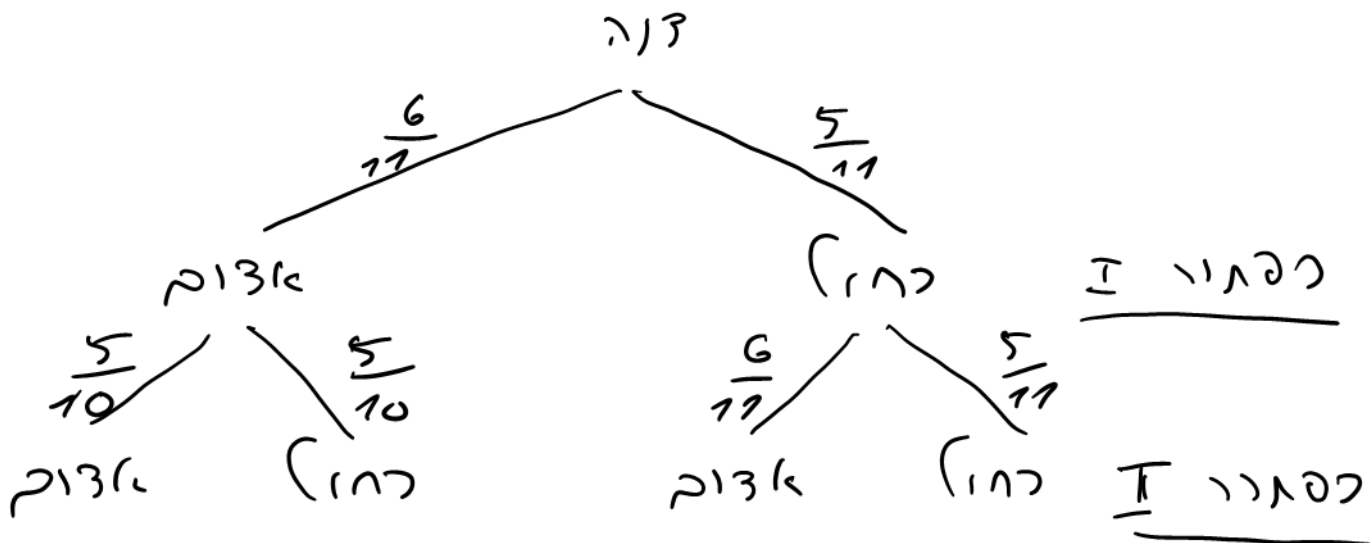
אם מתקבלת האות B, רותי מוציאה באקראי שני כפתורים מן הקופסה עם החזרה.

ג. מהי ההסתברות ששני הכפתורים שיצאו במשחק הזה היו בצבעים שונים זה מזה?

ד. ידוע ששני הכפתורים שיצאו במשחק הזה היו בצבעים שונים זה מזה.

מהי ההסתברות שהכפתור הראשון שיצא היה אדום?

פתרון: (תואר א - הנתונים בציור ג):



א. 11, 11 סיב. ראשון מחול והשני אדום או להיפך:

$$P = \frac{5}{11} \cdot \frac{6}{10} + \frac{6}{11} \cdot \frac{5}{10} = \frac{63}{121}$$

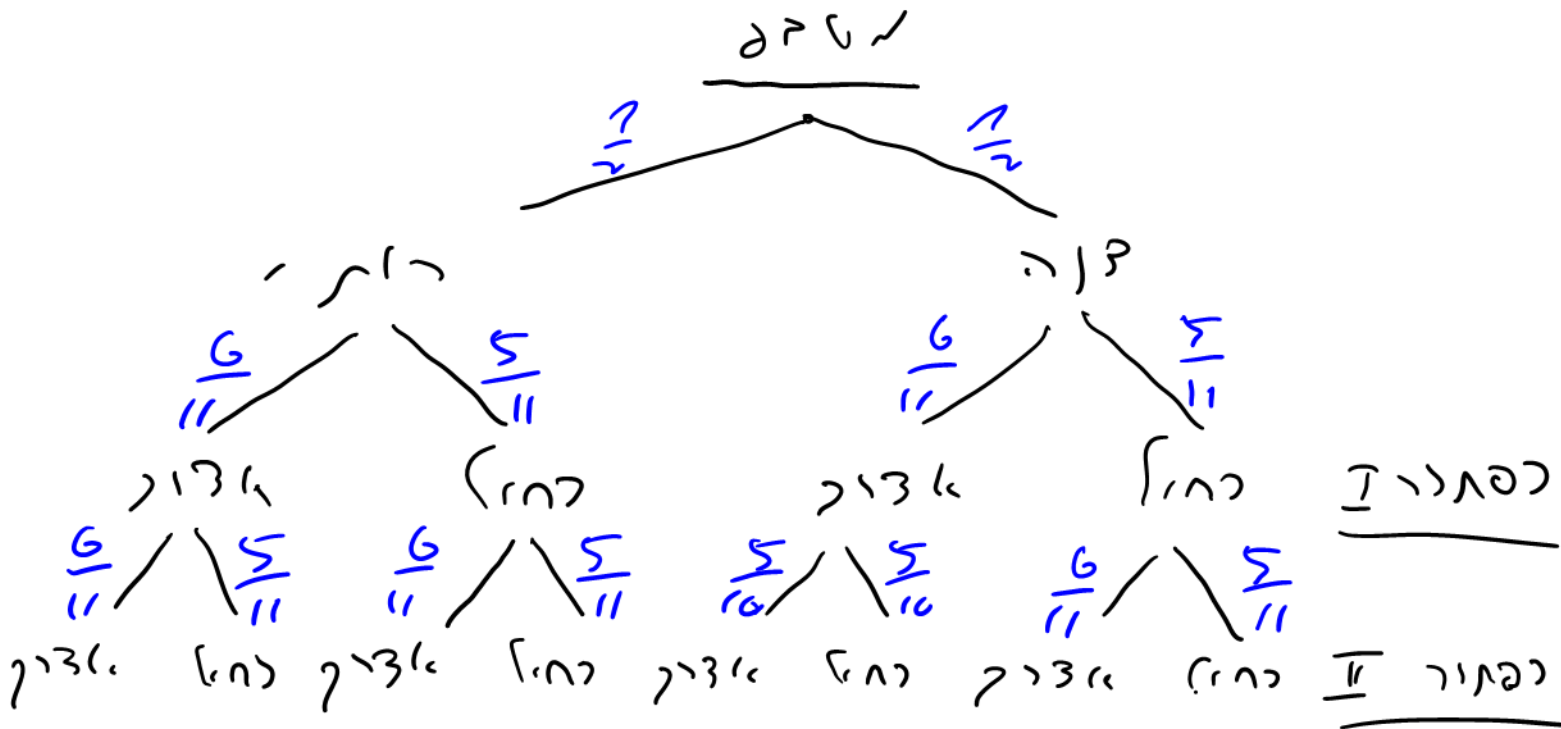
ב. (לפתח בראשון אדום):



$$P(\text{לא היונה כבוד} \mid \text{אחד אצוק}) = 1 - P(\text{שני כבודיך} \mid \text{אצוקיך}) =$$

$$= 1 - \frac{6}{11} \cdot \frac{5}{10} = \boxed{\frac{8}{11}}$$

כנת נחאיך א - הזתוניך קציאלרמת ע חצסה



d. נחקר א - כל הנסאלויך האכסרייך:

$$P = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{11} \cdot \frac{6}{11} + \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{11} \cdot \frac{5}{10} + \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{11} \cdot \frac{6}{11} + \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{11} \cdot \frac{5}{11}$$

$$\boxed{P = \frac{123}{242}}$$



3. 15 הסתברות לזאת (ה):

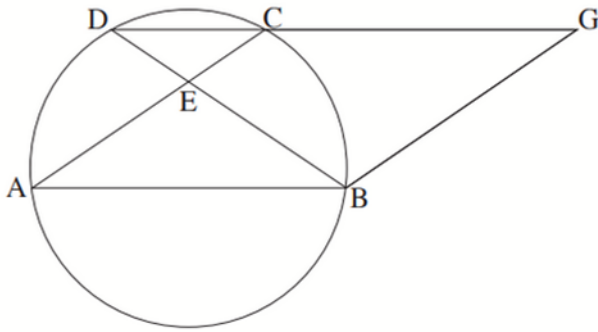
$$\begin{aligned}
 P\left(\frac{11267}{231} / \text{סוגי סונג}$$

$$\frac{P\left(\frac{11267}{231} \cap \text{סוגי סונג}\right)}{P(\text{סוגי סונג})}$$

$$P(\text{סוגי סונג})$$

$$= \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{6}{11} \cdot \frac{5}{10} + \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{11} \cdot \frac{5}{11}}{\frac{123}{242}} = \boxed{\frac{21}{41}}$$





4. נתונה מקבילית ABGC.

הקודקים A, B, C נמצאים על מעגל.

המשך הצלע GC חותך את המעגל בנקודה D.

המיתרים AC ו-DB נחתכים בנקודה E (ראו סרטוט).

א. הוכיחו כי המשולש DBG הוא שווה שוקיים.

ב. הוכיחו: $\triangle AEB \sim \triangle DBG$.

נתון: שטח המשולש DBG גדול פי 2.25 משטח המשולש AEB.

ג. מצאו את היחס $\frac{DC}{AB}$.

נתון: שטח המשולש DEC הוא 7.

ד. מצאו את שטח המרובע BECG. נמקו את תשובתכם.

פתרון:

נימוק	למה?	מספר
(1)	ABGC	(1)
סימון (שטוח קטן) הברון	~ קב"ל	(2)
סלילה היקפית הישגני	$\angle BCG = \alpha$	(3)
על יוותרתה שלם	$\angle BCG = \angle BAG = \alpha$	(4)
סלילה נכזיבית בקב"ל	$\angle BAG = \angle BGD = \alpha$	(5)
שולחן שלם	$\angle BGD = \angle BCG$	
כחל המעקה		





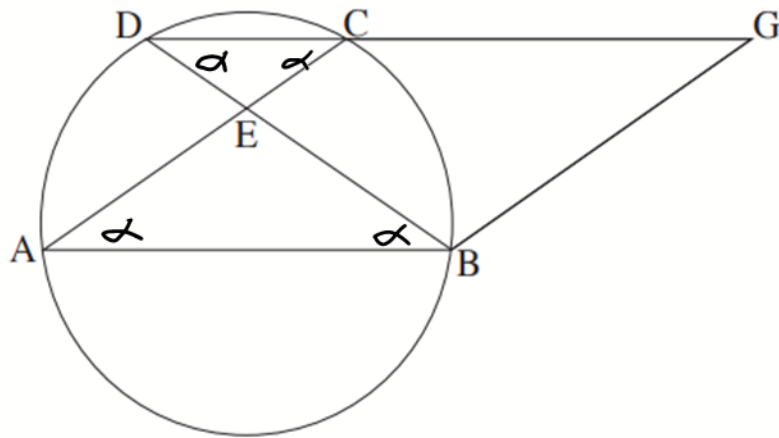
<p><u>נימוק</u></p> <p>משולש בגלל שני זוויות שלה היו שפלים שואב שיקוייג</p>	<p><u>טענה</u></p> <p>$\triangle DBC \sim \triangle GDB$ נ.ש.ל.א'</p>	<p>מספר</p> <p>(6)</p>
<p>הזכר מהקב"ל. א.א. (7)</p> <p>זווית מתחלפת בין שתי הקב"ל שלהן אם (7)</p> <p>לפי צמיון ז.ז.א. א.א. (3), (4), (5), (8)</p>	<p>$DG \parallel AB$</p> <p>$\sphericalangle ADB = \sphericalangle GDB = \alpha$</p> <p>$\triangle ADB \sim \triangle GDB$ נ.ש.ל.א'</p>	<p>(7)</p> <p>(8)</p> <p>(9)</p>
<p>נתיב</p> <p>יחס הטלחיק של משולשים צולמיג שלה אריבונג יחס הזאג השואל. א.א. (9)</p> <p>צאג נצבית בקב"ל. שלה זו א.א. 1</p>	<p>$\frac{S_{DBC}}{S_{ADB}} = 0.25$</p> <p>$\perp$</p> <p>$\frac{DG}{AB} = \sqrt{0.25} = \frac{1}{2}$</p> <p>$c_G = AB$</p>	<p>(10)</p> <p>(11)</p> <p>(12)</p>



<p style="text-align: center;"><u>ניתן יד</u></p> <p>חיבוי קטליק</p> <p>חישובי אפי (1), (2), (3), (4), (5)</p> <th data-bbox="794 219 1305 734"> <p style="text-align: center;"><u>לסוף</u></p> <p>$AB = GC + DC$</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $\frac{DC}{AB} = \frac{1}{2}$ </div> <p>א. ע. נ.</p> <th data-bbox="1305 219 1497 734"> <p style="text-align: center;"><u>לספרי</u></p> <p>(13)</p> <p>(14)</p> </th></th>	<p style="text-align: center;"><u>לסוף</u></p> <p>$AB = GC + DC$</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $\frac{DC}{AB} = \frac{1}{2}$ </div> <p>א. ע. נ.</p> <th data-bbox="1305 219 1497 734"> <p style="text-align: center;"><u>לספרי</u></p> <p>(13)</p> <p>(14)</p> </th>	<p style="text-align: center;"><u>לספרי</u></p> <p>(13)</p> <p>(14)</p>
<p style="text-align: center;">נתון</p> <p>סלולר דקדוקי של 150</p> <p>אפי (2), (8)</p> <p>שטח צמיון S.S אפי</p> <p>(10), (17)</p> <p>יחס הסטח-ק של שטחים</p> <p>צונתיק שווה אריקון יחסי</p> <p>הקצת הנטיה</p> <p>אפי 14, (18)</p> <p>חישובי אפי (15), (19)</p>	<p>$S_{DEC} = 7$</p> <p>$\angle DEC = \angle AEB$</p> <p>$\angle ABE = \angle CDE = \alpha$</p> <p>$\triangle CDE \sim \triangle ABE$</p> <p>$\frac{S_{ABE}}{S_{CDE}} = 2^2 = 4$</p> <p>$S_{ABE} = 28$</p>	<p>(15)</p> <p>(16)</p> <p>(17)</p> <p>(18)</p> <p>(19)</p> <p>(20)</p>



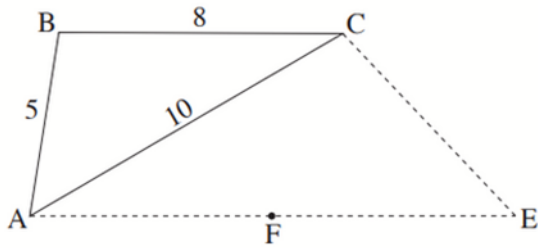
ניל זק	סענה	מבוא
חישוק. אבי (10), (20)	$S_{DBE} = 63$	(21)
חישוק טל-היג אבי (15), (21)	$S_{BCE} = 56$	(22)
	נ.ל.ז	



למידע על פסיכומטרי
ביזאל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.





5. נתון משולש ABC (ראו סרטוט).

נתון: $AB = 5$, $AC = 10$, $BC = 8$.

א. מצאו את גודל הזווית BCA.

הנקודה E נמצאת מחוץ למשולש כך שהמרובע ABCE הוא טרפז,

ומתקיים $BC \parallel AE$.

נתון: שטח המשולש ACE הוא 32.

ב. מצאו את אורך הצלע AE.

CF הוא תיכון לצלע AE במשולש ACE.

ג. מצאו את רדיוס המעגל החוסם את משולש CFA.

פתרון:

1. לשבט הדוסינוס במשולש ABC:

$$5^2 = 8^2 + 10^2 - 2 \cdot 8 \cdot 10 \cdot \cos \angle BCA$$

$$25 = 64 + 100 - 160 \cos \angle BCA$$

$$\cos \angle BCA = \frac{139}{160} \rightarrow \boxed{\angle BCA = 29.686^\circ}$$

2. $\angle EAC = 29.686^\circ$ (שני זוויות מתחלפות)

נשתמש בנוסחה לזווית במשולש ACE:

$$S_{ACE} = \frac{AC \cdot AE \cdot \sin \angle CAE}{2}$$

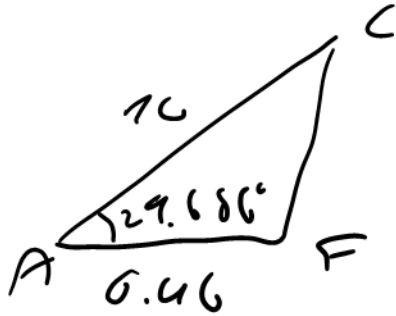
$$32 = \frac{10 \cdot AE \cdot \sin 29.686^\circ}{2}$$

$$\boxed{AE = 12.92}$$



d. $AF = CF = \frac{1}{2} AE = 6.46$ (ת. כו"ן)

מתקון בגזרת ACE :



ונחלק ל-3 אז CF
קצרים משפט הקוסינוס:

$$CF^2 = 10^2 + 6.46^2 - 2 \cdot 10 \cdot 6.46 \cdot \cos 29.68^\circ$$

$$CF^2 = 29.488$$

$$CF = 5.43$$

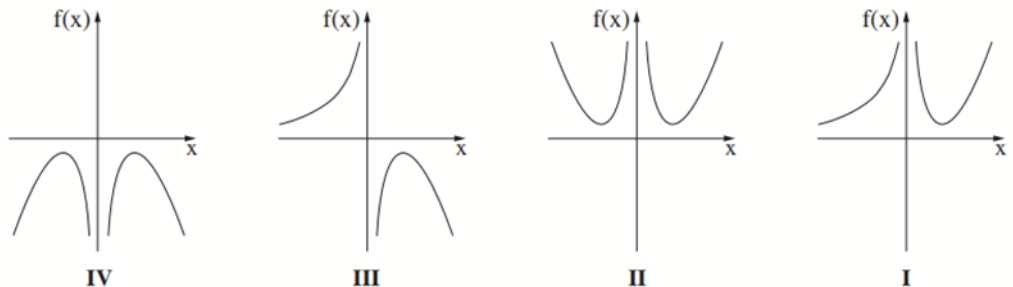
מכיון קצרים משפט הקוסינוס:

$$\frac{5.43}{\sin 29.68^\circ} = 2R \Rightarrow R = 5.48$$



6. נתונה הפונקצייה: $f(x) = \frac{16}{x^2} + x^2$.

- א. מהו תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$?
- ב. מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$ (אם יש כאלה).
- ג. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
- ד. מצאו את תחומי העלייה של הפונקצייה $f(x)$.
- ה. אחד מן הגרפים I–IV שבסוף השאלה מתאר את הפונקצייה $f(x)$. קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.
- ו. נתונה הפונקצייה $g(x) = f(x) - c$, c הוא פרמטר. הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ מוגדרות באותו תחום. נתון כי גרף הפונקצייה $g(x)$ משיק לציר ה- x .
 - (1) מצאו את הערך של c .
 - (2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$, על ידי הישר $x = 6$ ועל ידי ציר ה- x .



פתרון:

א. נכנס שווים שווים: $x \neq 0$

ב. לכל מחוק הצורה יש אסימפטוטה אנכית $x = 0$

אין אסימפטוטה אופקית.

ג. נגזרת:

$$f'(x) = \frac{0 - 2x \cdot 16}{(x^2)^2} + 2x$$

$$f'(x) = \frac{-32}{x^3} + 2x$$



$$-\frac{32}{x^3} + 2x = 0 \quad | \cdot x^3$$

נסו להזיגם ונכור:

$$-32 + 2x^4 = 0$$

$$x^4 = 16 \quad | \sqrt[4]{}$$

$$x = \pm 2$$

\downarrow
(2, 8), (-2, 8)

נהיג או - סול הנקודות:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
f'(x)	-	0	+	/	-	0	+
f(x)	↓	.	↗	/	↘	.	↗

מניחים (2, 8)
מניחים (-2, 8)

סכמ:

$$-2 < x < 2 \text{ או } x > 2$$

פ. לב. הטקסיה: תחומי עליה:

ה. הטקסיה היחיד עם שתי נקודות מינימום

הנוי II





1. נתונם הפונקציה $g(x) = f(x) - c$
 זו הנחה אנכית של הפונקציה $f(x)$.
 (א) רציף - $g(x)$ תמיד רציף. יש להכיר
 את $f(x)$ ו-8 יהיבנו את c , אכן שיעור
 ה-2 של ודונצ'ה המינימום, וואכן

$$c = 8$$

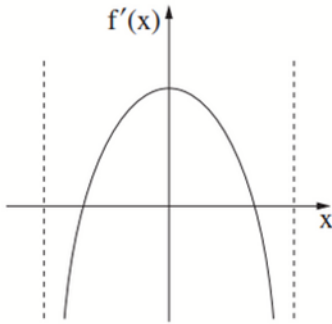
(ב) את התחום הגדולת הק $x=2$ (נדונצ'ה הישנה
 הימנית של $f(x)$) ו- $x=6$ (אחתיו)
 נחשב את האינטגרל של $g(x)$ בין $x=2$ ל- $x=6$:

$$S = \int_2^6 \left(\frac{16}{x^2} + x \right) dx = \int_2^6 (16x^{-2} + x) dx =$$

$$S = \left[16 \frac{x^{-1}}{-1} + \frac{x^2}{2} \right]_2^6 = \left[-\frac{16}{x} + \frac{x^2}{2} \right]_2^6$$

$$S = \left(-\frac{16}{6} + \frac{6^2}{2} \right) - \left(-\frac{16}{2} + \frac{2^2}{2} \right) = \boxed{74\frac{2}{3}}$$





7. $f'(x)$ היא פונקציית הנגזרת של הפונקצייה $f(x)$.
 בסרטוט שלפניכם מתואר גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
 פונקציית הנגזרת $f'(x)$ מוגדרת בתחום $-a < x < a$, הוא פרמטר.
 א. קבעו על פי הגרף כמה נקודות קיצון פנימיות יש לפונקצייה $f(x)$.
 נמקו את קביעתכם.

נתון: $f(x) = 4x \cdot \sqrt{-x^2 + 18}$

- ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
 ד. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .
 ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
 ו. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה- x , על ידי ציר ה- y ועל ידי הישר $x = 4$.

פתרון:

א. הזוג של הנאסר חמך אה ציר א קלתי.
 והזוג, זכנו יג [שתי נקודות קיצון]
 פנימיות לפונקציה

ב. $f(x) = 4x \cdot \sqrt{-x^2 + 18}$

הביטוי תחת השורש א. ש.ל.:

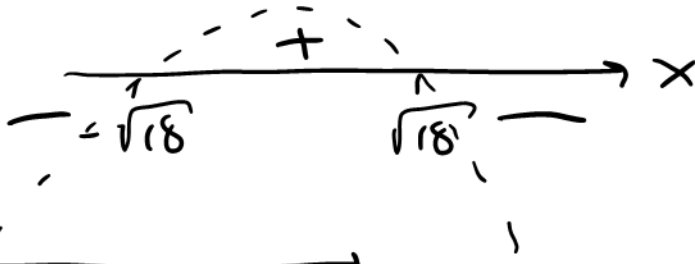
$$0 \leq -x^2 + 18$$

נסתיר את השוויון ? $-x^2 + 18 \geq 0$

$$x^2 = 18$$

$$x = \pm\sqrt{18}$$





$$-\sqrt{18} \leq x \leq \sqrt{18}$$

תחום ההגדרה (11)

ב. נגזרת:

$$f'(x) = 4 \cdot \sqrt{-x^2+18} + 4x \cdot \frac{-2x}{2\sqrt{-x^2+18}}$$

$$f'(x) = 4\sqrt{-x^2+18} - \frac{4x^2}{\sqrt{-x^2+18}}$$

$$f'(x) = \frac{4(-x^2+18) - 4x^2}{\sqrt{-x^2+18}} = \frac{72-8x^2}{\sqrt{-x^2+18}}$$

נשווה לאפס ונפתור:

$$72-8x^2=0$$

$$\downarrow$$

$$x^2 = 9 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$x = \pm 3$$

הנקודות קתחום הגדרה.

נחליק את שנייה - ה-y: $(-3, -36), (3, 36)$

נהדג את סוג הנוד(ל) :

x	$-\sqrt{18}$	-4	-3	0	3	4	$\sqrt{18}$
$f'(x)$	///	-	0	+	0	-	///
$f(x)$	0	↘	.	↗	.	↘	0





לפי הטבלה: $(3, 36)$ נקט לוק, $(-3, -36)$ לני לוק

נוסף יו- נזרל זהה: $(0, \sqrt{18})$ לני לוק
 $(0, -\sqrt{18})$ לני לוק

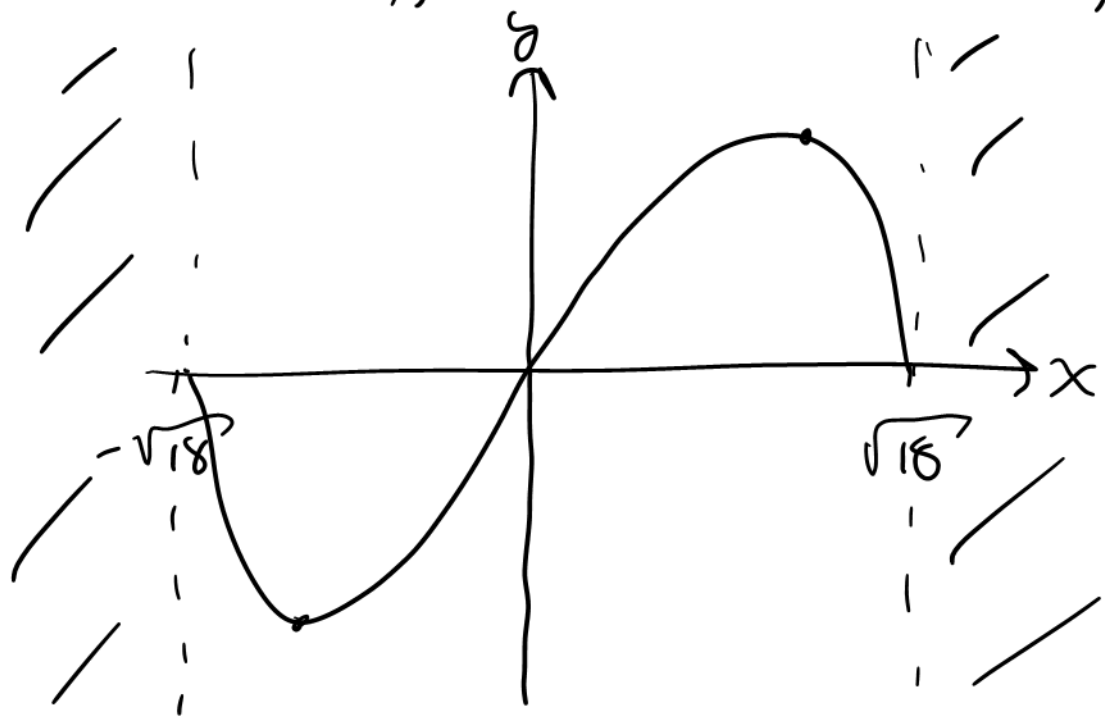
3. נבי $\epsilon = 0$ קבועה ונב אר:

$$4x \cdot \sqrt{-x^2 + 18} = 0$$

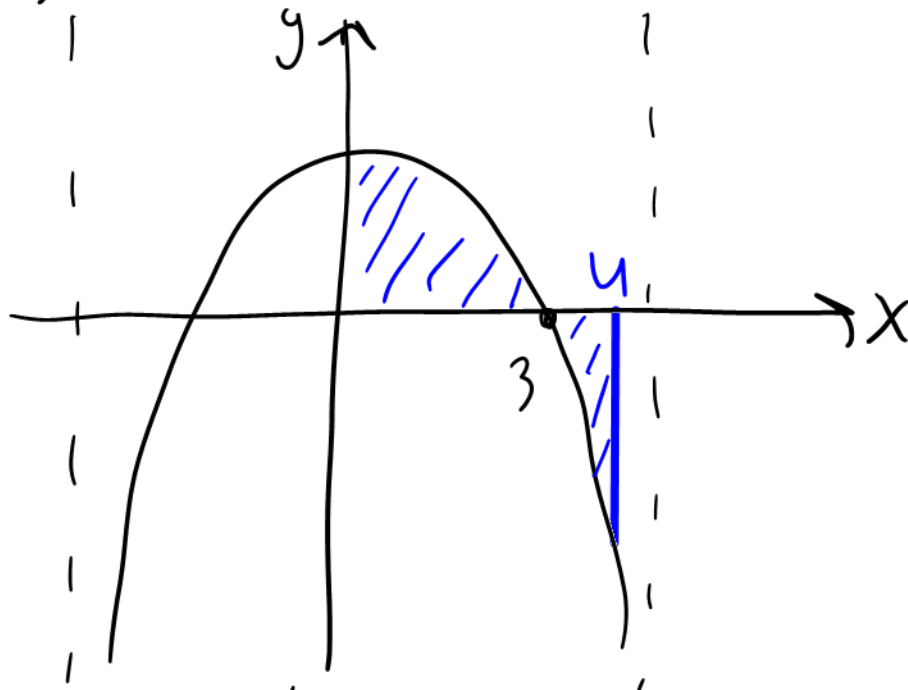
$x = 0$ $-x^2 + 18 = 0$ $x = \sqrt{18}$
 $x = -\sqrt{18}$

נסיון: $(-\sqrt{18}, 0)$, $(0, 0)$, $(\sqrt{18}, 0)$

ה. נשיל יו- זה הפונקציה:



1. קראו את הבעיה על זהירות הנאות



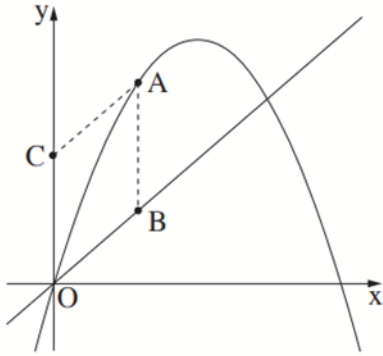
$$S = \int_0^3 f(x) dx + \int_3^4 -f(x) dx =$$

$$S = \left[f(x) \right]_0^3 + \left[-f(x) \right]_3^4 =$$

$$S = f(3) - f(0) - f(4) + f(3) =$$

$$S = 36 - 0 - 16\sqrt{2} + 36 = \boxed{72 - 16\sqrt{2} = 49.37}$$





8. נתונים הפונקציה $f(x) = -x^2 + 12x$ והישר $y = 3x$.

הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון.

הנקודה B נמצאת על הישר הנתון כך שהנקודה A

נמצאת מעליה, כמתואר בסרטוט.

O היא ראשית הצירים.

הנקודה C נמצאת על החלק החיובי של ציר ה-y

כך שהמרובע ABCO הוא מקבילית.

נסמן ב-t את שיעור ה-x של הנקודה A.

א. הביעו באמצעות t את אורך הצלע AB ואת אורך הגובה לצלע AB במקבילית.

ב. מצאו את הערך של t שבעבורו שטח המקבילית ABCO הוא מקסימלי.

פתרון:

$$AB = y_A - y_B = -t^2 + 12t - 3t = \boxed{9t - t^2} \quad 1.$$

הגובה של AB הוא שיעור ה-x של הנקודה C
 יהא אורך הצלע AB שגובהו הוא t
 והצדוק של C יהיה y:

$$\boxed{h = t}$$

ק. נקודת א-שטח הנקודה C היא נקודה t:

$$S = AB \cdot h = (9t - t^2) \cdot t = 9t^2 - t^3$$

כעת נגזור ונמצא נקודת מקסימום:

$$S' = 18t - 3t^2$$

$$18t - 3t^2 = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} t = 0 \\ t = 6 \end{array} \right.$$



$$t=6 \quad \text{לפי שאלה, ולכן}$$

נראה שזה מקסימום:

$$S'' = 18 - 6t$$

$$S''(6) = 18 - 6 - 6 = -18 < 0$$

הנזרה הפניה שלילית. ולכן יש (הזרה מקסימום).

לסיכום, גובה המקסימום של התוצאה.

