

פתרון הבחינה

במתמטיקה

קיץ תשפ"ג, 2023, מועד א, שאלון: 35582

מוגש ע"י צוות מורי המתמטיקה של "יואל גבע"

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



1. נתונה אליפסה שמשוואתה $0 < k < 6.5$, $\frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{169 - 4k^2} = 1$

הנקודה F_1 היא המוקד הימני של האליפסה, והנקודה F_2 היא המוקד השמאלי שלה.

א. הביעו באמצעות k את שיעורי הנקודות F_1 ו- F_2 .

הנקודה A נמצאת ברביע הראשון על פרבולה שמשוואתה קנונית והמוקד שלה נמצא בנקודה F_1 , כך שמתקיים: $AF_1 = 10k$.

ב. (1) הביעו באמצעות k את משוואת מדריך הפרבולה.

(2) הביעו באמצעות k את שיעורי הנקודה A .

AF_1 הוא קוטר במעגל הישר שמשוואתו $5x + 12y = 138$ משיק למעגל זה.

ג. מצאו את הערך של k .

D היא נקודה על האליפסה.

ד. קבעו אם היקף המשולש F_1AF_2 גדול מהיקף המשולש F_1DF_2 , קטן ממנו או שווה לו. נמקו את קביעתכם.

1א. $c^2 = a^2 - b^2$
 $c^2 = 169 - (169 - 4k^2)$
 $c^2 = 4k^2 \rightarrow c = \pm 2k$

$F_1(2k, 0)$ $F_2(-2k, 0)$

אפי הימין מוקד הפרבולה הוא $(2k, 0)$ וקו משוואתו $x = 2k$
 מוקד הפרבולה השמאלי הוא $(-2k, 0)$, משוואת הפרבולה היא $y^2 = 8kx$

1ב. AF_1 הוא מרחק נקודה A ממוקד הפרבולה ולכן
 הוא שווה למרחק נקודה A מהמרחק ולכן:

$x_A - (-2k) = 10k$
 $x_A = 8k$

(3) המשוואה הפרבולית:
 $y^2 = 8k \cdot 8k$
 $y = \pm 8k$ $A(8k, 8k)$ A היקף הראשון ולכן:



12. מכיוון A, F_1 היא קטור המעטף ריבוי ממשל ליה $SA = \frac{10K}{2}$ ז.א.
מכאן המעטף יגבול הנקודות אמצע קטע בין F_1, A
 $(\frac{8K+2}{2}, \frac{-0}{2}) \rightarrow$ **המעטף** $(4K, 5)$

לפי המעטף הביאומטי ריבוי ממונן למעין הנקודות היסקיה מרחיק מרכז
המצלז למעין המעטף שווה לריבוי ולכן:

$$5K = \frac{|5 \cdot 5K + 12 \cdot 4K - 138|}{\sqrt{5^2 + 12^2}}$$

$$65K = |73K - 138|$$

$$65K = 73K - 138$$

$$-65K = 73K - 138$$

$$K = 12.25$$

$$K = 1$$

(כאן $0 < K < 6.5$)

13. היקף המעטף F_1, F_2 אינו תלוי ב D מכיוון
אם נקודה S שייכת למעטף סכום מרחקים ממקומים הוא 26
 P_{F_1, F_2} קצה ושווה ל 4 ולכן $30 = 4 + 2 \cdot 13$

היקף המעטף F_1, F_2 מרכז $N-4$ $F_1, F_2 = 4-N$ $A, F_1 = 10-N$

או $A, F_2 = 10-N$ שיהא מרחק הנקודה $A(8,8)$ מהמקום המטלי $F_2(-2,1)$

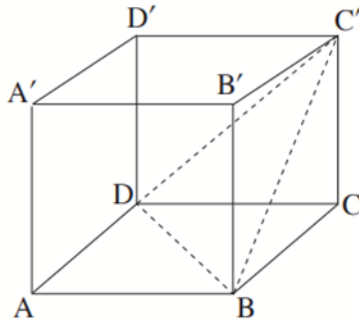
$$AF_2 = \sqrt{(8+2)^2 + (8-1)^2} = 12.8$$

$$P_{F_1, F_2} = 14 + 12.8 = 26.8$$

$$P_{F_1, F_2} < P_{F_1, F_2}$$

קצרה: ניה אהליב בממוג (מ) סכום 8 = χ זכאור שנקודה A (מ) לך ביתק האיסרה
ולכן היקף המעטף F_1, F_2 קטן מהיקף המעטף F_1, F_2





2. בסרטוט שלפניכם מתוארת הקובייה $ABCD A' B' C' D'$.

נסמן: $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{AD} = \underline{v}$, $\vec{AA'} = \underline{w}$.

א. הוכיחו כי האלכסון CA' מאונך למישור $BC'D$.

נקודה E היא מפגש התיכונים במשולש $BC'D$.

ב. (1) הביעו את הווקטור \vec{CE} באמצעות \underline{u} , \underline{v} ו- \underline{w} .

(2) הוכיחו כי הנקודות E, C ו- A' נמצאות על ישר אחד.

נתון: $D(0, 0, 0)$, $C(4, 3, 0)$, $A(3, n, p)$, ו- n, p הם פרמטרים.

שיעור ה- z של הנקודה C' הוא חיובי.

ג. (1) מצאו את שיעורי הנקודה A , והוכיחו כי $ABCD$ נמצא במישור $z = 0$.

(2) מצאו את שיעורי הנקודה C' .

ל הוא ישר החיתוך בין המישור $BC'D$ ובין המישור $BCC'B'$.

ד. מצאו הצגה פרמטרית של הישר l .

ה. מצאו הצגה פרמטרית של המישור המכיל את הישר l ואינו חותך את ציר ה- x .

פתרון

$$\vec{CA'} = \vec{CB} + \vec{BA} + \vec{AA'}$$

א. אלכסון CA' ?

$$\vec{CA'} = -\underline{v} - \underline{u} + \underline{w}$$

נראה שהישר l הוא מישור $z=0$ ויש לו נורמל $\vec{n} = (0, 0, 1)$.
 שניק ב- $z=0$ מישור $z=0$.

אני שמתחילת נשיק את l ונראה שהישר l הוא $z=0$.

$$\left. \begin{aligned} \underline{u} \cdot \underline{v} &= \underline{u} \cdot \underline{w} = \underline{v} \cdot \underline{w} = 0 \\ \underline{u} \cdot \underline{u} &= \underline{v} \cdot \underline{v} = \underline{w} \cdot \underline{w} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{תכונות} \\ \text{הקובייה} \end{array}$$



כנת:

$$\vec{BD} = \vec{BC} + \vec{CD} = \underline{v} - \underline{u}$$

$$\vec{BC}' = \vec{BC} + \vec{CC}' = \underline{v} + \underline{u}$$

נכא:

$$\vec{CA}' \cdot \vec{BD} = (-\underline{v} - \underline{u} + \underline{u}) \cdot (\underline{v} - \underline{u})$$

$$= -\underline{v} \cdot \underline{v} + \underline{u} \cdot \underline{u} = 0 \rightarrow \boxed{\vec{CA}' \perp \vec{BD}}$$

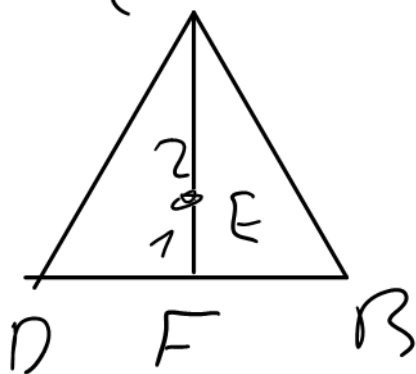
$$\vec{CA} \cdot \vec{BC}' = (-\underline{v} - \underline{u} + \underline{u}) \cdot (\underline{v} + \underline{u}) =$$

$$= -\underline{v} \cdot \underline{v} + \underline{u} \cdot \underline{u} = 0 \Rightarrow \boxed{\vec{CA}' \perp \vec{BC}'}$$

נכאן להאזכסון יאא נאונן לאישור

מיאב נשוא שהיא נאונן אשנ זקלאניק
שוניק בנשור

הנשורל מיאב שורה באג: c'



נסמן א- אגה BD

\vec{CF} נקולה E

נחלק א- התיכון CF

ביחס $2:1$



כאן:

$$\begin{aligned} \vec{CE} &= \vec{CC'} + \vec{C'E} = \underline{u} + \frac{2}{3} \vec{C'F} \\ &= \underline{u} + \frac{2}{3} (\vec{C'C} + \vec{CB} + \vec{BF}) = \\ &= \underline{u} + \frac{2}{3} (-\underline{u} - \underline{v} + \frac{1}{2} \vec{BD}) = \\ &= \underline{u} + \frac{2}{3} (-\underline{u} - \underline{v} + \frac{1}{2} (\vec{BA} + \vec{AD})) \\ &= \underline{u} + \frac{2}{3} (-\underline{u} - \underline{v} + \frac{1}{2} (-\underline{u} + \underline{v})) \\ &= \underline{u} + \frac{2}{3} (-\underline{u} - \frac{1}{2}\underline{v} - \frac{1}{2}\underline{u}) = \frac{1}{3}\underline{u} - \frac{1}{3}\underline{v} - \frac{1}{3}\underline{u} \end{aligned}$$

$$\boxed{\vec{CE} = \frac{1}{3}\underline{u} - \frac{1}{3}\underline{v} - \frac{1}{3}\underline{u}} \quad \text{תשובה ב' (1)}$$

$$\vec{CE} = \frac{1}{3}(\underline{u} - \underline{v} - \underline{u}) = \frac{1}{3} \vec{CA} \quad (2)$$

\vec{CE} תלוי ליניאר ב \vec{CA} ולכן
בנקודה C, A - E ישרים

2. נתון: $A(3, 4, 0)$, $C(4, 3, 0)$, $D(0, 0, 0)$

1) $\vec{DA} \perp \vec{DC}$ ✓, תהיכי!

$$\vec{DA} \cdot \vec{DC} = 0$$



$$2) |\vec{DA}| = |\vec{DC}|$$

$$\vec{DA} = A - D = (3, h, p)$$

כגח:

$$\vec{DC} = C - D = (4, 3, 0)$$

↓

$$1) (3, h, p) \cdot (4, 3, 0) = 0 \rightarrow 12 + 3h = 0$$

$$h = -4$$

$$2) \sqrt{3^2 + h^2 + p^2} = \sqrt{4^2 + 3^2 + 0^2}$$

$$9 + 16 + p^2 = 16 + 9 \rightarrow p = 0$$

$$\boxed{A(3, -4, 0)}$$

כאמר:

אם כיוון ששלוש הנקודות A, B, C הן קוטר

הן הנשיא של המעגל $z = 0$ והן על המישור $z = 0$

כלומר $AB \subset \text{המעגל}$ $z = 0$.

(2) ייתכן שיש נקודה P על המישור $z = 0$ ו- A, B, C הן קוטר

לכן יש נקודה P על המישור $z = 0$ ו- A, B, C הן קוטר

הנקודה P היא $(4, 3, z)$ ו- $z = 0$



$$|\overrightarrow{CC'}| = |DC|$$

נכון:

$$\overrightarrow{CC'} = C' - C = (0, 0, z)$$

נכון:

$$\sqrt{0^2 + 0^2 + z^2} = \sqrt{4^2 + 3^2}$$

$$z^2 = 25 \quad \sqrt{\quad}$$

$$z = 5$$

נתון שסעיף z חיובי, כאן:

$$\boxed{C'(4, 3, 5)}$$

3. יש לה החיזון בין המישורים הווה.
 BC' נמצא ב-1 והוא זוויה B :

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \rightarrow B - A = C - D$$

$$(x, y, z) - (3, -4, 0) = (4, 3, 0)$$

$$z = 0, y = -7, x = 7$$

$$B(7, -7, 0) \quad \text{נכון כן}$$



נרסוק ו- ההלכה הפרמטרי של

ה-סר ל:

יהאור הכיוון:

$$\vec{a} - \vec{b} = (-3, 4, 5)$$

$\lambda = 1$:

$$l: \underline{x} = (7, 1, 0) + t(-3, 4, 5)$$

ה- כבי שהמשור לא יחתון א- קיר א
הוא צדק זהו- מקבל פיר א
זכנ והאר כיוון ואחז יהיה
פ- ציר א:

$$\underline{x} = (7, 1, 0) + t(-3, 4, 5) + \lambda(1, 0, 0)$$

כ-א ה שהמשור אינו חוזר א, פיר א:

$$\underline{x} = (7 - 3t + \lambda, 1 + 4t, 0 + 5t)$$

נקודה ג- פיר א היא מקורה (0, 0, 0)
כ-א, שיעור ע ושיעור ז של הנקודה לריהם
להיות אפס:



$$\begin{cases} -1 + 4t = 0 \\ 5t = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{4} \\ t = 0 \end{cases}$$

למעשה אין פתרון, כאלוהי הנישור אינו
 חזק יא-3 א.

לכיוון, הנישור המקיף הוא

$$\boxed{x = (7, -1, 0) + t(-3, 4, 5) + s(1, 0, 0)}$$



3. נתונה המשוואה $z^3 = \frac{1}{z^3}$, z הוא מספר מרוכב.
נתון גם כי המספר z_0 הוא אחד מפתרונות המשוואה וכי הוא מיוצג על ידי נקודה הנמצאת ברביע הרביעי במישור גאוס.
- מצאו את המספר המרוכב z_0 .
 - הנקודות A, B, C מיוצגות במישור גאוס על ידי המספרים המרוכבים $d \cdot z_0, d \cdot z_0^2, d \cdot (z_0)^4$ בהתאמה, $d > 0$ הוא פרמטר.
נתון כי שטח המשולש ABC הוא $5d + 6$.
 - מצאו את הערך של d .
 - נגדיר: $w = \left((z_0)^2 - \frac{1}{(z_0)^2} \right) (1 + i)$.
 - מצאו את $|w|$ ואת הארגומנט (הזווית) של w .
 - נתון כי המספר w^n (הוא מספר טבעי) הוא מספר מדומה טהור, ונמצא מחוץ למעגל החוסם את המשולש ABC .
 - מצאו את הערך המינימלי האפשרי של n .

פתרון:
א. ראשית נפתור את המשוואה באופן כללי:

$$z^3 = \frac{1}{z^3} \Rightarrow z^6 = 1$$

נביטח את המשוואה לזוג שוויון

$$z^6 = 1 \Rightarrow z^6 = cis\ 0 \implies z_k = cis\left(\frac{0}{6} + \frac{360}{6} \cdot k\right)$$

$$z_k = cis\ 60k, \quad k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$$

נמנה כי z_0 הוא אחד מהמספרים המשוואה והוא מיוצג על ידי נקודה הנמצאת ברביע הרביעי במישור גאוס. מכאן נובע שבחור צווית $60k$

$$270 < 60k < 360 \quad \text{המקיים}$$

$$4.5 < k < 6$$

$$\downarrow k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$$

$$k = 5$$

מכיוון שמדובר בשוויון היתרה מסדר 6, המוקד של z הוא 1 כלל.

$$z_0 = cis(5 \cdot 60) = cis\ 300 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$$



הנקודות A, B, ו-C מיוצגות במישור גאוס על ידי המספרים המרוכבים $d \cdot z_0$, $d i \cdot z_0$, ו- $d \cdot (z_0)^4$ בהתאמה, $d > 0$ הוא פרמטר.

נתון כי שטח המשולש ABC הוא $5d + 6$.

ב. מצאו את הערך של d.

א. פתרו את המשוואה.

A: $d z_0 = d \operatorname{cis} 300^\circ$

היכבדו ב- d - כלומר משמעה "מחזיק" הקטע הראשי אל הנק' המיוצגת אחר כך ב- d .

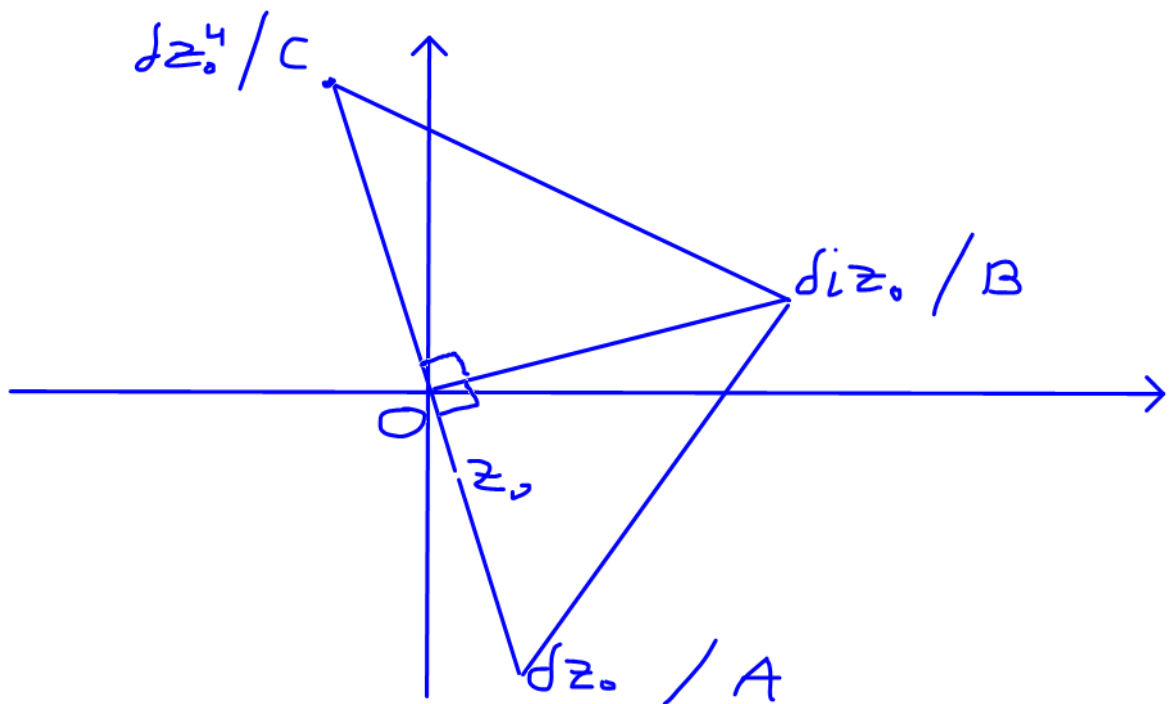
B: $d i z_0 = d \operatorname{cis} 90^\circ \cdot \operatorname{cis} 300^\circ = d \operatorname{cis} 390^\circ = d \operatorname{cis} 60^\circ$

"מחזיק" 30° + סיבוב הקטע ב- 90° סביב הראשית נשד כיוון השעון.

C: $d z_0^4 = d (\operatorname{cis} 300^\circ)^4 = d \operatorname{cis} 1200^\circ = d \operatorname{cis} 120^\circ$

↑
De-Moivre

שוק, מחזיק 30° + סיבוב הקטע הראשי אחר הואשית עם הנק' B ב- 90° סביב הראשית נשד כיוון השעון. נוסף שואל:



נמון ס - האסימטריות הקטנה.
מקורר במסלול שמה שוקיים. שכן מאורנו ונקטאים $OA=OC=d$
!- אם היו גובה AC-5 (גש הצווית הישרה) שהיו גם תיכון.
נבד את שטח המסלול באמצעות זנשנה נמון:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot OB = \frac{1}{2} d \cdot d = d^2$$

$$S_{\triangle ABC} = 5d + 6 \quad \text{נמון:}$$

↓

$$d^2 = 5d + 6$$

$$d^2 - 5d - 6 = 0$$

$$(d+1)(d-6) = 0$$

↓ נמון: $d > 0$

$$\boxed{d=6}$$

נגדיר: $w = \left((z_0)^2 - \frac{1}{(z_0)^2} \right) (1+i)$

ג. מצאו את $|w|$ ואת הארגומנט (הזווית) של w .
נעזר את הבינום:

$$z_0^2 = (cis 300^\circ)^2 = cis 600^\circ = cis 240^\circ$$

↑
De-Moivre

$$-\frac{1}{z_0^2} = -\frac{1}{cis 240^\circ} = -cis(-240^\circ)$$

$$\downarrow z - \bar{z} = 2i \operatorname{Im}(z), \quad cis(-240^\circ) = \overline{cis 240^\circ}$$

$$cis 240^\circ - cis(-240^\circ) = 2i \sin 240^\circ$$





כשר
 $1+i = \sqrt{2} \operatorname{cis} 45^\circ$ נכון:

$$w = (2i \sin 240) \sqrt{2} \operatorname{cis} 45^\circ = -\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \cdot \underbrace{\operatorname{cis} 135^\circ}_i =$$

$$= \underbrace{\operatorname{cis}(-180)}_{-1} \cdot \sqrt{6} \cdot \operatorname{cis} 135^\circ = \sqrt{6} \cdot \operatorname{cis}(-45^\circ)$$

נכון:

$|w| = \sqrt{6}$, $\arg(w) = -45^\circ$

או ט וסבר של נקוד שאיננו הנ"ל.

נתון כי המספר w^n (n הוא מספר טבעי) הוא מספר מדומה טהור, ונמצא מחוץ למעגל החוסם את המשולש ABC.
 ד. מצאו את הערך המינימלי האפשרי של n.

אם תהליך התהוותם של הנקודות A, B, C, D זהה, נסיק:

כלומר, אורך הקוים המצטרפים החוסם את המשולש ABC יהיו 6.

לכן יהיו קיים קשרים - קרויבם זה מתקיים גם כן: $6 < |w^n|$

אם: $\operatorname{Re}(w^n) = 0$

De-Moivre

$$w^n = (\sqrt{6} \operatorname{cis}(-45^\circ))^n = \sqrt{6}^n \cdot \operatorname{cis}(-45^\circ \cdot n) = 6^{\frac{n}{2}} \cdot \operatorname{cis}(-45^\circ \cdot n)$$

$$|w^n| = 6^{\frac{n}{2}}, \quad \operatorname{Re}(w^n) = 6^{\frac{n}{2}} \cdot \cos(-45^\circ \cdot n)$$

נזקק במערכת הקוטבית (מאופקת) נצטרף:

$$6 < 6^{\frac{n}{2}} \quad \text{אם} \quad 6^{\frac{n}{2}} \cdot \cos(-45^\circ \cdot n) = 0 \quad / : 6^{\frac{n}{2}} >$$



$$6 < 6^{\frac{n}{2}}$$

$$1 < \frac{n}{2} \quad / :2$$

$$2 < n$$

ולכן

$$\cos(-45 \cdot n) = 0$$

$$-45 \cdot n = 90 + 180 \cdot k \quad (k \text{ שלם})$$

$$n = -2 - 4k$$

קטן מ מינימלי: כִּרְצֵה.

$$k = -2 \text{ מקבל}$$

$$n_{\min} = 6$$

הארה: עבור ערכי א יורדים הרי ערכי n מגדלים סדרה חשבונית עולה. וכן עבור א מינימלי המקיים את הדרישה מקבל ערך n מינימלי כִּרְצֵה.



4. נתונה הפונקצייה $f(x) = (e^x - 1)^n - 4$, המוגדרת לכל x . n הוא מספר טבעי גדול או שווה ל-2. ענו על סעיף א עבור n זוגי ועבור n אי-זוגי.

- א. (1) מצאו את משוואת האסימפטוטה האופקית של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן (אם יש כאלה).
 (3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ענו על הסעיפים ב-ג עבור $n = 2$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = 6e^x - 10$, המוגדרת לכל x .

- ב. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך שבין גרף הפונקצייה $f(x)$ ובין גרף הפונקצייה $g(x)$.
 (2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$ ועל ידי גרף הפונקצייה $g(x)$.

נתונה הפונקצייה $h(x) = |f(x)|$, המוגדרת לכל x .

- ג. (1) כמה נקודות קיצון יש לפונקצייה $h(x)$? מצאו את שיעורי הנקודות הללו, וקבעו את סוגן.
 (2) מצאו את תחום הערכים של k שעבורו הישר $y = k$ חותך את גרף הפונקצייה $h(x)$ ב-3 נקודות.

4 א (1)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (e^x - 1)^n - 4 = \infty - 4 = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (e^{-\infty} - 1)^n - 4 = (-1)^n - 4$$

סדרה n אי-זוגי	סדרה n זוגי
$(-1)^n - 4 =$	$(-1)^n - 4 =$
$-1 - 4 = -5$	$1 - 4 = -3$
$y_{\leftarrow} = -5$	$y_{\leftarrow} = -3$

10 (2)

$$f'(x) = n(e^x - 1)^{n-1} \cdot e^x$$

$$n e^x (e^x - 1)^{n-1} = 0$$

$e^x = 1$
 $x = 0$

סדרה n זוגי			סדרה n אי-זוגי		
x	$x < 0$	$x > 0$	x	$x < 0$	$x > 0$
$f'(x)$	+	+	$f'(x)$	-	+
$f(x)$	↗	↗	$f(x)$	↘	↗

סדרה n אי-זוגי
 קיצונית תמיד הולכות
 ולק $f(x)$ תמיד אילן.

$$f'(x) = n(e^x - 1)^{n-1} \cdot e^x$$

$$f'(-1) = n \left(\frac{1}{e} - 1\right)^{n-1} \cdot \frac{1}{e}$$

למידע על פסיכומטרי
 ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



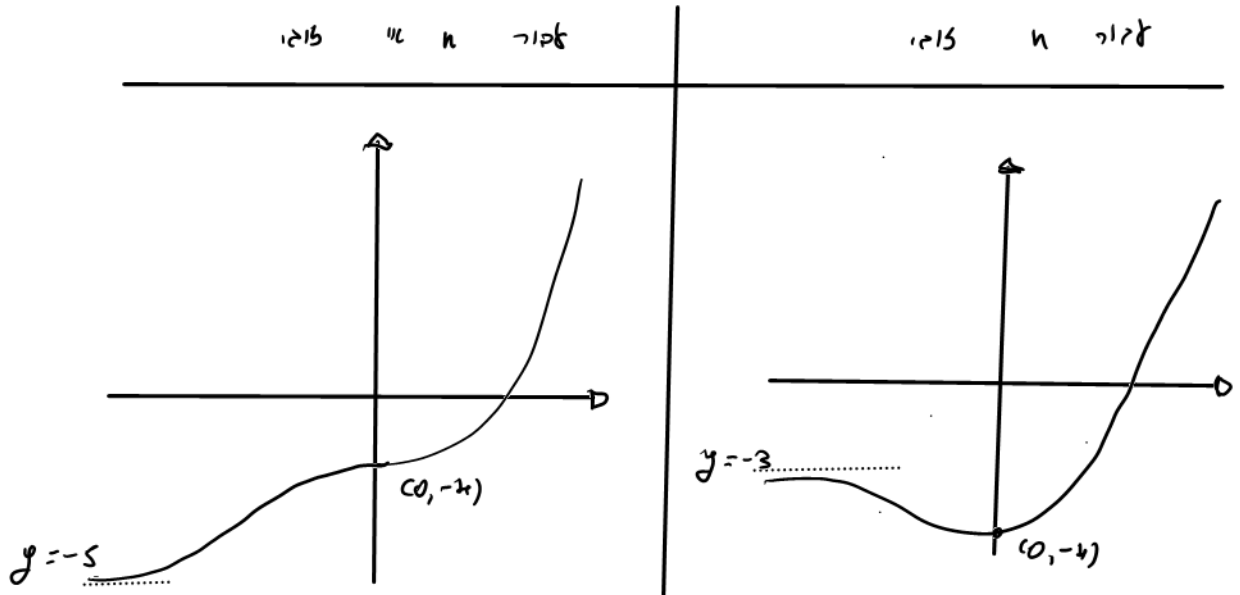
K(3)

$$f(0) = (e^0 - 1)^2 - 4 = -4$$

עקום	א"י	א"י	א"י	א"י
מקסימום	א"י <td>א"י <td>א"י</td> <td>א"י</td> </td>	א"י <td>א"י</td> <td>א"י</td>	א"י	א"י
מינימום	א"י <td>א"י</td> <td>א"י</td> <td>א"י</td>	א"י	א"י	א"י

אין נקודת קיצון

מינימום (0, -4)



P(1)

$$6e^x - 10 = (e^x - 1)^2 - 4$$

$$e^{2x} - 8e^x + 7 = 0 \quad e^x = t$$

$$t^2 - 8t + 7 = 0$$

$$t = 7 \quad t = 1$$

$$e^x = 7 \quad x = \ln 7$$

$$e^x = 1 \quad x = 0$$

$$g(7) = 6e^{17} - 10 = 32$$

(ln 7, 32)

(0, -4)

נקודות החיתוך בין f(x) ו-g(x) קיי

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



2(3) נמצא שיעור א קין לקוצת קיזיקן א' סדר
אם $f(x)$ ו $g(x)$ או להיפך.

$$f(x) = (e-x)^2 - 4 = -1.047$$

$$g(x) = 6e - 10 = 6.309$$

$$S = \int_0^{h7} (g(x) - f(x)) dx = \int_0^{h7} [6e^x - 10 - ((e^x - 1)^2 - 4)] dx$$

$$S = \int_0^{h7} (8e^x - e^{2x} - 7) dx = \left[8e^x - \frac{e^{2x}}{2} - 7x \right]_0^{h7}$$

$$S = \left(8e - \frac{e^2}{2} - 7h7 \right) - \left(8 - \frac{1}{2} \right) \rightarrow \boxed{S = 24 - 7h7 = 10.378}$$

2(4) $h(x) = |f(x)|$

max(0, 4)

לקוצת קיזיקן אם צור ה- x
היא מציאות (מסוב חזק)

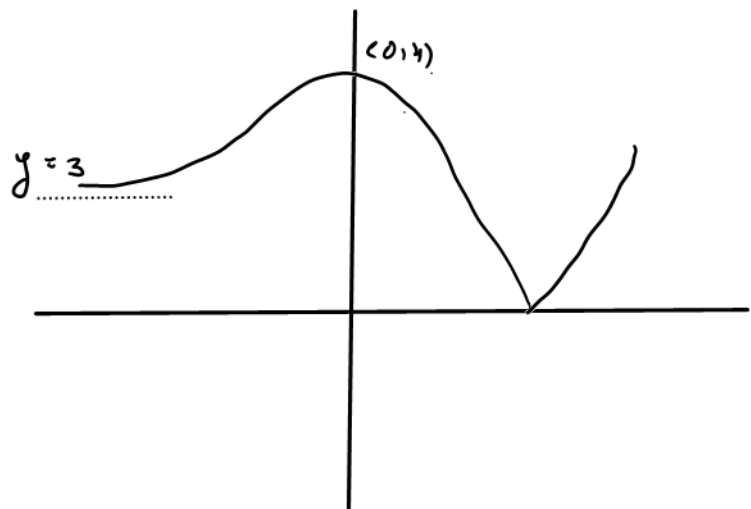
$$(e^x - 1)^2 - 4 = 0$$

$$e^x - 1 = \pm 2$$

$$e^x = -1 \quad e^x = 3$$

$\emptyset \quad x = \ln 3$

min(h3, 0)



ז(2) $3 < k < 4$ ק"פ המכיל זימן ביטול שצדקו
הישר $y = kx + 3$ יחסיק את ה(א) $3 - p$ לקולר



5. נתונה הפונקצייה $f(x) = \ln(x) + \frac{1}{x}$.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = (x + 1)(1 - \ln(x))$, המוגדרת באותו התחום שבו מוגדרת הפונקצייה $f(x)$.

ב. (1) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $g(x)$ עם ציר ה- x .

(2) מצאו את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקצייה $g(x)$ (אם יש כאלה).

(3) מצאו את תחום הקעירות כלפי מעלה \cup ואת תחום הקעירות כלפי מטה \cap של הפונקצייה $g(x)$.

(4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

נתונה הפונקצייה $h(x) = \frac{1}{x} \cdot g'(x)$, המוגדרת באותו התחום שבו מוגדרת הפונקצייה $g(x)$.

ג. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $h(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = 1$ ו- $x = e$.

אם $\int_{\text{אם}} > 0$ תכונת אוקזימיטל
אם $\neq 0$ תכונת אוקזימיטל

כ (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

$x > 0$

כ (2) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

$$f'(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} = \frac{x-1}{x^2} = 0 \rightarrow x=1$$

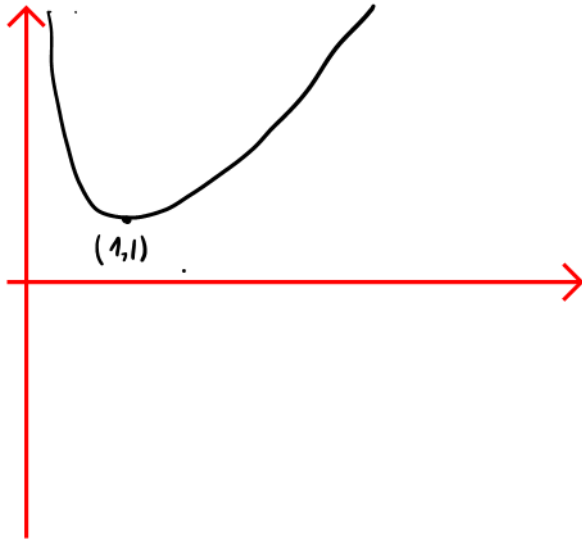
x	$0 < x < 1$	$x > 1$
$f'(x)$	-	+
$f(x)$	\searrow	\nearrow

$f(1) = 1$

$\min(1, 1)$



א (3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.



ב (1) נתונה הפונקצייה $g(x) = (x+1)(1-\ln(x))$, המוגדרת באותו התחום שבו מוגדרת הפונקצייה $f(x)$.
 ב. (1) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $g(x)$ עם ציר ה- x .

$$g(x) = (x+1)(1-\ln(x)) = 0 \quad x > 0 \quad e \text{ ו } 1 \text{ ו } 0$$

$$\begin{aligned} x+1 &= 0 & 1-\ln(x) &= 0 \\ x &= -1 & \ln(x) &= 1 \\ \text{כס} & & x &= e \\ & & \boxed{(e, 0)} & \end{aligned}$$

ב (2) מצאו את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקצייה $g(x)$ (אם יש כאלה).

$$g'(x) = 1 - \ln(x) - \frac{x+1}{x} = 1 - \ln(x) - 1 - \frac{1}{x}$$

$$g'(x) = -\ln(x) - \frac{1}{x} = -\left(\ln(x) + \frac{1}{x}\right) = -f(x)$$

$$g'(x) = -f(x) = 0$$

אז נגדו

e ו 1 ו 0 - נין זכאו - e ו 1 ו 0 $f(x)$
 $f(x)$ חייג זכאו x קת-ה
 זכאו (x) זכאו x קת-ה



x	$0 < x$
$g'(x)$	-
$g(x)$	↘

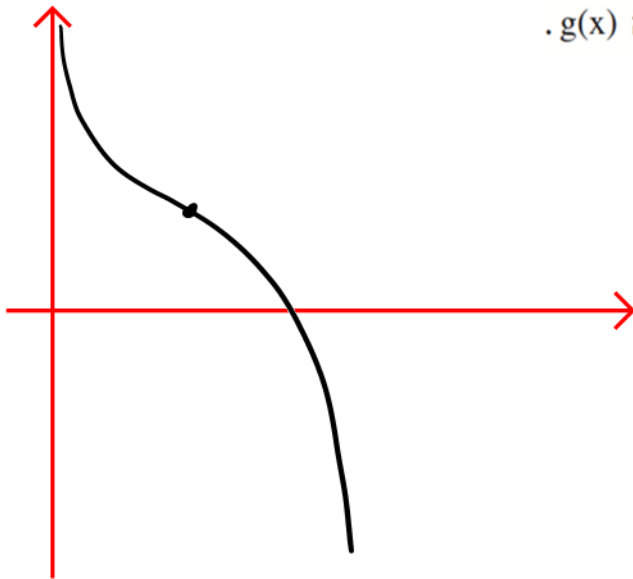
יריזג: $x > 0$
עסיה: אף x

מצאו את תחום הקעירות כלפי מעלה \cup ואת תחום הקעירות כלפי מטה \cap של הפונקצייה $g(x)$. ב (3)

$g'(x) = -f'(x) = 0 \rightarrow x = 1$
 שמו \cup - תחום היזגיה של $g'(x)$ יהנוג
 ביום של תחום היזגיה של $f'(x)$

x	$0 < x < 1$	$x > 1$
$g''(x)$	+	-
$g'(x)$	↗	↘
$g(x)$	\cup	\cap

קערו - מעלה: $0 < x < 1$
 קערו - מטה: $x > 1$



ב (4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.



נתונה הפונקצייה $h(x) = \frac{1}{x} \cdot g'(x)$, המוגדרת באותו התחום שבו מוגדרת הפונקצייה $g(x)$.
ג. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $h(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = e$ ו- $x = 1$.

יש e ו- 1 ב- x ! $g'(x)$ ו- $h(x)$ הם הפונקציות. $h(x) = \frac{1}{x} \cdot g'(x)$

ב- x ו- 1

$$\int_1^e (0 - h(x)) dx = \int_1^e -\frac{1}{x} \cdot g'(x) dx = \int_1^e -\frac{1}{x} \cdot (-f(x)) dx = \int_1^e \frac{1}{x} \cdot f(x) dx$$

$$= \int_1^e \frac{1}{x} \cdot (\ln(x) + \frac{1}{x}) dx = \int_1^e (\ln(x) \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}) dx = \int_1^e (\ln(x) \cdot \frac{1}{x} + x^{-2}) dx$$

$$= \left[\frac{(\ln(x))^2}{2} + \frac{x^{-1}}{-1} \right]_1^e = \left[\frac{(\ln(x))^2}{2} - \frac{1}{x} \right]_1^e = \left(\frac{(\ln(e))^2}{2} - \frac{1}{e} \right) - \left(\frac{(\ln(1))^2}{2} - \frac{1}{1} \right)$$

$$= \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{e} \right) - (0 - 1) = \boxed{\frac{3}{2} - \frac{1}{e}}$$

