

פתרון הבחינה

במתמטיקה

קיץ תשפ"ג, 2023, מועד ב, שאלון: 35582

מוגש ע"י צוות מורי המתמטיקה של "יואל גבע"

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



1. נתונות הנקודות $A(0, 28)$, $B(16, 0)$.

א. מצאו את משוואת המקום הגאומטרי שעליו נמצאות הנקודות C המקיימות: $AC^2 + BC^2 = 1,320$.

את המקום הגאומטרי שמצאתם בסעיף א מוזיזים 8 יחידות שמאלה ו-14 יחידות למטה כך שמתקבל מקום גאומטרי חדש.

המקום הגאומטרי החדש חותך את ציר ה-y בנקודות E ו-G (מעל E מעל G).

הנקודות F_1 ו- F_2 הן מוקדי אליפסה קנונית שעוברת דרך הנקודות E ו-G.

כמתואר בסרטוט.

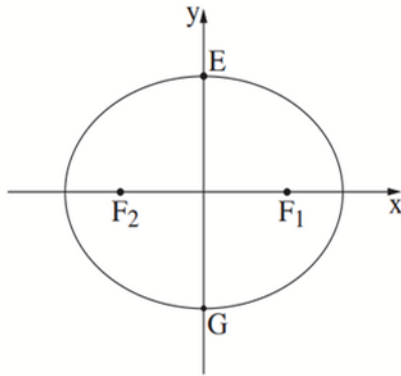
נתון: המרחק בין הישרים EF_1 ו- GF_2 הוא 24.

ב. (1) מצאו את שיעורי הנקודה F_1 .

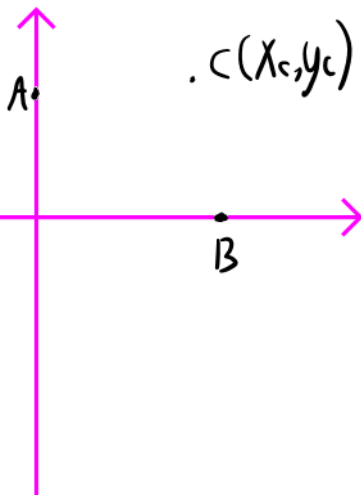
(2) מצאו את משוואת האליפסה.

העבירו מעגלים המשיקים לישר EF_1 , לציר ה-x ולציר ה-y.

ג. מצאו משוואות של שני מעגלים כאלה הנמצאים ברביעים שונים.



1 (תצו) אלו נקודת $C(x_c, y_c)$ ונתנום עקרון קשר אלגורי
 $A(0, 28)$ $B(16, 0)$ בין x_c ו- y_c .



$$AC^2 + BC^2 = 1320$$

$$(x_c - 0)^2 + (y_c - 28)^2 + (x_c - 16)^2 + (y_c - 0)^2 = 1320$$

$$x^2 + y^2 - 56y + 28^2 + x^2 - 32x + 256 + y^2 = 1320$$

$$2x^2 - 32x + 2y^2 - 56y = 280$$

$$x^2 - 16x + y^2 - 28y = 140$$

$$(x - 8)^2 + (y - 14)^2 = 400$$

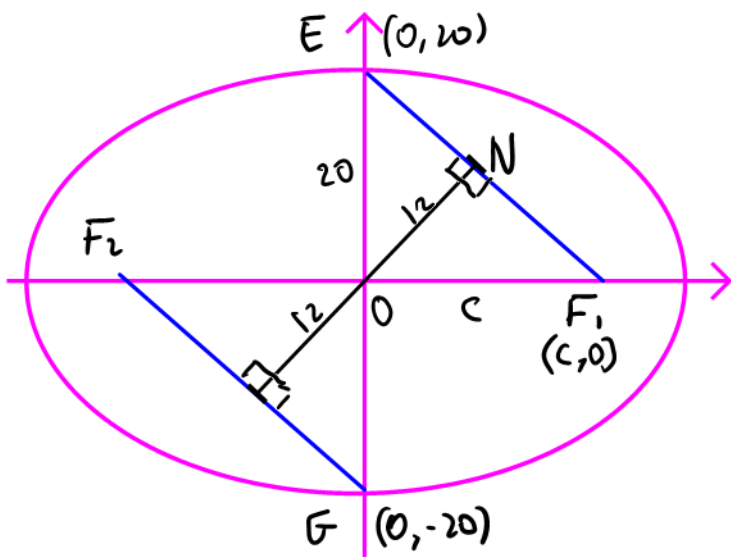
$(8, 14)$ $R = 20$

מעגל
רדיוס



ב(0) מוכנס המעגל הוא (8,14). אטאר ההצגה המתוארת, מוכנס
המעגל יהיה (0,0).
 $x^2 + y^2 = 400$

(0,0) R=20



נקודות החיתוך של המעגל
עם צירי אטאר ה-SS: $E(0,20)$
 $G(0,-20)$

צריך א': נעקרו אובייקט שלני הישרים
לכך ראשית הבינום. מטעמי

סימטריה הממוקק בין הישרים נחזיה מראשית הבינום.
ON הוא אובייקט אטאר ב ΔOEF_1 ולכן יוצר צמיגון.

S.S צמיגון $\Delta EOF_1 \sim \Delta ONF_1$

יחס הצמיגון $\frac{EO}{ON} = \frac{OF_1}{NF_1} = \frac{EF_1}{OF_1}$

$20c = 12\sqrt{20^2 + c^2}$

$5c = 3\sqrt{20^2 + c^2}$

$25c^2 = 9(400 + c^2)$



$$25c^2 = 9 \cdot 400 + 9c^2$$

$$16c^2 = 9 \cdot 400$$

$$c^2 = \frac{9 \cdot 400}{16}$$

$$c = \frac{3 \cdot 20}{4}$$

$$c = 15 \quad \boxed{F_1 (15, 0)}$$

בדק ק': נתאר את משוואת הישר EF_1 ? EF_2 ונגזר נרמך בין ישרים מקבילים.

$$m_{EF_1} = \frac{20-0}{0-c} = -\frac{20}{c}$$

תזכור:

$$d = \frac{|C_1 - C_2|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$l_{EF_1}: y = -\frac{20}{c}x + 20 \rightarrow \frac{20}{c}x + y - 20 = 0$$

$$l_{EF_2}: y = -\frac{20}{c}x - 20 \rightarrow \frac{20}{c}x + y + 20 = 0$$

$$a = \frac{20}{c} \quad b = 1 \quad C_1 = 20 \quad C_2 = -20 \quad d = 24$$

$$24 = \frac{|20 - (-20)|}{\sqrt{\left(\frac{20}{c}\right)^2 + 1^2}} \rightarrow 24\sqrt{\frac{20^2}{c^2} + 1} = 40 \rightarrow 3\sqrt{\frac{20^2}{c^2} + 1} = 5$$

$$9\left(\frac{20^2}{c^2} + 1\right) = 25 \rightarrow \frac{20^2}{c^2} + 1 = \frac{25}{9} \rightarrow \frac{400}{c^2} = \frac{16}{9} \rightarrow c^2 = 225 \rightarrow \boxed{c=15}$$



ק(2)

$$c^2 = a^2 - b^2$$

$$15^2 = a^2 - 20^2$$

$$625 = a^2$$

$$25 = a$$

$$\frac{x^2}{625} + \frac{y^2}{400} = 1$$

(חשג כאר a :

ע נציק כאר c כולאמל ג'יטר : l_{EF_1}

$$l_{EF_1}: y = -\frac{4}{3}x + 20 \rightarrow \frac{4}{3}x + y - 20 = 0 \rightarrow 4x + 3y - 60 = 0$$

מקרה I:

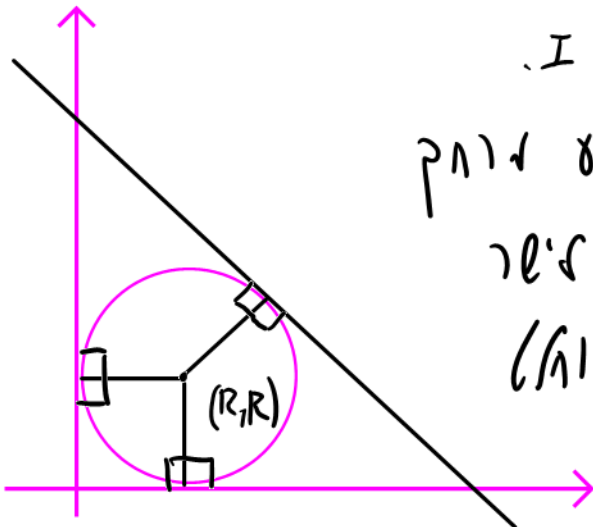
מזגל מש'ק אלצ'יניק אנמלא ברקיע I.

נתאו אר מרכסו כ (R,R) ונקצע דוחק

נקוצה ג'יטר. למאר ונקוצה מתחר ג'יטר

וקם מקצב y חיובי, (ס'יר ע'וק למול)

עם מוסמך מ'ינוס.



$$R = \frac{-[4R + 3R - 60]}{\sqrt{16 + 9}}$$

$$\begin{matrix} a = 4 & b = 3 & c = -60 \\ x_0 = R & y_0 = R & d = R \end{matrix}$$

$$R = \frac{-7R + 60}{5} \rightarrow 5R = -7R + 60 \rightarrow R = 5$$

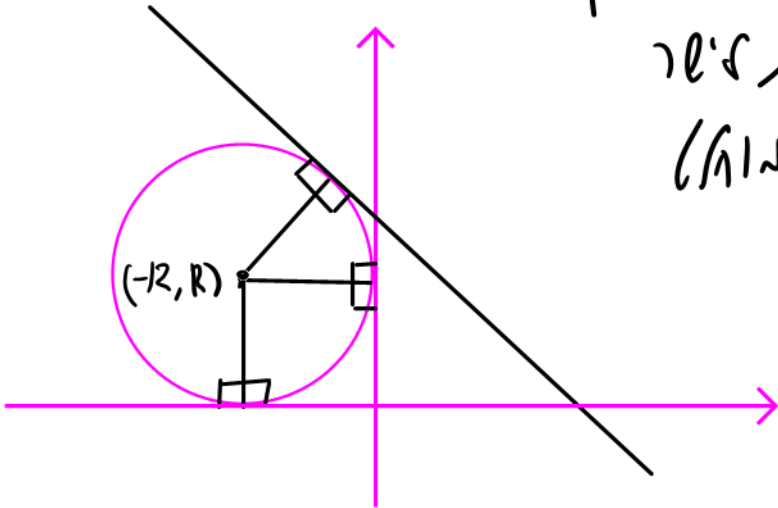
$$(x-5)^2 + (y-5)^2 = 25$$

תכנון: $d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$



מקרה II:

הזגל משקיף אל צינור אנכי ונתאון אר מרכזו כ $(-R, R)$ ונקודת ירוחק נקודה ג' ישר. האחר ונקודה מתחג צ' ישר וגם נקודת y חיובי, נסיר צ' ישר האחר עם ג' ישר מ' ישר.



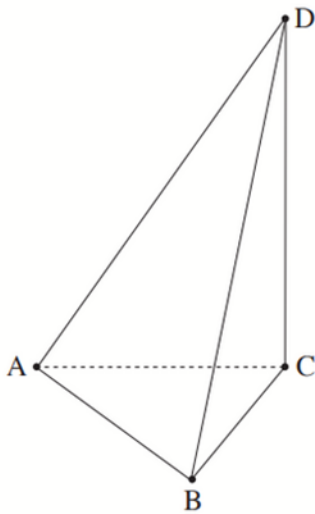
$a = 4$	$b = 3$	$c = -60$
$x_0 = -R$	$y_0 = R$	$d = R$

$$R = \frac{-[-4R + 3R - 60]}{\sqrt{16 + 9}}$$

$$R = \frac{R + 60}{5} \rightarrow 5R = R + 60 \rightarrow R = 15$$

$$(x + 15)^2 + (y - 15)^2 = 225$$





2. בפירמידה ABCD, המקצוע DC מאונק למישור ABC.

הנקודה E היא אמצע המקצוע AD.

הנקודה F מקיימת: $\vec{DF} = \frac{k}{2} \cdot \vec{DB} + k \cdot \vec{DC}$, k הוא פרמטר.

נסמן: $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{AC} = \underline{v}$, $\vec{CD} = \underline{w}$.

א. הביעו באמצעות \underline{u} , \underline{v} , \underline{w} ו-k את \vec{EF} .

נתון: \vec{EF} מקביל למישור ABC.

ב. מצאו את הערך של k.

נתון: $A(0, 0, 0)$, $B(p, 6, 0)$, $C(0, n, 0)$, $D(p, 6, 9)$ הם פרמטרים חיוביים.

$\vec{BD} = (-8, -2, 9)$, $\underline{u} \cdot \underline{v} = 24$

ג. מצאו את שיעורי הנקודות B, C ו-D.

ד. מצאו את נפח הפירמידה ABCD.

ה. מהו המצב ההדדי בין הישר EF לבין הישר AB? נמקו את קביעתכם.

פתרון:

א. $\vec{EF} = \vec{ED} + \vec{DF} = \frac{1}{2} \vec{AD} + \frac{k}{2} \vec{DB} + k \vec{DC}$

$\vec{EF} = \frac{1}{2} (\vec{AC} + \vec{CD}) + \frac{k}{2} (\vec{DC} + \vec{CB}) + k \vec{DC}$

$\vec{EF} = \frac{1}{2} \underline{v} + \frac{1}{2} \underline{w} + \frac{k}{2} (-\underline{w} + \vec{CA} + \vec{AB}) + k \cdot (-\underline{w})$

$\vec{EF} = \frac{1}{2} \underline{v} + \frac{1}{2} \underline{w} - \frac{k}{2} \underline{w} - \frac{k}{2} \underline{v} + \frac{k}{2} \underline{u} - k \underline{w}$

$\vec{EF} = \frac{k}{2} \underline{u} + (\frac{1}{2} - \frac{k}{2}) \underline{v} + (\frac{1}{2} - \frac{3}{2}k) \underline{w}$

ב. נתון $EF \parallel ABC$ כלומר \vec{EF} הוא
הצגה חינוכית אינרית של סט האקטור

א ו-ב סבורים ו-א, נ. אור ABC.

$\frac{1}{2} - \frac{3}{2}k = 0 \rightarrow k = \frac{1}{3}$



$$B(p, 6, 0), C(0, n, 0), A(0, 0, 0) \quad d. \quad \wedge \quad :$$

$$\underline{u} \cdot \underline{v} = 24, \quad \vec{BD} = (-8, -2, 9)$$

$$\underline{v} = \vec{AC} = C - A = (0, n, 0)$$

$$\underline{u} = \vec{AB} = B - A = (p, 6, 0)$$

$$\underline{u} \cdot \underline{v} = 24 \Rightarrow (p, 6, 0) \cdot (0, n, 0) = 24$$

$$6n = 24 \Rightarrow n = 4 \Rightarrow \boxed{C(0, 4, 0)}$$

נסו, $D(x, y, z)$

$$\vec{BD} = D - B = (x - p, y - 6, z)$$

\parallel

$$(x - p, y - 6, z) = (-8, -2, 9)$$

\parallel

$$\begin{cases} x - p = -8 \\ y - 6 = -2 \\ z = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = p - 8 \\ y = 4 \\ z = 9 \end{cases}$$

כאן, $D(p - 8, 4, 9)$

\parallel



נרדף א - \underline{u} :

$$\underline{u} = \vec{CD} = D - C = (P-8, 0, 9)$$

נתון כי $AB \perp CD$ ונתון כי $AB \perp CD$ (אנחנו לא יודעים)

$$\underline{u} \cdot \underline{v} = 0 \quad \text{כאומר}$$

||

$$(P-8, 0, 9) \cdot (P, 6, 0) = 0$$

$$P^2 - 8P = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} P=0 \rightarrow \text{לא מתאים} \\ P=8 \end{array} \right.$$

$$B(8, 6, 0)$$

~ כ, א, ו :

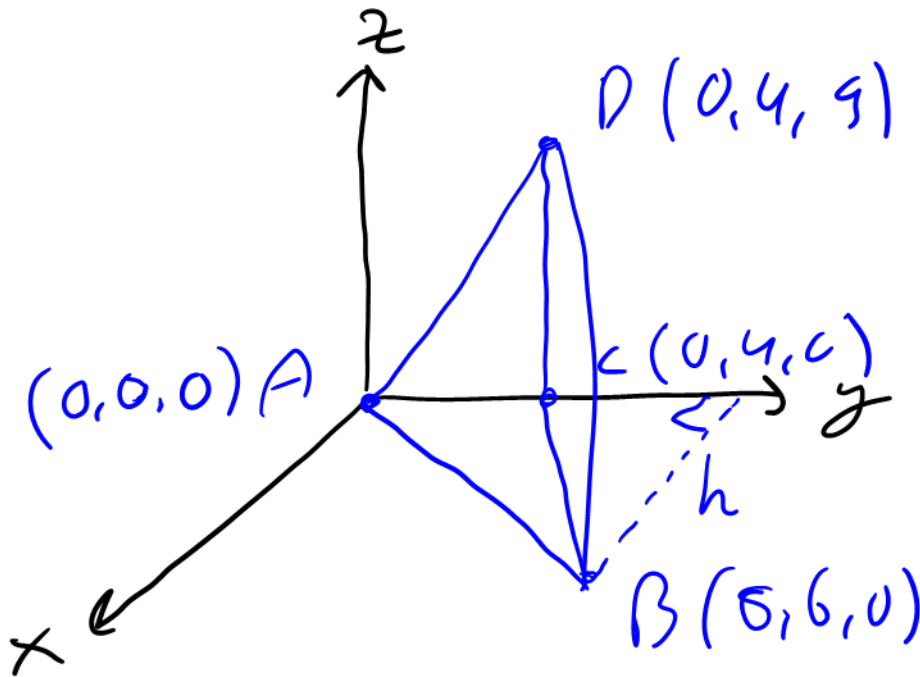
$$D(0, 4, 9)$$

3. (שניט) א - הפיונהיזה $AB \perp CD$

במערכת צירים, כצ"ל הקוין

איך זה שב א - הנפח?





אורך צלע AC, של משולש ABC הוא 4.
האנודה לצלע AC היא האנך B- \perp על AC ואורכו: $h = \chi_B = 8$

מכאן, שטח משולש ABC הוא 16

$$S_{ABC} = \frac{AC \cdot h}{2} = \frac{4 \cdot 8}{2} = 16$$

אוקה הפינימיצה היא האנך לקדם z
מנהוזה 0 זהו עולה לשיעור z
של נהוזה D, כאלמר $H = 9$

מכאן:

$$V_{ABCD} = \frac{16 \cdot 9}{3} = \boxed{48}$$

ה- לפי הסעיפים הקודמים הוסיף \vec{EF}
מקבל למשל ABC, והוא דומה קוניה.



לניארי - של \underline{u} ושל \underline{v}
 לבן הוא לא מקרה זוקטור \underline{u}
 מכאן פה.שר \vec{EA} לא חזק
 ז - ה.שר \vec{AB} ולא קאומו כיוון
 ולכן הם מזטקיים



3. נתונה סדרה הנדסית z_1, z_2, z_3, \dots שאיבריה הם מספרים מרוכבים ומנתה היא q .
נמצא ברביע הראשון.

נתון: $(z_1)^3 = z_3$

$-2z_1 = \bar{z}_3$

א. הוכיחו כי $q = -z_1$ או $q = z_1$.

ב. מצאו את z_1 .

ענו על הסעיפים ג-ד עבור: $q = z_1$.

ג. $z_{4n} \cdot z_{4n-2}$ הם שני איברים בסדרה ההנדסית הנתונה (n הוא מספר טבעי).

ד. קבעו בעבור כל אחד מן האיברים אם הוא מדומה או ממשי. נמקו את קביעותיכם.

ד. מצאו את ערך הסכום: $\frac{z_1}{\sqrt{2}} + \frac{z_2}{(\sqrt{2})^2} + \frac{z_3}{(\sqrt{2})^3} + \dots + \frac{z_{64}}{(\sqrt{2})^{64}}$

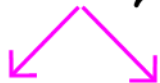
$(z_1)^3 = z_3$

$(z_1)^3 = z_1 \cdot q^2 \quad | : z_1$

ע"מ: z_1 שווה לאנס לאור

אנזוקר באיור בסדרה הנדסית

$z_1^2 = q^2$



$z_1 = q \quad z_1 = -q$

$-2z_1 = \bar{z}_3$

$-2z_1 = \overline{(z_1)^3}$

$z_1 = R \text{cis } \alpha$

$2R \text{cis } 180 = \overline{(R \text{cis } \alpha)^3}$

$2R \text{cis } (\alpha + 180) = \overline{R^3 \text{cis } (3\alpha)}$

$2R \text{cis } (\alpha + 180) = R^3 \text{cis } (-3\alpha)$

$2R = R^3 \quad | : R \neq 0$

$2 = R^2$

$R = \sqrt{2}$

$\alpha + 180 = -3\alpha + 360k$

$4\alpha = -180 + 360k$

$\alpha = -45 + 90k$

$\alpha = -45, 45, 135, 225$

(נכון ל z_1 קביע α)

$z_1 = \sqrt{2} \text{cis } (45)$



צ (תינון): $z_1 = 9$

$$z_{4n} = z_1 \cdot 9^{4n-1} = 9 \cdot 9^{4n-1} = 9^{4n} = ((\sqrt{2} \text{cis } 45^\circ)^4)^n = (4 \text{cis } 180^\circ)^n = (-4)^n = \boxed{\text{ערש' } z_{4n} \text{ ביוג}}$$

$$z_{4n-2} = z_1 \cdot 9^{4n-3} = 9 \cdot 9^{4n-3} = 9^{4n-2} = \frac{9^{4n}}{9^2} = \frac{(-4)^n}{(\sqrt{2} \text{cis } 45^\circ)^2} = \frac{(-4)^n}{2 \text{cis } 90^\circ}$$

$$= \frac{(-4)^n}{2i} = \frac{(-4)^n \cdot -2i}{2i \cdot -2i} = \frac{-2 \cdot (-4)^n \cdot i}{4} = \boxed{\text{ערש' } z_{4n-2} \text{ ביוג}}$$

3 נים עס הוה - ערש' בטרב ה' (0.1)

$$z_1 = \frac{\sqrt{2} \text{cis } 45^\circ}{\sqrt{2}} = \text{cis } 45^\circ : I \text{ איקו}$$

$$\frac{\frac{z_2}{(\sqrt{2})^2}}{\frac{z_1}{\sqrt{2}}} = \frac{z_2}{\sqrt{2} \cdot z_1} = \frac{9}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} \text{cis } 45^\circ}{\sqrt{2}} = \text{cis } 45^\circ : II \text{ נה}$$

כח' : 64

$$\sum_{64} = \frac{\text{cis } 45^\circ \left((\text{cis } 45^\circ)^{64} - 1 \right)}{\text{cis } 45^\circ - 1} = \frac{\text{cis } 45^\circ \left(\text{cis } 2880^\circ - 1 \right)}{\text{cis } 45^\circ - 1} = \frac{\text{cis } 45^\circ (\text{cis } 0^\circ - 1)}{\text{cis } 45^\circ - 1}$$

$$= \frac{\text{cis } 45^\circ \cdot (1 - 1)}{\text{cis } 45^\circ - 1} = 0$$

הס' כ'ק ע'א'ט



4. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{\ln(x) + \ln(a)}{\ln(x) - \ln(a)}$, הוא פרמטר גדול מ-1.

בסעיפים א-ג הביעו את תשובותיכם באמצעות a אם יש צורך.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה f(x).
- (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה f(x).
- (3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה f(x) עם הצירים (אם יש כאלה).
- (4) מצאו את תחומי הירידה של הפונקצייה f(x).
- (5) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה f(x).

לפניכם טענה: למשוואה $f(x) = f'(x)$ קיים בדיוק פתרון אחד בתחום $x > a$.

ב. קבעו אם הטענה נכונה או לא נכונה. נמקו את קביעתכם.

נתונה הפונקצייה g(x), המקיימת: $g(x) = \ln(f(x))$.

- ג. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה g(x).
- (2) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה g(x).

נסמן ב-S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה g(x), על ידי ציר ה-x ועל ידי הישרים $x = 3$ ו- $x = 5$.

נתון: $1 < a < 3$.

ד. הביעו באמצעות S את ערך האינטגרל $\int_3^5 \ln(4 \cdot f(x)) dx$.

פתרון:

א. תחום ההגדרה: נבדוק: $\ln(x) + \ln(a) > \ln(x) - \ln(a)$: $x > a$

אם

המכני שונה מאפס:

$$\ln(x) - \ln(a) \neq 0$$

$$\ln(x) \neq \ln(a)$$

$$x \neq a$$

נשן: $a < x$ לכן תחום ההגדרה: $a < x$ או $x < a$

המשק בעצם זהה...



א.2. אסימטות - מאונות לפי ה- x :

מתחבב הוגדרה $x=a$ מאפס את המכנה אך לא את המונה.

יסקר: נתון: $a < 1$ עכן ימונה $ax+ha$ שונה מאפס
עבור $x=a$:

$$a < a \uparrow \neq 0$$

$$ha + ha = 2ha$$

עם כוונה: $x=a$ אסימטות אנכית לפי ה- x של הפונקציה $f(x)$

(עקן $x=a$ נק' יחידה על ציר ה- x נרתי).

עבור $x=0$ מתבוננת הפונקציה הליניארית האלמנטרית ax :

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} ax = -\infty \quad *$$

עקן:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{ax+ha}{ax-ha} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{ax \cdot (1 + \frac{ha}{ax})}{ax \cdot (1 - \frac{ha}{ax})} \stackrel{*}{=} \frac{1+0}{1-0} = 1$$

כמראה (וויס) נק' אי-נליות סעי' קה ("חור") קברת הפונקציה f .

המשק בעצם יקא...



אסימטרה אנכית לציר ה-y:
מתחמם ווגדרה נקדון יין עבור ערכי x השואפים לאינסוף:
עבור $x \rightarrow \infty$ מתבוננים הפונקציה האסימטרית האלמנטרית $f(x)$:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} hx = \infty \quad **$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{hx+ha}{hx-ha} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{hx \cdot \left(1 + \frac{ha}{hx}\right) **}{hx \cdot \left(1 - \frac{ha}{hx}\right)} = \frac{1+0}{1-0} = 1$$

מסקנה: y=1 אסימטרה אנכית לציר ה-y עבור $x \rightarrow \infty$.

א.צ. חיתוך גיף f עם ציר x:

$$f(x)=0 \Rightarrow \frac{hx+ha}{hx-ha} = 0 \Rightarrow hx+ha = 0 \Rightarrow hx = -ha = h(a^{-1})$$

$$x = a^{-1} = \frac{1}{a}$$

$$\left(\frac{1}{a}, 0\right)$$

*האיי: מונחן $a < 1$ נקוד $0 < \frac{1}{a} < 1$.

גרף הפונקציה f עם חותך את ציר ה-y, שבן $x=0$ לא התחמם היה ביה של הפונקציה (0,0) נק' אי-רציפות סגורה.

המשק בעמ' הקא...



$$f(x) = \frac{hx+ha}{hx-ha}$$

א.4. תחומי יניקה של f: נמצוי:

$$f'(x) = \frac{\frac{1}{x}(hx-ha) - (hx+ha) \cdot \frac{1}{x}}{(hx-ha)^2}$$

נכנס את הביטוי האמצעי של הנכזית:

$$f'(x) = \frac{\frac{1}{x}[hx-ha - hx-ha]}{(hx-ha)^2} = \frac{\frac{1}{x}[-2ha]}{(hx-ha)^2} = \frac{-\frac{1}{x}[2ha]}{(hx-ha)^2} = \frac{2ha}{2ha}$$

נשים לב כי הביטוי $\frac{2ha}{2ha}$ זווך בכל תחומי היניקה.
שכן נתון $a < 0$ ומכאן $ah < 0 = 0$.

עכשיו נבדוק את הנכזית f' שתשובה כי כסימן הביטוי $\frac{1}{x}$ ולמעשה כסימן של $-x$.

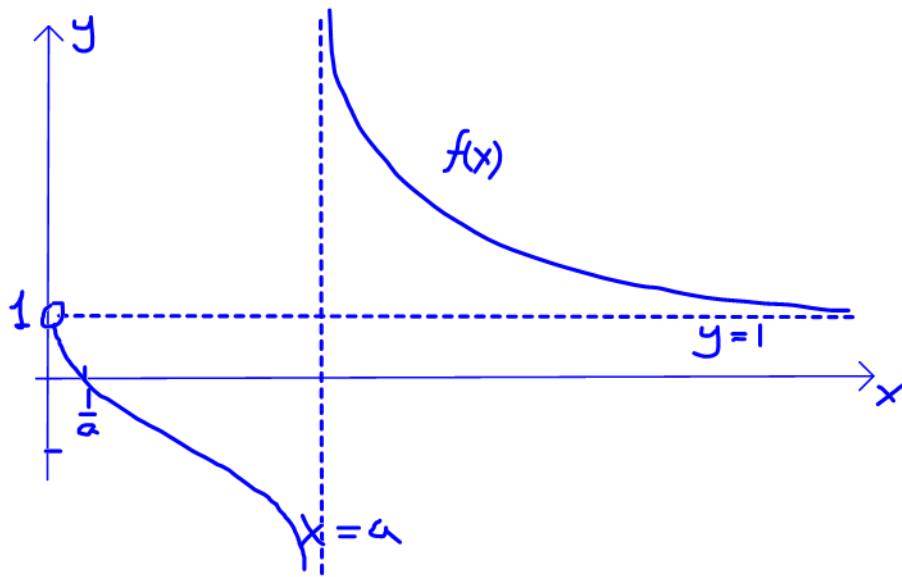
כיוון שתחומי היניקה ערכי x חוקיים נקבע כי ערכי $-x$ שליליים שתשובה כי. מסווגי f' שלילית שתחומי יניקה - מקוצרין בתחומי היניקה.

עסוכומ: תחומי יניקה של הפונקציה f : $x < a$ או $a < x < 0$

המשק בעמ' הקא/...



א.5. לפי סעיף המקייה עם כזה נשרט) סקיצה של גרף הפונקציה f :



לפניכם טענה: למשוואה $f(x) = f'(x)$ קיים בדיוק פתרון אחד בתחום $x > a$.
ב. קבעו אם הטענה נכונה או לא נכונה. נמקו את קביעתכם.

נאספנה עא נכונה

נימוק:

בתחום $x > a$ יורדת וצרכיה גדולים מעורק האסימטאה $y=1$.
 $1 < f(x)$

כיוון ש- f יורדת בתחום זה, צרכיה הנצרות f' אינם חוביים.

מטן שלם $x > a$ מתקיים: $f(x) > 0 > f'(x)$

$$f'(x) \neq f(x)$$

אין פתרון עמשואה בתחום הנתון.

המשק בעצם הקא...

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



נתונה הפונקצייה $g(x)$, המקיימת: $g(x) = \ln(f(x))$.
ג. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.

יש צדדוש: תוך הליקיות חייב, כלומר $(x) < f < 0$.
תחום ההגדרה של הפונקציה $(x) f$ יהיו תחום החיוביות של הפונקציה $(x) f$.
מחיקית הפונקציה $(x) f$ המתבטאת בקרב שלילי, תחום זה יהיו:

$q < x$ או $\frac{1}{q} < x < 0$

2.2. גיל פונקציה $(x) f$:

כאשר ערכו f הוא $0 < f < 1$ ערכי $(x) f = h(x) = q$ הוא $0 < q < 1$.
לכן האסימטות המקבילי לבדו x של $(x) f$ עבור $x = 0$: $y = 0$.
ונק' אי הוליות וספיקה שלה: $(0, 1)$.

כאשר ערכו f הוא $1 < f < \infty$ ערכי $(x) f = h(x) = q$.
לכן עבור ערכי x הוא $0 < q < 1$ ערכי $x = a$ אסימטות לבדו x של $(x) f$.
ערכי $(x) f$ הוא $0 < q < 1$ ערכי $x = a$ אסימטות לבדו x של $(x) f$.

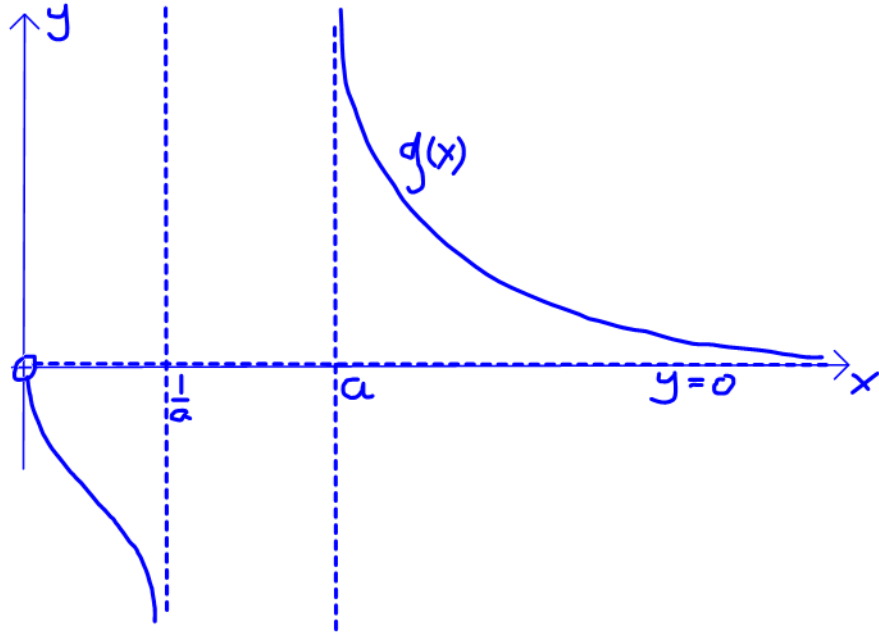
כאשר ערכו f הוא $0 < f < 1$ ערכי $(x) f = h(x) = q$.
שואבם עמינו אינסוף.
לכן עבור ערכי x הוא $0 < q < 1$ ערכי $x = \frac{1}{a}$ אסימטות לבדו x של $(x) f$.
שואבם עמינו אינסוף: $x = \frac{1}{a}$ אסימטות לבדו x של $(x) f$.

דתחום $0 < x < \frac{1}{a}$ ערכי f מקיימים: $0 < f(x) < 1$
וערכי $(x) f = h(x) = q$ מקיימים: $0 < q(x) < 1$

דתחום $a < x$ ערכי f מקיימים: $1 < f(x) < \infty$
וערכי $(x) f = h(x) = q$ מקיימים: $0 < q(x) < 1$

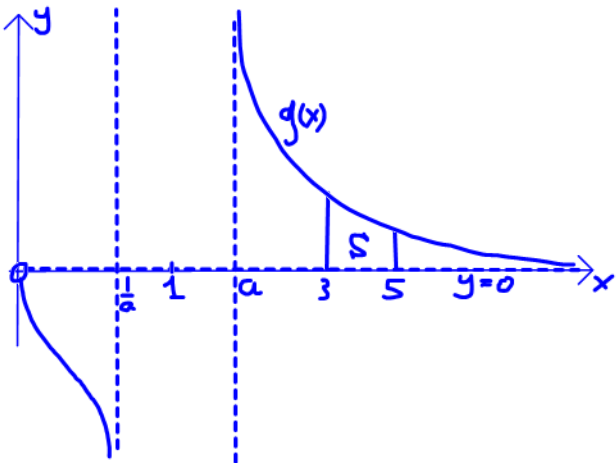
המשק בעמ' הקא...





נסמן ב- S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x=3$ ו- $x=5$.
נתון: $1 < a < 3$.

ד. הביעו באמצעות S את ערך האינטגרל $\int_3^5 \ln(4 \cdot f(x)) dx$.



$$\int_3^5 \ln(4 \cdot f(x)) dx = \int_3^5 (\ln 4 + \ln f(x)) dx = \int_3^5 (\ln 4) dx + \int_3^5 (\ln f(x)) dx = (\ln 4) \cdot x \Big|_3^5 + S =$$

$$= (\ln 4)(5-3) + S = 2 \cdot \ln 4 + S = 4 \ln 2 + S = \ln 16 + S \approx 2.7 + 3 + S$$

* היות ש $(\ln(4 \cdot f(x)))$ הנוצר של $g(x)$ ה- $\ln 4$ חיובות כפיוון
החיובי של ציר ה- y .

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



5. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{e^x}{e^x - 6}$.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.
 (3) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$ (אם יש כאלה).
 (4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
- ב. נתונה הפונקצייה $g(x)$ המקיימת: $g(x) = \frac{1}{f(x)}$. הפונקציות $g(x)$ ו- $f(x)$ מוגדרות באותו התחום.
 (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $g(x)$ (אם יש כאלה).
 (2) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.
 (3) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$, על ידי האסימפטוטה האופקית שלה ועל ידי הישרים $x = \ln 7$ ו- $x = \ln 10$.
- ג. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם גרף הפונקצייה $g(x)$.
 נתונה הפונקצייה $s(x) = \int_x^{\ln 5} (f(t) - g(t)) dt$, המוגדרת בתחום $x < \ln 5$.
 ד. מצאו את שיעור ה- x של נקודת הקיצון של הפונקצייה $s(x)$ וקבעו את סוגה.

5.1 א.1
 $e^x - 6 = 0$
 $e^x = 6 \rightarrow x \neq \ln 6$

5.1 א.2 $x = \ln 6$ ואם $x = \ln 6$ ואם $x = \ln 6$ ואם $x = \ln 6$ ואם $x = \ln 6$

15 אסימפטוטה אנכית.
 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{e^x - 6} = \frac{\frac{e^x}{e^x}}{\frac{e^x - 6}{e^x}} = \frac{1}{1 - \frac{6}{e^x}} = \frac{1}{1 - 0} = 1$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^{-x}}{e^{-x} - 6} = \frac{0}{-6} = 0$

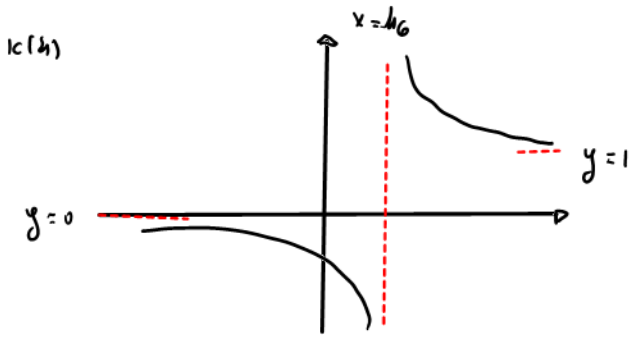
$x = \ln 6 \quad y_+ = 1 \quad y_- = 0$

5.1 ב.3
 $f'(x) = \frac{e^x(e^x - 6) - e^x \cdot e^x}{(e^x - 6)^2} \rightarrow \frac{e^x(e^x - 6 - e^x)}{(e^x - 6)^2} \rightarrow \frac{-6e^x}{(e^x - 6)^2}$

הפונקציה שלילית בכל תחום ההגדרה ולכן הפסגה יחידה וזהו תחום הצניחה



אזיק: אין יחידה: $x > a_0$ ו $x < a_0$

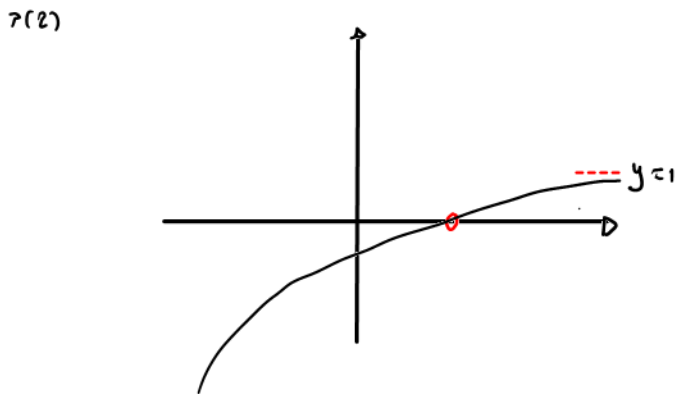


7(1) $\lim_{x \rightarrow a_0} \frac{1}{f(x)} = \frac{1}{\infty} = 0$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{f(x)} = \frac{1}{1} = 1$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{f(x)} = \frac{1}{0} = \infty$

$y=1$ או הנקודה $(a_0, 0)$ בנקודה (אופר).



$g'(x) = \frac{-f'(x)}{[f(x)]^2}$

חזקה $(f'(x))$
חזקה

$g(x)$ עולה קבועות הנזכרות

7(3)

$$\int_{a_7}^{a_{10}} (1 - g(x)) dx \rightarrow \int_{a_7}^{a_{10}} (1 - \frac{e^x - 6}{e^x}) dx \rightarrow \int_{a_7}^{a_{10}} (1 - \frac{e^x}{e^x} + \frac{6}{e^x}) dx$$

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

**הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.**



$$\int_{\ln 7}^{\ln 10} 6e^{-x} dx \rightarrow -6e^{-x} \Big|_{\ln 7}^{\ln 10} \rightarrow (-6e^{-\ln 10}) - (-6e^{-\ln 7}) = -\frac{6}{10} + \frac{6}{7} = \frac{6}{35}$$

$\int = \frac{6}{35}$

ז. $\frac{1}{f(x)} = F(x) \rightarrow f^2(x) = 1 \rightarrow F(x) = \pm 1$

$f(x) = 1$; $f(x) = -1 \rightarrow \frac{e^x}{e^x - 6} = -1 \rightarrow e^x = 6 - e^x \rightarrow 2e^x = 6 \rightarrow e^x = 3$
 אין פתרון אם $x = \ln 3$

$(\ln 3, -1)$

3. ניתן להוסיף גם הפונקציה $f(x)$ שבתור
 הפונקציה $f(x)$ או $g(x)$ כאשר $x < \ln 3$ או $x > \ln 3$
 ורק הפונקציה $f(x)$ תיבחר ורק $f(x)$
 כאשר $x < \ln 3$ או $x > \ln 3$ תיבחר
 ערך $x = \ln 3$ ורק $f(x)$ או $g(x)$
 מתקבל קטגורי קיבוצי אינפיניטיבי ∞

