

## פתרון הבחינה

# במתמטיקה

קיץ תשפ"ג, 2023, מועד א, שאלון: 35481

מוגש ע"י צוות מורי המתמטיקה של "יואל גבע"

למידע על פסיכומטרי  
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.  
אל תתפשר עליה.

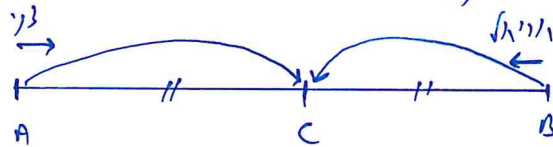




1. ביום ראשון יצאו דני ואריאל כל אחד מביתו והתחילו לצעוד זה לקראת זה.  
דני צעד במהירות קבועה של 6 קמ"ש, ואריאל צעד במהירות קבועה של 8 קמ"ש.  
דני יצא מביתו בשעה 8:00 בבוקר, ואריאל יצא מביתו בשעה 8:30 בבוקר.  
הם נפגשו באמצע הדרך שבין הבתים שלהם.
- א. מצאו את המרחק בין הבית של דני ובין הבית של אריאל.  
ב. מצאו באיזו שעה נפגשו דני ואריאל.
- ביום שני יצאו דני ואריאל כל אחד מביתו באותו הזמן והתחילו לצעוד זה לקראת זה.  
דני צעד במהירות קבועה, השונה מן המהירות שבה צעד ביום ראשון, ואריאל צעד באותה מהירות קבועה שבה צעד ביום ראשון.  
דני הגיע לבית של אריאל 12 דקות אחרי שאריאל הגיע לבית של דני.
- ג. מצאו את המהירות שבה צעד דני ביום שני.  
ד. כמה זמן עבר מן הרגע שבו דני ואריאל יצאו לדרך ביום שני ועד שהמרחק ביניהם היה 5.4 ק"מ (לפני שנפגשו)?

כתיבן

א) נניח כי המרחק בין הבתים הוא  $x$ .



שעה	מהירות	ליון
8:00	6	$6x$
8:30	8	$8(x - \frac{1}{2})$

נניח כי המרחק בין הבתים הוא  $x$ .  
ב-8:00 יצא דני במהירות 6 קמ"ש, ולכן לאחר  $x$  ק"מ הוא יגיע לנקודה  $C$ .  
ב-8:30 יצא אריאל במהירות 8 קמ"ש, ולכן לאחר  $x - \frac{1}{2}$  ק"מ הוא יגיע לנקודה  $C$ .



נסמן: היצגן שלני נמצא דנון:  $x =$

||

היצגן שלניגל נמצא דנון:  $x - \frac{1}{2} =$

נוסח צגל דלדל =

נצח, נוסח אשגל וצל הינון של וצלג לנגח שדרו דלדל: -  
ניצצו דנוסל: צמן מניוול = דנון:

$$6x = \frac{8(x - \frac{1}{2})}{2}$$

$$P(x - \frac{1}{2}) = \frac{8(x - \frac{1}{2})}{2}$$

הצגן שלני ואשגל נקשו דנגוס הינון: מנאן שלם שדרו נונ' שוגר.  
דנימ משולל:

$$6x = 8(x - \frac{1}{2})$$

$$6x = 8x - 4$$

$$-2x = -4 \quad | : (-2)$$

$$x = 2$$



$$\frac{\text{הגרונין: סטרו}}{\text{לויגל}} = 6 \times 2 = 12 \frac{\text{ג'}}$$

$$\frac{\text{הגרונין: סטרו}}{\text{לויגל}} = \frac{\text{הגרונין: סטרו}}{\text{לויגל}} = 12 \frac{\text{ג'}}$$

↓

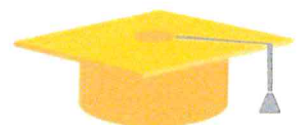
$$\frac{\text{הגרונין: סטרו}}{\text{לויגל}} = 12 + 12 = 24 \frac{\text{ג'}}$$

מסקנה:

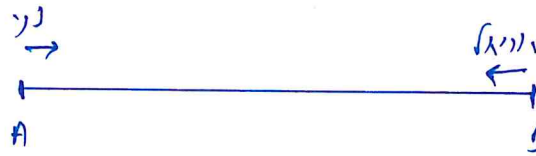
הגרונין: סטרו לויגל הוא 24 ג'.

ג' עני ימא זאען 8:00 (מזמא א זאען דנין), טאמא וטמא סעקונד דנין:)  
מכאן זאען (לויגל) (סקא זאען 8:00.

מסקנה: זאען 8:00.



ג) נמצאו גורמי האיגו הנתונים



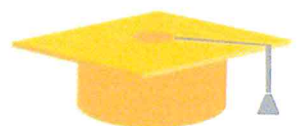
	נני	אוריאל	משקל	
נני	24	x		
אוריאל	24	8	$\frac{24}{8} = 3$	

נני ואוריאל שקרו וגם ה. גורמים שנין טני הויתרו אלה, גרמיו 24 ק"מ.  
הגורמים של נני הוא ינועה, ולכן נסמנה ד - א.

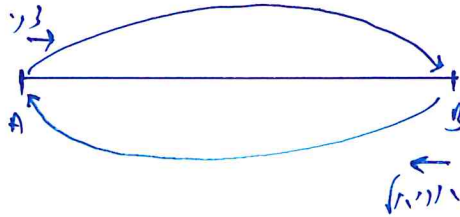
נמצאו גורמים:  $\text{נני} = \frac{\text{נני}}{\text{גורמים}}$

נני:  $\text{נני} = \frac{24}{8} = 3$  משקל של אוריאל

נמצאו גורמים של אוריאל =



זמן נוסעו דרוש למהירות הנתיב



זמן	מהירות	נ"ב	
31/5	7.5	24	קני
3	8	24	ההיג

נניח והיג' ארוך וגם המרחק סגור שני היג'ים שלהם, טווח 24 ק"מ.

נוסעו דרוש:  $\frac{\text{כיון} = \text{זמן}}{\text{מהירות}}$

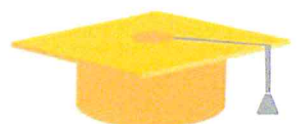
נניח:  $\frac{24}{8} = 3$  שעות

וכך מוצא כי דלק:

נניח שג' והיג' יוצאו הוא והצ'ן ושני היג'ים יוצאו (  $\frac{12}{60}$  שעות )  
 והיג' והיג', נאמר יני נמצא דנו:  $(\frac{12}{60} + 3)$  שעות, נאמר  $3\frac{1}{5}$  שעות.  
 וכך מוצא כי דלק:

למידע על פסיכומטרי  
 ביואל גבע ←

**הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.**  
**אל תתפשר עליה.**

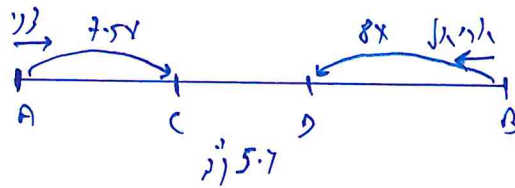


נוצרו קרסטיא:  $\frac{\text{ליני}}{\text{צמן}} = \text{מהירות}$

קרנל:  $\frac{\text{מהירות}}{\text{זמן}} = \frac{26}{\frac{4}{5}} = 7.5$

מטרה: מהירותו של צנן זילק טז היא 7.5 ק"מ

3) נוצרו גימטריא למיין הנומין.



	ליני:	מהירות	צמן	
צנן	7.5x	7.5	x	
היגל	8x	8	x	

צנן והיגל יצאו הואם צמן, ולכן נמצאים הואם צמן דנון.

נסמן צמן צנ - x.

נראה הם לינינו של צנן היגל דנציה הקרסטיא: צמן היגל = לון.



$$\text{הגיון: } 7.5x = \text{טקס גני}$$

$$\text{הגיון: } 8x = \text{טקס גניגול}$$

נוסח צגם לטקס

$$\text{הגיון: } 2 \binom{7}{2}$$

קניסו נימן לטקס זה הגיון: קניסו  
 מיומן זהו:

$$\text{הגיון: } 7.5x + 5.7 + 8x$$

קניסו מיומן:

$$7.5x + 5.7 + 8x = 24$$

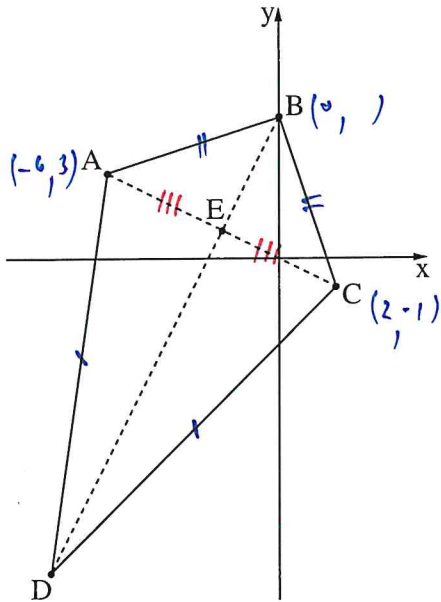
$$15.5x = 18.6 \quad /: 15.5$$

$$x = 1.2$$

מטקס: 1.2 לטקס (טקס אחת)







2. המרובע ABCD שבסרטוט שלפניכם הוא דלתון.

.  $BA = BC$  ,  $DA = DC$

אלכסוני הדלתון נפגשים בנקודה E.

נתון:  $A(-6, 3)$  ,  $C(2, -1)$

הקודקוד B נמצא על ציר ה-  $y$ ,

והקודקוד D נמצא ברביע השלישי.

א. (1) מצאו את משוואת האלכסון BD.

(2) מצאו את שיעורי הקודקוד B.

נתון: שטח הדלתון ABCD הוא 80.

ב. מצאו את האורך של האלכסון BD. השאירו שורש בתשובתכם.

ג. מצאו את שיעורי הקודקוד D.

ד. מצאו את משוואת המעגל שמרכזו בנקודה A והישר BD משיק לו. הסבירו.

פתרון

א) (1) נקודת האמצע של AC היא  $E(-2, 1)$  (היא נקודת האמצע של AC).  
 (2) נקודת האמצע של AC היא  $E(-2, 1)$  (היא נקודת האמצע של AC).  
 נקודת האמצע של AC היא  $E(-2, 1)$  (היא נקודת האמצע של AC).  
 נקודת האמצע של AC היא  $E(-2, 1)$  (היא נקודת האמצע של AC).

$$x_E = \frac{x_A + x_C}{2}$$

$$\Downarrow$$

$$x_E = \frac{-6 + 2}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

$$y_E = \frac{y_A + y_C}{2}$$

$$\Downarrow$$

$$y_E = \frac{3 + (-1)}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$E(-2, 1)$$

נקודת האמצע של AC היא  $E(-2, 1)$  (היא נקודת האמצע של AC).

$$m_{AC} = \frac{-1 - 3}{2 - (-6)} = \frac{-4}{8} = -\frac{1}{2}$$



מנגלה (היננו) של ישרי מוונק' = -1, לוקן  
 $m_{BD} = m_{AC} = -1$   
 לוקן  
 $m_{BD} = 2 \iff m_{BD} \cdot (-\frac{1}{2}) = -1$   
 נגזר, 1

$$m_{BD} = 2$$

$$\underline{E(-2, 1)}$$

$$y - 1 = 2(x + 2)$$

$$y = 2x + 5$$

תשובה:

משוואת הישרים:  $y = 2x + 5$

(2) הישרים 2 נחגגו על ציר ה-y, ולכן טעו ה-x של ה-0.

$$y = 2x + 5$$

$$B(0, 1)$$

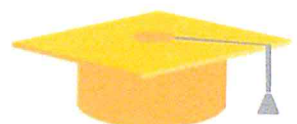
$$y = 2 \cdot 0 + 5$$

$$y = 5$$

$$\Downarrow$$

$$B(0, 5)$$

תשובה:  $B(0, 5)$



נתון:  $S^2 = 80$  זנבין

$$S^2 = \frac{\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}}{2}$$

(ז) נינוסיתון אטח זנבין היא :

נענה אה זנבין. אולנסין AC זעציה הנ/נסיתון זנבין: (86).

$$A(-6, 3) ; C(2, -1)$$

$$AC = \sqrt{(-6-2)^2 + (3+1)^2}$$

$$AC = \sqrt{80}$$

$$S^2 = \frac{AC \cdot BD}{2}$$

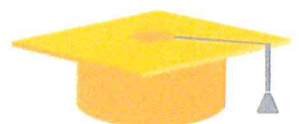
$$\frac{2}{80} = \frac{\sqrt{80} \cdot BD}{2} \quad | \cdot 2$$

$$160 = \sqrt{80} \cdot BD \quad | : \sqrt{80}$$

$$8\sqrt{5} = BD$$

$$BD = 8\sqrt{5}$$

תשובה:



(2) נמצא את קונוס  $\Delta$  דגזורה סימון קונוס הנצלה וכוונה לשימוש.  
 היקפיה  $\Delta$  נמצאה על היסוד  $5+2=7$ , ואין סימניה הנצלה והיה  $(t, 2t+5)$ .  
 נגד,  $B(0,5)$ ,  $\Delta(t, 2t+5)$ ,  $8\sqrt{5} = 35$ .  
 נמצאו הנקודות האלו:  $86$  ונרדף את הנתיבות.

$$8\sqrt{5} = \sqrt{(t-0)^2 + (2t+5-5)^2} \quad | \cdot ( )^2$$

(נצלה דווקא ונרדף)

$$(8\sqrt{5})^2 = (\sqrt{t^2 + (2t)^2})^2$$

$$320 = t^2 + (2t)^2$$

$$320 = t^2 + 4t^2$$

$$320 = 5t^2 \quad | :5$$

$$64 = t^2$$

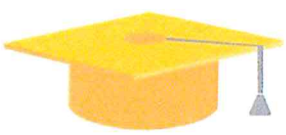
$$\pm\sqrt{64} = t$$

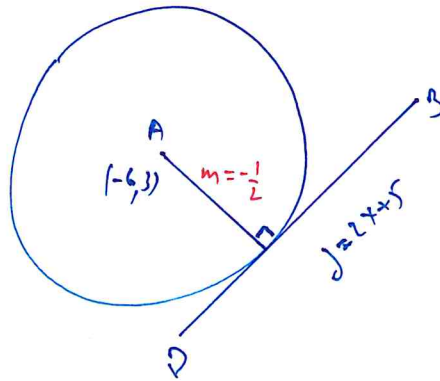
$t_1 = 8$  סטול,  $t_2 = -8$  יי נותן טקונוס  $\Delta$  דווקא נצלה  
 $t_2 = -8$

$$\Delta(t, 2t+5)$$

$$\Delta(-8, -11) \Leftarrow \Delta(-8, 2 \cdot (-8) + 5) \quad | \quad t = -8 \quad \text{ונרדף ונקודת}$$

נקודת:  $\Delta(-8, -11)$





ניצור משוואה: משוואת המעגל. לונתוס העיקר דק ונכתב ההמשלה.

שינוי המשוואה עם שינוי  $(m=2)$ , ולכן שינוי הונתוס

המשוואה: משוואה עם היא  $-\frac{1}{2}$  (לפי קצו להנחה).

נמצא את המשוואה ונתת לנו.

$$m = -\frac{1}{2}$$

$$A(-6, 3)$$

$$y - 3 = -\frac{1}{2}(x + 6)$$

$$y = -\frac{1}{2}x - 3 + 3$$

$$y = -\frac{1}{2}x$$



נמצא את המשוואה היחסית לנייטריאליות. (הונואל והגליליי).

$$\begin{cases} x = 2x + 5 \\ x = -\frac{1}{2}x \end{cases}$$

$$2x + 5 = -\frac{1}{2}x$$

$$2\frac{1}{2}x = -5 \quad | : 2\frac{1}{2}$$

$$x = -2$$

נכנס  $x = -2$  ומשוואה  $x = 2x + 5$  ומצאנו:

$$x = 2 \cdot (-2) + 5$$

$$x = 1$$

מצאנו הנקודה:  $(-2, 1)$

נמצא את המרחק בין הנקודה  $A$  לנקודה  $(-2, 1)$ .

$$A(-6, 3) \quad ; \quad (-2, 1)$$

$$d = \sqrt{(-6+2)^2 + (3-1)^2}$$

$$d = \sqrt{20} \quad \Rightarrow \quad R = \sqrt{20}$$



נמצא את משוואת המעגל (המקור) בעזרת הנקודות:

$$(x-4)^2 + (y-3)^2 = R^2$$

$A(-6, 3)$  : נקודה מרכז המעגל

$R = \sqrt{20}$  : רדיוס המעגל

$$(x+6)^2 + (y-3)^2 = (\sqrt{20})^2$$

$$(x+6)^2 + (y-3)^2 = 20$$

משוואה:

$$(x+6)^2 + (y-3)^2 = 20$$

תשובה:

הנקודה  $B$  ממוקמת על המעגל  $AE$  (היא נמצאת על המעגל) וכן  $AC \perp BC$ .  
 נא לציין את משוואת המעגל, ונתון  $AE$  היא רדיוס המעגל.



3. חלק מן התושבים בכפר מסוים בסין הם צמחונים וכל השאר טבעונים. ההסתברות שתושב בכפר הוא צמחוני גדולה ב- 0.4 מן ההסתברות שתושב הוא טבעוני. 75% מתושבי הכפר אוכלים באמצעות מקלות אכילה בלבד, והשאר אוכלים רק באמצעות סכין ומזלג. 60% מתושבי הכפר שאוכלים באמצעות סכין ומזלג הם צמחונים.

בוחרים באקראי תושב מן הכפר.

- א. מהי ההסתברות שהתושב שנבחר הוא צמחוני שאוכל באמצעות מקלות אכילה?
- ב. (1) מהי ההסתברות שהתושב שנבחר הוא צמחוני או שהוא אוכל באמצעות מקלות אכילה?  
(2) ידוע שהתושב שנבחר הוא צמחוני או שהוא אוכל באמצעות מקלות אכילה. מהי ההסתברות שהתושב הוא צמחוני שאוכל באמצעות מקלות אכילה?

נתון שבכפר חיים 60 תושבים סך הכול.

- ג. בוחרים באקראי, בזה אחר זה (ללא החזרה), שני תושבים שחיים בכפר. מהי ההסתברות ששני התושבים שנבחרו הם צמחונים שאוכלים באמצעות מקלות אכילה? בתשובתכם דייקו 3 ספרות אחרי הנקודה העשרונית או רשמו כשבר פשוט.

כתיב

א) נמצאו כללית נוסף - המענה למחיר הנתינתם.

	צמחונים	טבעונים	
0.75			נתינתם אכילה
0.25		0.15	סכין ומזלג
1	0.3	0.7	

נתינתם: היסתברות למשלג גרסה היא (נתינתם) 0.4 מן היסתברות למשלג היא 0.7.





רסימן:  $P(\text{גשמי}) = x$

⇓

$P(\text{לגשמי}) = x + 0.4$

נניח שהשאלה:

$$(x + 0.4) + x = 1$$

$$2x + 0.4 = 1$$

$$2x = 0.6$$

$$x = 0.3$$

נניח נניח צה גלגל:

נניח: 75% מהמטרי הנוסר הונוליק גאומטריה שקואה זקלאה גלגל, והשאר הונוליק יין גאומטרי סנין ומזלח.

נניח גלגל:  $P(\text{הונוליק}) = 0.75$

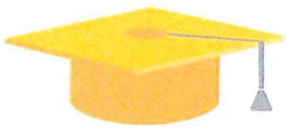
⇓

$P(\text{ומזלח}) = 1 - 0.75 = 0.25$

נניח: 60% מהמטרי הנוסר הונוליק גאומטריה סנין ומזלח והם נמחוק.

נניח נניח צה גלגל (הונוליק גאומטריה).

$P(\text{נמחוק} / \text{הונוליק גאומטריה סנין ומזלח}) = 0.6$



נמצא הנסתה איסתרה מתנה :

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(\text{מתקין}) / \begin{matrix} \text{אולי קונקט} \\ \text{סנין ונצח} \end{matrix} = 0.6$$

$$\frac{P(\begin{matrix} \text{מתקין זקק} \\ \text{אולי קונקט} \\ \text{סנין ונצח} \end{matrix})}{P(\begin{matrix} \text{אולי קונקט} \\ \text{סנין ונצח} \end{matrix})} = 0.6$$

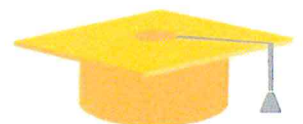
⇓

$$\frac{P(\begin{matrix} \text{מתקין זקק} \\ \text{אולי קונקט} \\ \text{סנין ונצח} \end{matrix})}{0.25} = 0.6 / 0.25$$

⇓

$$P(\begin{matrix} \text{מתקין זקק} \\ \text{אולי קונקט} \\ \text{סנין ונצח} \end{matrix}) = 0.15$$

נמצא ישנה צד לאלה.



(ה) גלגל סטטיסטי:

	טקסני	נמתי	
טקסני	0.2	0.55	0.75
נמתי	0.1	0.15	0.25
	0.3	0.7	1

(א) גלגל וואו (ה) גלגל:

$$P(\text{טקסני וואו סנין ופזאח}) = 0.25 - 0.15 = 0.1$$

$$P(\text{טקסני וואו טקסני ופזאח}) = 0.3 - 0.1 = 0.2$$

$$P(\text{נמתי וואו טקסני ופזאח}) = 0.75 - 0.2 = 0.55$$

תשיב:

$$P(\text{נמתי וואו טקסני ופזאח}) = 0.55$$

$$P(\text{נמתי וואו טקסני ופזאח}) = 1 - P(\text{טקסני וואו סנין ופזאח}) = 1 - 0.1 = 0.9$$

פ? (א)

$$P(\text{נמתי וואו טקסני ופזאח}) = 0.9$$

תשיב:



21 (2)

$$P \left( \begin{array}{l} \text{נבחני שגול} \\ \text{מאושרת בקול} \\ \text{אנילא} \end{array} \middle| \begin{array}{l} \text{נבחני או} \\ \text{אול מאושרת} \\ \text{בקול אנילא} \end{array} \right) = ?$$

ניצור קבוצה אינסוקרית מנבחני.

$$P \left( \begin{array}{l} \text{נבחני שגול} \\ \text{מאושרת בקול} \\ \text{אנילא} \end{array} \middle| \begin{array}{l} \text{נבחני או} \\ \text{אול מאושרת} \\ \text{בקול אנילא} \end{array} \right) = \frac{P \left( \begin{array}{l} \text{נבחני שגול} \\ \text{מאושרת בקול} \\ \text{אנילא} \end{array} \right)}{P \left( \begin{array}{l} \text{נבחני או} \\ \text{אול מאושרת} \\ \text{בקול אנילא} \end{array} \right)} = \frac{0.55}{0.9} = \frac{11}{18}$$

$P = \frac{11}{18}$      השקיה:

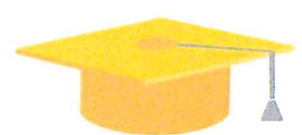
נבחני: 60 חים 60 תושלדי 0.55 (הינול).

$$P \left( \begin{array}{l} \text{נבחני} \\ \text{יזם מול} \\ \text{מאושרת} \\ \text{בקול} \\ \text{אנילא} \end{array} \right) = 0.55$$

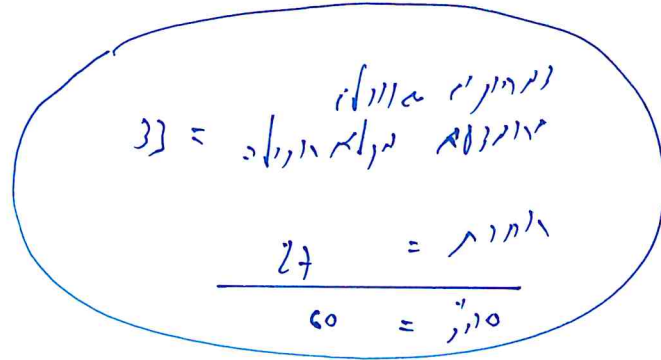
(1) 10

מטבר היתולדי לביק נבחני  
וקז אוכלי מאושרת בקול  
אנילא

$$= 0.55 \cdot 60 = 33$$



יוני ג'קוביץ ע"פ ארזי הניסוי.



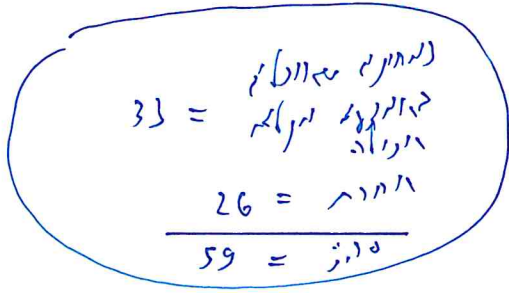
$\frac{27}{60}$

וארה

$\frac{33}{60}$

נחמני שאלה  
הזכרתי תואם וניא

מוסק II:

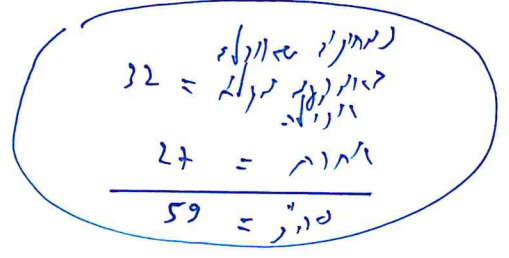


$\frac{26}{59}$

וארה

$\frac{33}{59}$

נחמני  
שאלה  
הזכרתי תואם וניא



$\frac{27}{59}$

וארה

$\frac{32}{59}$

נחמני  
שאלה  
הזכרתי תואם וניא

מוסק II:

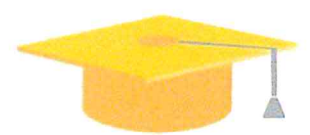
$p = \frac{33}{60} \cdot \frac{32}{59} = \frac{88}{295} = 0.298$

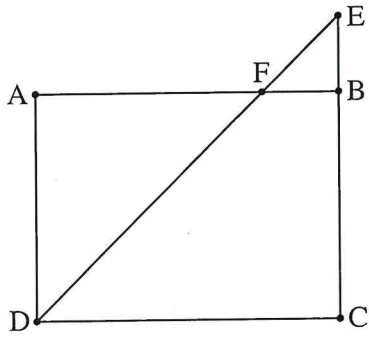
**$p=0.298$**

הטיקה:

נחידע על פסיכומטרי  
ביואל גבע ←

**הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.**  
**אל תתפשר עליה.**





4. המרובע ABCD הוא מלבן.

הנקודה E נמצאת על המשך הצלע CB, כמתואר בסרטוט שלפניכם.

הקטע DE חותך את הצלע AB בנקודה F.

א. הוכיחו:  $\Delta AFD \sim \Delta BFE$ .

נתון כי שטח המשולש AFD גדול פי 9 משטח המשולש BFE.

ב. מצאו את היחס  $\frac{AF}{FB}$ .

נתון:  $EB = 8$ ,

שטח המלבן ABCD הוא 768.

ג. (1) מצאו את אורך הצלע CB.

(2) מצאו את אורך רדיוס המעגל החוסם את המשולש DCE.

פתרון:

ניתן

ניתון

1. אפ"כ 1

2. אפ"כ 2

3. אפ"כ 3

4. אפ"כ 4

5. אפ"כ 5

הוכחה

1.  $\square ABCD \sim$

2.  $\angle BAD = \angle ABC = 90^\circ$

3.  $\angle EBF = 90^\circ$

4.  $\angle EBF = \angle FAD = 90^\circ$

5.  $\angle BFE = \angle AFD$

6.  $\Delta AFD \sim \Delta BFE$

7.  $\frac{S_{AFD}}{S_{BFE}} = 9$

ניתון





נימוק

יחס הזוויות המתאימות  
במשולשים הצולמים. אפוא 6

יחס היסודות של המשולשים  
צולמים שווה לזרימה יחס  
הצלעות המתאימות. אפוא  
6, 7, 8.

חיסוק. אפוא 9

נתון

נתון

הזווית. אפוא 8, 10

חיסוק. אפוא 11, 13

צלעות נגדיות במלבן שווה  
אפוא 1, 24

טענה

$$\frac{AF}{FB} = \frac{AD}{BE} = \frac{DF}{EF} \quad (8)$$

$$\left(\frac{AF}{FB}\right)^2 = \frac{S_{AFD}}{S_{BFE}} = 9 \quad (9)$$

$$\boxed{\frac{AF}{FB} = 3} \quad (10)$$

נ.ט.ב.

$$EB = 8 \quad (11)$$

$$S_{ABCD} = 768 \quad (12)$$

$$\frac{AD}{BE} = 3 \quad (13)$$

$$AD = 24 \quad (14)$$

$$\boxed{CB = AD = 24} \quad (15)$$

נ.ט.ב. (1)





טענה

$CD \cdot BC = 768$  (16)

$CD = 32$  (17)

$CE = CB + BE = 32$  (18)

$\angle BCD = 90^\circ$  (19)

$DE^2 = DC^2 + CE^2$  (20)

$DE = \sqrt{2,048}$  (21)

$DE$  דורך  $DE$  (22)

המוסקל שאלו

$DCE$

(23) רציוס הגוף  
המוסקל שאלו  
 $DCE$  הוא  $\sqrt{128}$

שאלו (2)

נימוק

נוכח - טעם מלבן.

כפי 12

חישוק. אפי 14, 16

חיבור דלגיק. אפי 11, 15

זווית במלבן שאלו  $90^\circ$ .  
כפי 1

שפט בתיאור במשולש  
 $DCE$ . אפי 19

זווית היקסיה בר  $90^\circ$   
ושער על דוטר. אפי 19

דוטר שאלו אפגלייב רציוס  
הגוף.





5. בסרטוט שלפניכם מתוארים שני משולשים:

משולש ADC שכל זוויותיו חדות, ומשולש שווה שוקיים ABC שבו  $BC = BA$ .

נתון: שטח המשולש ABC הוא 114,

$\angle ABC = 50^\circ$ .

א. מצאו את אורך הצלע AB.

ב. מצאו את אורך הצלע AC.

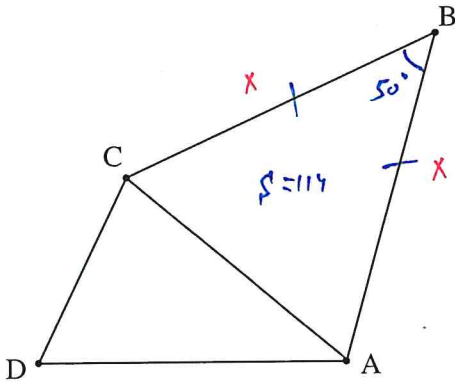
נתון: רדיוס המעגל החוסם את המשולש ADC הוא 8.

ג. מצאו את גודל הזווית ADC.

נתון:  $AD = 15$ .

ד. מצאו את גודל הזווית CAD.

ה. מצאו את אורך BD.



כתיבן

(1) נתון  $BC = BA = x$ , ולכן נוכל לסמן  $BC = BA = x$ .  
נתנו גרמיים אלה נאלץ לפי שתי נצטרך להשוות שני היתר.

הנוסחה:  $S_{\Delta} = \frac{a \cdot b \cdot \sin \alpha}{2}$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{BC \cdot BA \cdot \sin \angle ABC}{2}$$

↓

$$114 = \frac{x \cdot x \cdot \sin 50^\circ}{2}$$

$$\frac{2 \cdot 114}{\sin 50^\circ} = \frac{x^2}{2} \quad | \cdot 2$$





$$228 = x^2 \cdot \sin 50^\circ \quad / : \sin 50^\circ$$

$$\frac{228}{\sin 50^\circ} = x^2$$

$$297.63 = x^2$$

$$\pm \sqrt{297.63} = x$$

$$x_1 = 17.25$$

$$x_2 = -17.25$$

נסו, א מייגז מוונ.  
 ולק, עא וונל אסל אסל

$$AB = x = 17.25$$

תשובה:

$$AB = 17.25$$

ז, (גזרי גמלא) הניסיון גמלא ABC.

$$(AC)^2 = (BA)^2 + (BC)^2 - 2 \cdot BA \cdot BC \cdot \cos 50^\circ \quad : \text{הניסיון גמלא}$$

(גז וקבל)

$$(AC)^2 = (17.25)^2 + (17.25)^2 - 2 \cdot 17.25 \cdot 17.25 \cdot \cos 50^\circ$$

$$(AC)^2 = 212.59$$

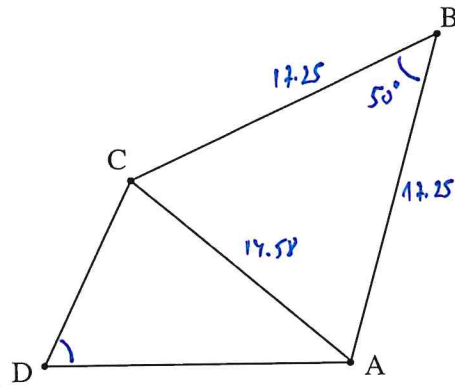
$$AC = \sqrt{212.59} = 14.58$$

$$AC = 14.58 \quad : \text{תשובה}$$

למידע על פסיכומטרי  
 ביואל גבע ←

**הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.**  
**אל תתפשר עליה.**





הינן: (ניסו להגדיל) החוסם את  $\Delta ADC$  היא 8.

(? ניצו גורם) הסינוס?  $\Delta ADC$ .

$$\frac{AC}{\sin \angle ADC} = 2R$$

$$\frac{14.58}{\sin \angle ADC} = 2 \cdot 8$$

נניח ונקרא:

$$\frac{1}{\frac{14.58}{\sin \angle ADC}} = \frac{\sin \angle ADC}{16} \quad \text{||}$$

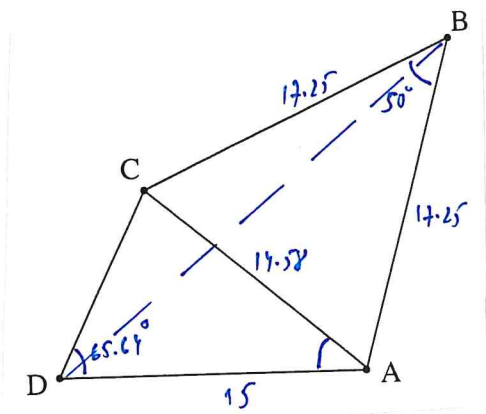
$$14.58 = 16 \cdot \sin \angle ADC \quad /: 16$$

$$0.911 = \sin \angle ADC$$

$$\angle ADC = 65.64^\circ$$

$\angle ADC = 65.64^\circ$      תשובה:





ייתכן:  $AB=15$

$\Delta ACD$ :

לפי משפט הסינוסים

$$\frac{15}{\sin \angle ACD} = \frac{17.58}{\sin 65.64^\circ}$$

!!

$$\sin \angle ACD = \frac{15 \cdot \sin 65.64^\circ}{17.58}$$

$$\sin \angle ACD = 0.937$$

$$\angle ACD = 69.59^\circ$$

סינוס הוא גמטריה שונה, ולכן:

$$\angle CAD = 180^\circ - (65.64^\circ + 69.59^\circ) = 44.77^\circ$$

$\angle CAD = 44.77^\circ$  משוקנה:





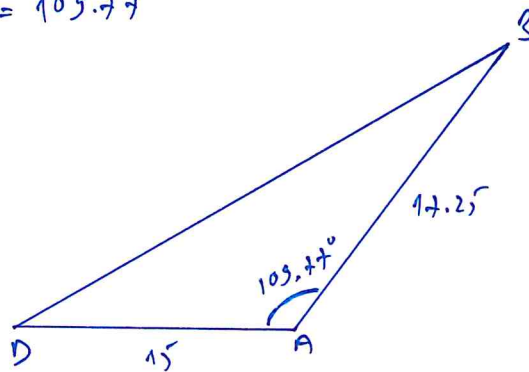
שני זוויות  
 $\triangle ABC$ :  
 $(\angle C = 89^\circ)$

(ג)

$$\angle BAC = \angle BCA = \frac{180^\circ - 50^\circ}{2} = 65^\circ$$

(זכור!) שני זוויות שוות הן זוויות שווה שוליים

$$\begin{aligned} \angle BAD &= \angle BAC + \angle CAD = \\ &= 65^\circ + 44.77^\circ = 109.77^\circ \end{aligned}$$



$\triangle BAD$ :

לפי משפט ה'קוסנוסים':

$$(BD)^2 = (AD)^2 + (AB)^2 - 2 \cdot AD \cdot AB \cdot \cos \angle BAD$$

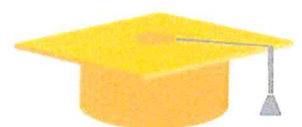
↓

$$(BD)^2 = 15^2 + (17.25)^2 - 2 \cdot 15 \cdot 17.25 \cdot \cos 109.77^\circ$$

$$(BD)^2 = 697.6$$

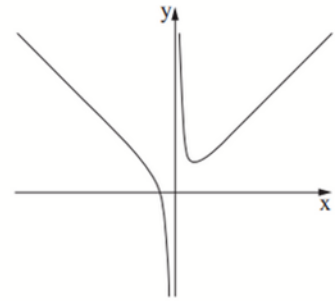
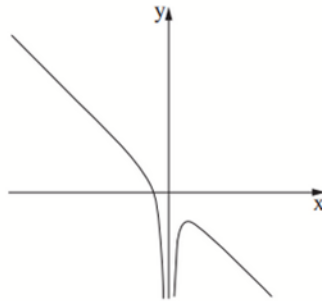
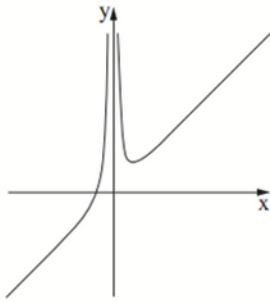
$$BD = \sqrt{697.6} = 26.41$$

$BD = 26.41$     ז'ט'ק"ג:



6. נתונה הפונקצייה:  $f(x) = x + \frac{4}{x^2}$ .

- א. מהו תחום ההגדרה של הפונקצייה  $f(x)$ ?
- ב. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$ . בתשובתכם דייקו 2 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.
- ג. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה  $f(x)$ , וקבעו את סוגה.
- ד. אחד מן הגרפים III-I בסוף השאלה מתאר את הפונקצייה  $f(x)$ . קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.
- ה. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה  $f(x)$ , על ידי הישר  $x = 1$ , על ידי הישר  $x = 2$  ועל ידי ציר ה- $x$ .



פתרון

א.  $x \neq 0 \Rightarrow \boxed{x \neq 0}$  : מכנה שאינם 0

ב. נציג  $y = x + \frac{4}{x^2}$  בפונקצייה ונסגור " -  
המשוואה:

$$0 = x + \frac{4}{x^2} \quad | \cdot x^2$$

$$0 = x^3 + 4 \Rightarrow x^3 = -4 \quad | \sqrt[3]{\phantom{x}}$$

נציג שנים שלוש (ינה):  $\boxed{x = -1.59}$



d. נמצא:

$$f'(x) = 1 + \frac{0 \cdot x^2 - 2x \cdot 4}{(x^2)^2} = 1 - \frac{8}{x^3}$$

נשווה לאפס ונקטור:

$$1 - \frac{8}{x^3} = 0 \rightarrow x^3 - 8 = 0$$

$$x^3 = 8 \quad | \sqrt[3]{\phantom{x}} \rightarrow x = 2$$

נמצא נקודות קיצון:

$$f = 2 + \frac{4}{2^2} = 3$$

נקודת קיצון קטנה:

x	-1	0	1	2	10
f'(x)	+	/	-	0	+
f(x)	↗	/	↘	.	↗

(2, 3) נקודת קיצון

לפיכך!



3. לפי גרואי הנאיב והירידה

$$\boxed{\int_1^2 \left( x + \frac{4}{x^2} \right) dx}$$

ה. נחשב - האינטגרל של פונקציה -  
 גבול התחילתי:

$$S = \int_1^2 \left( x + \frac{4}{x^2} \right) dx$$

ונבדוק - בביטוי השני:

$$S = \int_1^2 (x + 4x^{-2}) dx$$

והשני:

$$S = \left[ \frac{x^2}{2} + 4 \cdot \frac{x^{-1}}{-1} \right]_1^2 = \left[ \frac{x^2}{2} - \frac{4}{x} \right]_1^2$$

$$S = \left[ \frac{2^2}{2} - \frac{4}{2} \right] - \left[ \frac{1^2}{2} - \frac{4}{1} \right] = 3.5$$

$$\boxed{S = 3.5}$$

השטח הנבדוק





7. נתונה הפונקצייה  $f(x) = 1 + \frac{1}{2}x - \sqrt{2x + b}$ ,  $b$  הוא פרמטר.  
ידוע כי גרף הפונקצייה  $f(x)$  חותך את ציר ה- $x$  בנקודה  $(8, 0)$  בלבד.  
א. מצאו את  $b$ .

הציבו  $b = 9$  וענו על הסעיפים ב-ד.

ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $f(x)$ .

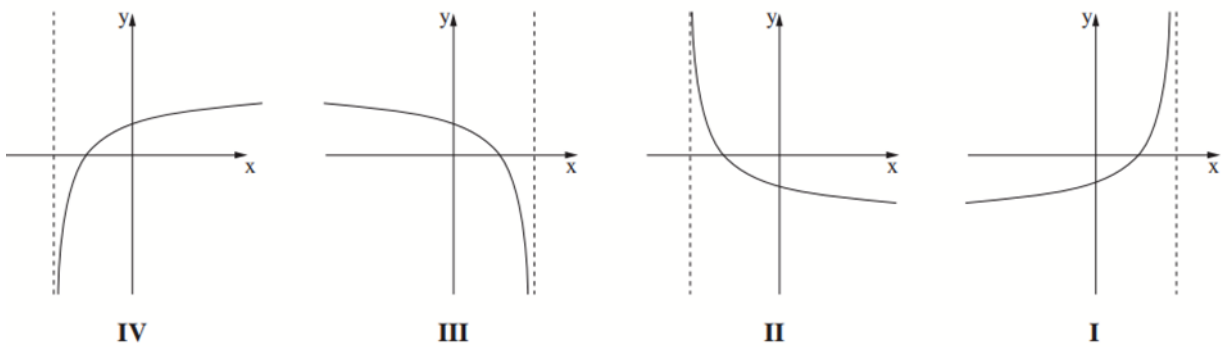
ג. (1) מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה  $f(x)$ , וקבעו את סוגן.

(2) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה  $f(x)$  עם ציר ה- $y$ .

(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .

ד. אחד מן הגרפים IV-I שלפניכם מתאר את פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .

קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.



פתרון:

א. נציב  $x=8$  הנקודה  $(8, 0)$  בפרמטרייה

$$0 = 1 + \frac{1}{2} \cdot 8 - \sqrt{2 \cdot 8 + b}$$

$$\sqrt{16 + b} = 5 \quad |()^2$$

$$16 + b = 25$$

$$\boxed{b = 9}$$

נבדוק:

נציב  $b=9$ :



$$f(x) = 1 + \frac{1}{2}x - \sqrt{2x+9} \quad . \quad \text{ג.}$$

הקטיון קטון האותם בצורה או שווה אפס:

$$2x + 9 \geq 0$$

$$2x \geq -9$$

$$\boxed{x \geq -4.5}$$

ד. (1) נסו:

$$f'(x) = \frac{1}{2} - \frac{2}{2\sqrt{2x+9}} = \frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{2x+9}}$$

נש"ה אפס ונסתור:

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{2x+9}} = 0$$

נכנה משת"ל:

$$\sqrt{2x+9} - 2 = 0$$

$$\sqrt{2x+9} = 2 \quad | \quad ^2$$

$$2x + 9 = 4$$

$$2x = -5 \quad | :2$$

$$x = -2.5$$

נקודה קריטית:

נחשב את ערך f:

$$f(-2.5) = 1 + \frac{1}{2}(-2.5) - \sqrt{2(-2.5)+9} = 1 - 1.25 - \sqrt{4} = -2.25$$



נדקא יא - סוב הידיצון:

x	-4.5	-3	-2.5	0
f'(x)		-	0	+
f(x)	°	↘	.	↗

הזקוקה היא  
לסוב מינימום.  
נטיק אזק שלישנה  
נהוצח ה-}

הס'גוק בק'ה גחוק היורה:

$$f(-4.5) = 1 + \frac{1}{2} \cdot (-4.5) - \sqrt{5} = -1.25$$

ס'כוי

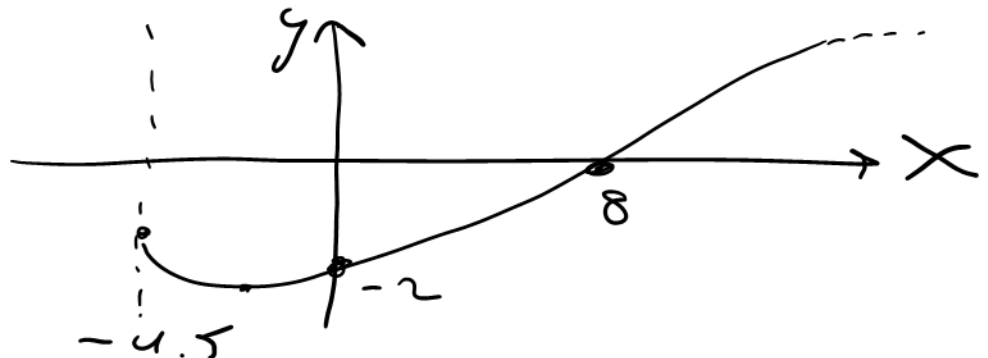
(-2.5, -2.25) מינימום  
(-4.5, -1.25) מקסימום

(2) ב'ק'ה  $x=0$  בקוה'ניה:

$$f(0) = 1 + \frac{1}{2} \cdot 0 - \sqrt{2 \cdot 0 + 9} = 1 - 3 = -2$$

ה'ק'ה היא (0, -2)

(3) (ס'ט) ס'דיצה ס'2 פ'ה הפיוה'ניה:



3. הנגזר של  $f(x) = -2.5x - 4.5$

יחידות - בתחום  $x < -2.5$

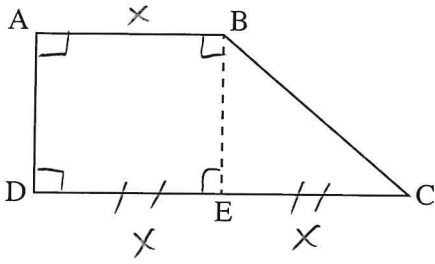
הגזר של  $f(x)$  הוא  $f'(x)$

אם כיוב,  $f'(x) = -2.5$

שקולו - הגזר הנגזר

1





8. המרובע ABCD הוא טרפז ישר זווית,  $AB \parallel DC$  (ראו סרטוט).  
 גובה הטרפז BE חוצה את הבסיס DC.  
 שטח הטרפז הוא  $48\sqrt{2}$ .  
 נסמן ב- $x$  את אורך הצלע AB.  
 א. הביעו באמצעות  $x$  את אורך גובה הטרפז.  
 ב. מצאו את  $x$  שבעבורו סכום ריבועי השוקיים של הטרפז  $(AD^2 + BC^2)$  הוא מינימלי.  
 ג. האם ייתכן שסכום ריבועי השוקיים של הטרפז הוא 120? נמקד.

פתרון:

א. המרובע ABCD הוא טרפז ישר זווית  
 BE חוצה את DC ל-2 חלקים שווים.

$$AB = DE = EC = x$$

שטח טרפז נהוג הנוסחה הבאה:

$$S_{ABCD} = \frac{(AB + CD) \cdot BE}{2}$$

(צד ב-א - הנתונים):

$$48\sqrt{2} = \frac{(x + 2x) \cdot BE}{2}$$

$$96\sqrt{2} = 3x \cdot BE \quad /: 3x$$

$$BE = \frac{32\sqrt{2}}{x}$$



ק. 15 בע"מ תיקון.

$$S = AD^2 + BC^2$$

פונקציה הנטרה:

וביאור - הפונקציה  $x$ :

$$AD = BC = \frac{32\sqrt{2}}{x} \rightarrow AD^2 = \frac{2048}{x^2}$$

כא - כיבוע היסק BC נחשב בעזרת משפט פיתגורס במשולש BCE:

$$BC^2 = CE^2 + BE^2$$

$$BC^2 = x^2 + \left(\frac{32\sqrt{2}}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{2048}{x^2}$$

נציב ונדבא:

$$f(x) = \frac{2048}{x^2} + x^2 + \frac{2048}{x^2}$$

$$f(x) = \frac{4096}{x^2} + x^2$$

נציב ונדבא:

$$f'(x) = \frac{0 \cdot x^2 - 2x \cdot 4096}{x^4} + 2x = -\frac{8192}{x^3} + 2x$$

$$-\frac{8192}{x^3} + 2x = 0 \rightarrow -8192 + 2x^4 = 0$$



$$2x^4 = 8,192 / :2$$

$$x^4 = 4,096 / \sqrt[4]{\phantom{x}}$$

$$x = 8$$

x	7	8	9
f'(x)	-	0	+
f(x)	↘	.	↗

יחידה) מניחים זקנו  $x=8$

תשובה: זקנו  $x=8$  יחידה) סכום מניחים.

פירוק המספרים של המספרים.

p. ג. א  $x=8$  בסיסית  $f(x) =$

$$f(8) = \frac{4,096}{8^2} + 8^2 = 64 + 64 = 128$$

הוא, הסכום המניחים. פירוק המספרים.

הוא 128.

פירוק המספרים של המספרים.

