

פתרון הבחינה

במתמטיקה

קיץ תשפ"ג, 2023, מועד ב, שאלון: 35481

מוגש ע"י צוות מורי המתמטיקה של "יואל גבע"

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



1. רותי יצאה מביתה בשעה 7:00 והתחילה ללכת במהירות קבועה אל הבית של דודתה. אם הייתה רותי ממשיכה ללכת באותה המהירות, היא הייתה מגיעה לבית של דודתה בדיוק בשעה 9:00. אבל, אחרי שעברה רבע מן הדרך, היא עצרה לנוח למשך חצי שעה. אחר כך היא המשיכה ללכת במהירות קבועה הגדולה ממהירותה ההתחלתית ב-0.6 קמ"ש. רותי הגיעה לבית של דודתה בשעה 9:21.
- מה הייתה המהירות שבה התחילה רותי ללכת כשיצאה מביתה?
 - מהו המרחק בין הבית של רותי ובין הבית של דודתה?
 - באיזו שעה הגיעה רותי לאמצע הדרך?

נסמן את המהירות של רותי ב- x .

זמן	מרחק	מהירות	הערות
$2x$	x	2	בנון
$\frac{1}{4} \cdot 2x \rightarrow 0.5x$	x	0.5	I תאק
0	0	0.5	מנוחה
$2x - 0.5x \rightarrow 1.5x$	$x + 0.6$	$\frac{1.5x}{x + 0.6}$	II תאק

זמן

זמן נס = זמן נס - זמן נס = זמן נס - זמן נס

$$0.5 + 0.5 + \frac{1.5x}{x + 0.6} = 2 \frac{21}{60}$$

$$1 + \frac{1.5x}{x + 0.6} = 2.35$$

$$\frac{1.5x}{x + 0.6} = 1.35$$



$$1.5x = 1.35(x + 0.6)$$

$$1.5x = 1.35x + 0.81$$

$$0.15x = 0.81$$

$$x = 5.4$$

אחיזה בהתקנתם של חפצי : 5.4 ק"מ.

ג. הארכת המלל בין הקדמים הוא $2x$.

נניח $x = 5.4$ ונקבל 10.8 ק"מ.

ד. נניח אורך המעטפת הוא x ונקבל 5.4 ק"מ.

5.4 ק"מ

ק"מ	אחיזה	צמ"ן	
$0.5x \rightarrow 2.7$	5.4	0.5	I חלק
0	0	0.5	מעטפת
$5.4 - 2.7 \rightarrow 2.7$	$5.4 + 0.6 \rightarrow 6$	$\frac{2.7}{6} \rightarrow 0.45$	II חלק

צמ"ן המעטפת הוא 1.45 מ"מ, כלומר $1 - 2.7$ ק"מ.

נניח האורך של המעטפת הוא 2.7 ק"מ.

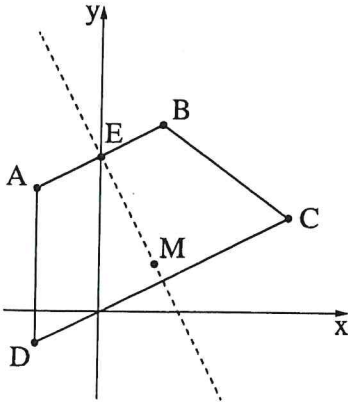


2. המרובע ABCD שבסרטוט שלפניכם הוא טרפז שווה שוקיים, $AB \parallel DC$, $AD = BC$.

הנקודה E היא אמצע הצלע AB.

נתון: $B(2, 6)$,

משוואת האנגל לצלע AB העובר דרך הנקודה E היא $y = -2x + 5$.



א. (1) מצאו את משוואת AB.

(2) מצאו את שיעורי הקודקוד A.

נתון: $C(6, 3)$,

השוק AD מקבילה לציר ה-y.

ב. (1) מצאו את אורך השוק BC.

(2) מצאו את שיעורי הקודקוד D.

הנקודה M נמצאת על האנגל הנתון ומתקיים: $AM = DM$.

ג. מצאו את שיעורי הנקודה M.

ד. מצאו את שטח המשולש ADM.

א (1) מניחים הנקודה E היא אמצע AB (2) $y = -2x + 5$

אין קווי ישרים AB הם $\frac{1}{2}$ (אנכל שטוח -1)

אם AB אנכל עדי $B(2, 6)$ $\frac{1}{2}$ $y = -2x + 5$

$$y - 6 = \frac{1}{2}(x - 2)$$

$$y - 6 = \frac{1}{2}x - 1$$

$$y = \frac{1}{2}x + 5$$


(2) נקודת אמצע E של הישר AB היא $(0, 5)$

$$y = \frac{1}{2} \cdot 0 + 5$$

$$: x=0 \text{ נקודת}$$

$$y=5$$

$$E(0, 5)$$

הנקודה E היא נקודת אמצע AB .

נסו: נקודת אמצע

$$x_E = \frac{x_A + x_B}{2}$$

$$y_E = \frac{y_A + y_B}{2}$$

$$0 = \frac{x_A + 2}{2}$$

$$5 = \frac{y_A + 6}{2}$$

$$x_A = -2$$

$$y_A = 4$$

$$A(-2, 4)$$



2. (1) נניח שג' איך הקטע BC

אם מניק קוון המקביל $B(2,6)$, $C(6,3)$

$$d_{BC} = \sqrt{(2-6)^2 + (6-3)^2} = 5 \text{ יחידות}$$

(2) הקטע AD מקביל לצד BC הי-5

$$x_D = x_A = -2$$

הצדדים שיהיו שווים זאכן איך הטיק AD הי-5

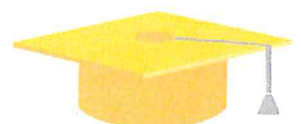
כזכור, AD מקביל לצד BC הי-5 זאכן למקבילים:

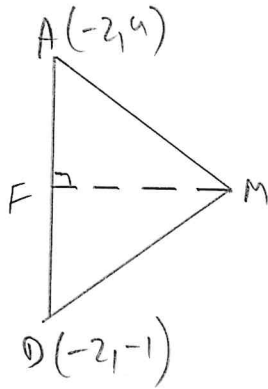
$$y_A - y_D = 5$$

$$4 - y_D = 5 \quad \text{נניח } y_A = 4 \text{ ונקבל:}$$

$$y_D = -1$$

$$P(-2, -1)$$





(ג) נמצא את מרכז המסה של $\triangle ADM$

נקודה זו היא f - AD

הנקודה היא מרכז המסה של $\triangle ADM$

ולכן f היא נקודה

מרכז המסה של $\triangle ADM$

$$x_f = \frac{-2 + (-2)}{2} = -2$$

$$y_f = \frac{4 + (-1)}{2} = 1.5$$

$$F(-2, 1.5)$$

AD הוא צד של $\triangle ADM$, נמצא את f - AD

ולכן f היא נקודה מרכז המסה של $\triangle ADM$

הנקודה היא מרכז המסה של $\triangle ADM$

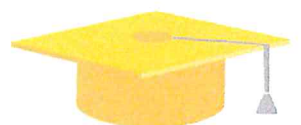
$$\begin{cases} y = 1.5 \\ y = -2x + 5 \end{cases}$$

$$1.5 = -2x + 5$$

$$2x = 3.5$$

$$x = 1.75$$

$$M(1.75, 1.5)$$



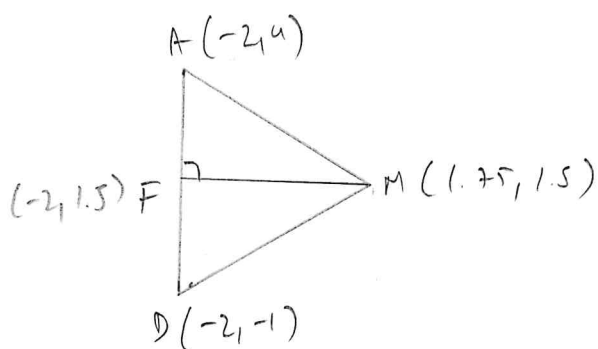
כיון נוסף אנון סוף ז'.

הקו M (נמצא) על האף $y = -2x + 5$.

אשר זה הסוף $M(t_1, -2t_1 + 5)$ ופער צמוד

לעוף $AM = DM$, אהף אמצע t ז'

אזינו קודם $AM = DM$ וזהו קין להיחזק.



(3) נעזק על זה השרי

אל הנוסחה

$$S_{ADM} = \frac{AD \cdot MF}{2}$$

$y_A - y_D = 4 - (-1) = 5$: AD אף

$x_M - x_F = 1.75 - (-2) = 3.75$: MF אף

$$S_{ADM} = \frac{5 \cdot 3.75}{2} = 9.375$$

אזינו





3. בקלמר של דנה יש 25 עפרונות זהים בגודלם בשלושה צבעים:

15 עפרונות כחולים,

4 עפרונות אדומים,

6 עפרונות צהובים.

דנה מוציאה באקראי עיפרון מן הקלמר. אם העיפרון הוא כחול או אדום, היא מחזירה את העיפרון לקלמר.

אם העיפרון הוא צהוב, היא משאירה אותו מחוץ לקלמר.

לאחר מכן דנה מוציאה באקראי עיפרון נוסף מן הקלמר.

א. מהי ההסתברות שדנה תוציא שני עפרונות צהובים?

ב. (1) מהי ההסתברות שדנה תוציא שני עפרונות באותו הצבע?

(2) ידוע ששני העפרונות שהוציאה דנה הם באותו הצבע.

מהי ההסתברות שהיא הוציאה שני עפרונות אדומים או שני עפרונות צהובים?

דנה החזירה את כל העפרונות לקלמר ונתנה לאחיה מן הקלמר x עפרונות כחולים, 2 עפרונות אדומים ו-3 עפרונות צהובים.

לאחר מכן היא הוציאה באקראי שני עפרונות מן הקלמר ללא החזרה.

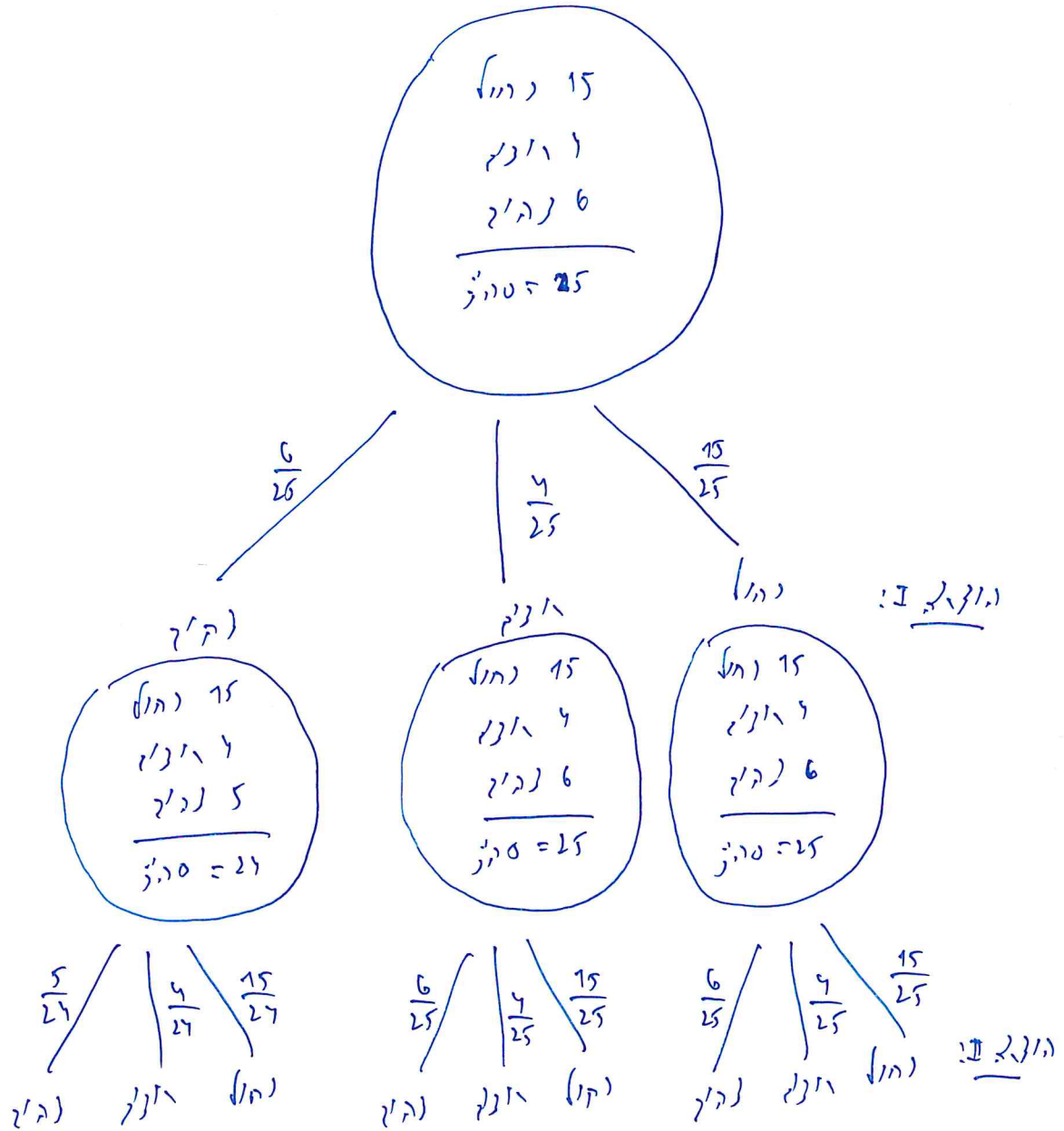
נתון: ההסתברות שדנה הוציאה עיפרון צהוב ולאחריו עיפרון אדום היא $\frac{1}{40}$.

ג. מצאו את x .

טחיון

א. נניח דניאל קנה 20 עפרונות זהים בגודלם בשלושה צבעים: 15 כחולים, 4 אדומים, 6 צהובים. דניאל הוציא באקראי עיפרון אחד מהקלמר. אם העיפרון הוא צהוב, הוא משאיר אותו מחוץ לקלמר. אם העיפרון הוא כחול או אדום, הוא מחזיר אותו לקלמר. לאחר מכן דניאל הוציא באקראי עיפרון נוסף מהקלמר. מהי ההסתברות שדניאל יוציא שני עפרונות באותו הצבע?





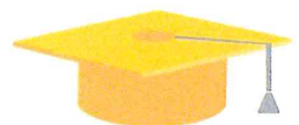
$$P(\text{blue}_1, \text{blue}_2) = \frac{6}{25} \cdot \frac{5}{24} = \frac{1}{20}$$

$$P(\text{white}_2) = P(\text{white}_1, \text{white}_2) + P(\text{white}_1, \text{red}_2) + P(\text{blue}_1, \text{blue}_2) = \quad (1)$$

$$= \frac{15}{25} \cdot \frac{14}{24} + \frac{4}{25} \cdot \frac{4}{24} + \frac{6}{25} \cdot \frac{5}{24} = \frac{1089}{2500} = 0.4356$$

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



(2) נמצא את ההסתברות $P(A|B)$.

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P\left(\begin{matrix} \text{שני איכותיים} \\ \text{שני בודדים} \end{matrix} \middle| \begin{matrix} \text{אחד} \\ \text{שני} \end{matrix}\right) = ?$$

$$\begin{aligned} P\left(\begin{matrix} \text{שני איכותיים} \\ \text{שני בודדים} \end{matrix} \middle| \begin{matrix} \text{אחד} \\ \text{שני} \end{matrix}\right) &= \frac{P\left(\begin{matrix} \text{שני איכותיים} \\ \text{שני בודדים} \end{matrix} \cap \begin{matrix} \text{אחד} \\ \text{שני} \end{matrix}\right)}{P\left(\begin{matrix} \text{אחד} \\ \text{שני} \end{matrix}\right)} = \\ &= \frac{\frac{4}{25} \cdot \frac{4}{25} + \frac{6}{25} \cdot \frac{5}{24}}{\frac{1089}{2500}} = \frac{\frac{189}{2500}}{\frac{1089}{2500}} = \\ &= \frac{21}{121} = 0.1735 \end{aligned}$$



א) לאמו הגערה א האבניקא לקאטו, חוצווי אלנו היקרוי.
 טאטו, בקאטו יס 15 עניקא נחולק, 4 עניקא אבולאם
 1-6 עניקא לבוקיז - סוף 25 עניקא.

נני נחמה לאחיה א עניקא נחולק, 2 עניקא אבולאם
 1-2 עניקא לבוקיז.

לאחיו גבא נ. נני נחמה בקאטו : (15-x) עניקא נחולק,

2 עניקא אבולאם, (עניקא לבוקיז) - סוף (20-x) עניקא.

$$(x - 20 = x + 2 + (15 - x))$$

נני נחמה אל נחמה אל א היקרוי גבא נחמה.



$$\frac{\frac{40}{6}}{(20-x)(19-x)} = \frac{(20-x)(19-x)}{40} \quad | \cdot 40 (20-x)(19-x)$$

$$260 = (20-x) \cdot (19-x)$$

$$260 = 380 - 20x - 19x + x^2$$

$$0 = 380 - 20x - 19x + x^2 - 260$$

$$0 = x^2 - 39x + 120$$

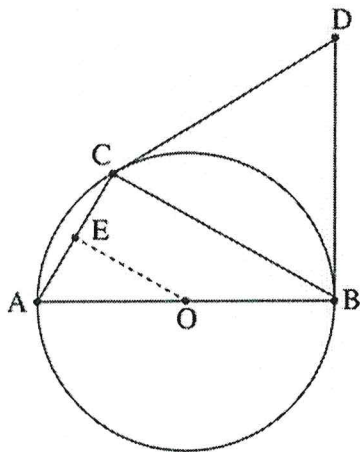
$$x_1 = 35$$

$$x_2 = 4$$

$x=35$ נכנס, מילמדו (צריך) א צה זינגן, אטמטנו
יגעניקע, גינטל זינגן אללי, אזי, לא יימכן.

$x=4$ אטקנה



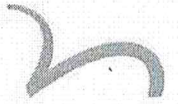


4. משולש ABC חסום במעגל שמרכזו O.
 AB הוא קוטר במעגל.
 הנקודה E היא אמצע הצלע AC (ראו סרטוט).
 א. (1) הוכיחו: $OE \perp AC$.
 (2) הוכיחו: $\triangle ABC \sim \triangle AOE$.
 ב. פי כמה גדול שטח המרובע BCEO משטח המשולש AOE? נמקו.
 נתון: AC שווה לרדיוס המעגל.
 המשיקים למעגל בנקודות B ו-C נגשיים בנקודה D.
 ג. הוכיחו: משולש BDC הוא שווה צלעות.
 נתון: רדיוס המעגל הוא 10.
 ד. מצאו את שטח המשולש OCD.

פתרון:
16

נימוק	טענה	מספר
נתון	AB הוא קוטר	(1)
נתון	O מרכז המעגל	(2)
נתון E אמצע AC	$AE = CE$	(3)
ש/ויתר היקפים הנשען על קוטר שווה ישרים	$\angle ACB = 90^\circ$	(4)
הצלע המחברת את אמצעי שתי קצות קוטר היא קוטר	OE הוא	(5)
הצלע המחברת קוטר וקצה הוא קוטר	אמצעי קוטר הוא	
הצלע המחברת קוטר וקצה הוא קוטר	ABC	
הצלע המחברת קוטר וקצה הוא קוטר	$OE \parallel BC$	(6)



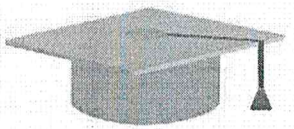


<p>נימוק</p> <p>חישוב. לפי 13</p>	<p>טענה</p> <p>$S_{BCED} = 3 \cdot S_{ADE}$</p>	<p>מסר</p> <p>(14)</p> <p>מ.ש.פ. ק'</p>
<p>נתון</p> <p>נתון</p> <p>משיך מאונך ארציוס אז נקודת ההשקה לפי 1, 16</p> <p>כציוס שווה למחלף הקוטר. לפי 1, 15</p> <p>אם משולש ישר זווית הניצב שווה למחלף היתר אזי הזווית מולו אמתו ניצב שווה לפי לפי 4, 18</p> <p>חיסור זווית. לפי 17, 15</p> <p>משיקים למחלף היווצריים שווה נקודת שווים.</p>	<p>AC שווה ארציוס המקור</p> <p>מב, כס משיקים למחלף</p> <p>$\angle ABD = 90^\circ$</p> <p>$AC = \frac{1}{2} AB$</p> <p>$\angle ABC = 30^\circ$</p> <p>$\angle DCB = 60^\circ$</p> <p>$CD = BD$</p>	<p>(15)</p> <p>(16)</p> <p>(17)</p> <p>(18)</p> <p>(19)</p> <p>(20)</p> <p>(21)</p>



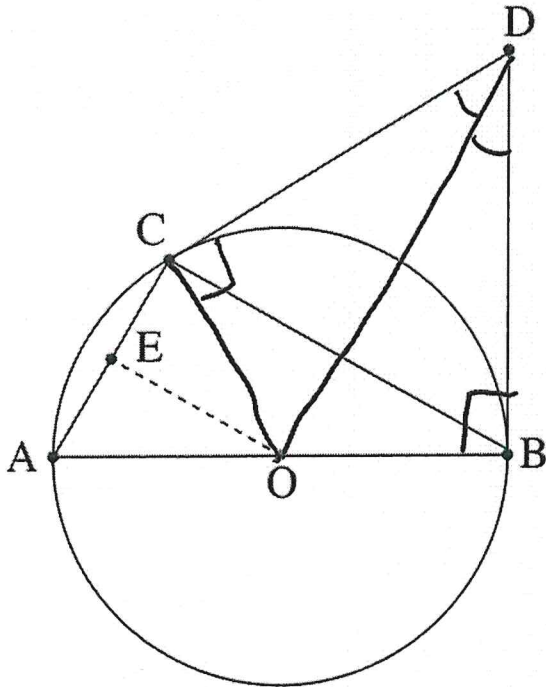


נימוק	אגרה	מספר
<p>מחז דאגה. שאר כשאלה יש סוליה שונה. אפי ו 2</p>	<p>$\angle DCB = 60^\circ$</p>	<p>(22)</p>
<p>השאלה טען במשפט אפי 20, 22</p>	<p>$\angle BDC = 60^\circ$</p>	<p>(23)</p>
<p>משולש שכל סוליותיו 60° הוא שווה דאגה</p>	<p>אבמ שווה דאגה</p>	<p>(24) ג.ש.ל.</p>
<p>נימוק</p>	<p>הציונים המתאימים</p>	<p>(25)</p>
<p>בנייה אסר</p>	<p>נקודות C, D</p>	<p>(26)</p>
<p>אם נקודתה מחוץ למעגל יורגו יב שני ששוקים למעגל אזי הקטע המחבר את הנקודה עם רכס המעגל חוצה יו. הצויר שקיין הושיק.</p>	<p>$\angle ODB = \angle ODC = 30^\circ$</p>	<p>(27)</p>
<p>אפי 16, 23</p>	<p>$OC \perp DC$</p>	<p>(28)</p>
<p>הציונים יוז (הוצר הפסקה מהאונן אלשיק אפי 16</p>	<p>$OC = OD$</p>	<p>(29)</p>
<p>אפי 25</p>	<p>$OC = OD = 20$</p>	<p>(30)</p>
<p>המשולש 30° זיג 90° הניצק מחז הצויר אפי 30</p>	<p>$\angle COD = 60^\circ$</p>	<p>(31)</p>
<p>שווה למחז - היתר. אפי 28</p>		
<p>השאלה טען במשולש אפי 28</p>		



<p>ניתן זק קנסה - שטח משולש טריאנגולר - סך חילוק</p>	<p>טענה $S_{ACD} = \frac{50 \cdot 50 \cdot \sqrt{3}}{2}$ $S_{ACD} = 50 \cdot \sqrt{3}$</p>	<p>מספר (32) (33) ר.ע.√ 3</p>
--	---	--

שרטוט זה התוספת?





5. המשולש ABC הוא ישר זווית, $\angle ACB = 90^\circ$.

הנקודה D נמצאת על המשך הצלע AB, כמתואר בסרטוט שלפניכם.

נתון: $BC = 0.75 \cdot AC$.

א. מצאו את גודל הזווית CBD.

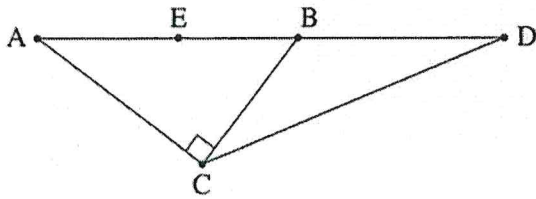
נתון: $AB = 20$, $BD = 16$.

ב. מצאו את אורך DC.

הנקודה E נמצאת על הקטע AB ומתקיים: $DC = DE$.

ג. מצאו את שטח המשולש EDC.

ד. מצאו את רדיוס המעגל החוסם את המשולש EBC.



פתרון:

1. $\tan \angle ABC = \frac{AC}{BC}$: משולש ABC

$\tan \angle ABC = \frac{AC}{0.75 AC} = \frac{4}{3}$

$\angle ABC = 53.13^\circ \Rightarrow \angle CBD = 126.87^\circ$

ק. נתון: $AB = 20$, $BD = 16$

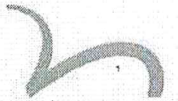
נחשב ו-1. דאגנו שולש ABC
דגשנו - שטח עיגול זורם!

$$AC^2 + (0.75 AC)^2 = 20^2$$

$$AC^2 + \frac{9}{16} AC^2 = 400$$

$$\frac{25}{16} AC^2 = 400$$





$$AC^2 = 256/7$$

$$AC = 16 \Rightarrow BC = 12$$

כעת במשולש ABC נתונה
 במשפט הקוסינוסים:

$$DC^2 = 16^2 + 12^2 - 2 \cdot 16 \cdot 12 \cdot \cos 126.87^\circ$$

$$DC^2 = 630.400$$

$$DC = 25.107$$

d. נחשב את זווית BDC — $\angle BDC$

$$\frac{12}{\sin \angle BDC} = \frac{25.107}{\sin 126.87^\circ}$$

$$\sin \angle BDC = 22.48^\circ$$

ניתן לחשב את שטח הטרפז בעזרת זווית BDC:

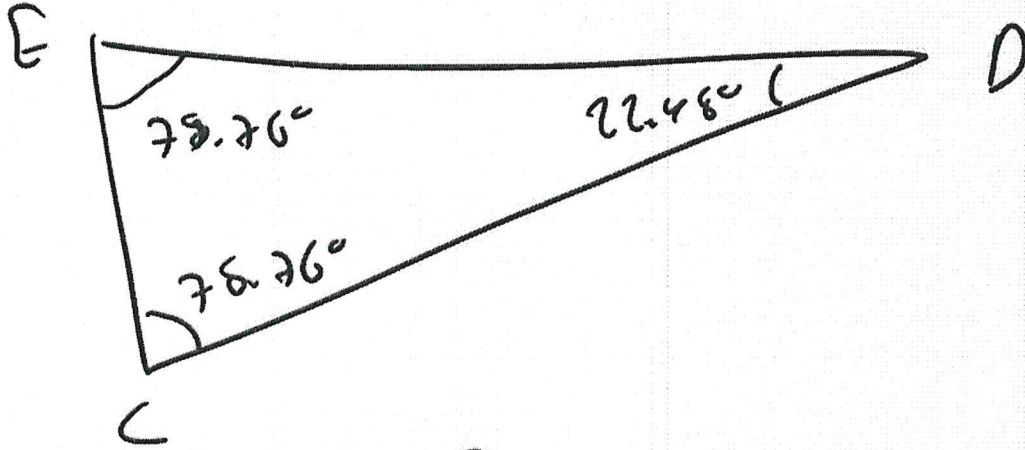
$$S_{EDC} = \frac{CD \cdot DE \cdot \sin \angle CDE}{2}$$

$$S_{EDC} = \frac{25.707 \cdot 25.107 \cdot \sin 22.48^\circ}{2}$$



$$S_{EDC} = 120.51$$

3. נתון קוטר של $\triangle CDE$:



הקוטר הוא שווה שוקים ולכן:

$$\angle DEC = \angle DCE = \frac{180^\circ - 22.48^\circ}{2} = 78.76^\circ$$

כעת קוטר של $\triangle BCE$, נרצה למצוא את הסינוס:

$$\frac{BC}{\sin 78.76^\circ} = 2R$$



$$\frac{12}{\sin 78.76^\circ} = 2R$$



$$R = 6.117$$



6. נתונה הפונקצייה: $f(x) = \frac{9-4x^2}{1-x^2}$.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) מצאו את האסימפטוטות של הפונקצייה $f(x)$ המאונכות לצירים.
 (3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.
 (4) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
 (5) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.
- ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
- ג. נתונה הפונקצייה $g(x)$ המקיימת $g'(x) = f(x)$. לפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ יש אותו תחום הגדרה. מצאו את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, וקבעו את סוגן. נמקו את תשובתכם.

פתרון

א. (1) נחזיק לאלו זרני x הימני מהאנס.

$$\begin{aligned} 1-x^2 &= 0 \\ 1 &= x^2 \\ \pm\sqrt{1} &= x \\ 1 &= x_1 \\ -1 &= x_2 \end{aligned}$$

≤ מחץ ההקצוב: $x \neq 1, x \neq -1$

(2) נסונו $x=1$ ו- $x=-1$ הימני מהאנס ונמני לא מהאנס, ולכן:

אסימטוטא זרני: $x=1, x=-1$.

אסימטוטא זרני נמנו לפי לא המניק הקצהב.
 המניק הקצהב במניק ומניק אומ, ולכן זא אסימטוטא זרני.



אסימטוטה זו מייצגת עי האיקנה והתנהגותה בקצה הימני.

$$y = \frac{\text{מקדם המונה קצויה למקנה}}{\text{מקדם המנה קצויה למקנה}}$$

אסימטוטה
אנכית

⇓

$$y = \frac{9}{-1} = -9$$

אסימטוטה
אנכית

אסימטוטה אנכית: $x = -9$

(3)

$$f(x) = \frac{9-4x^2}{1-x^2}$$

$$x=0 \rightarrow f(0) = \frac{9-4 \cdot 0^2}{1-0^2} = 9$$

(0, 9)

$$f(x) = 0 \rightarrow \frac{(1-x^2) \cdot 0}{1-x^2} = \frac{9-4x^2}{1-x^2} \quad | \cdot (1-x^2)$$

$$0 = 9 - 4x^2$$

$$4x^2 = 9 \quad | :4$$

$$x^2 = \frac{9}{4}$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{9}{4}}$$



$$\lambda_1 = \frac{1}{2} = 0.5$$

$$\lambda_2 = -\frac{1}{2} = -0.5$$

$$(0.5, 0) ; (-0.5, 0)$$

$$f(x) = \frac{9-x^2}{1-x^2} \rightarrow -8x$$

$$\rightarrow -2x$$

(2)

(ישו גרנטה מני)

$$f'(x) = \frac{-8x \cdot (1-x^2) - (9-x^2) \cdot (-2x)}{(1-x^2)^2}$$

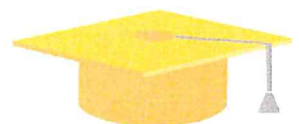
$$f'(x) = \frac{-8x + 8x^3 + 18x - 8x^3}{(1-x^2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{10x}{(1-x^2)^2}$$

$$\frac{10x}{(1-x^2)^2} = 0 \quad | \cdot (1-x^2)^2$$

$$10x = 0 \quad | : 10$$

$$x = 0$$

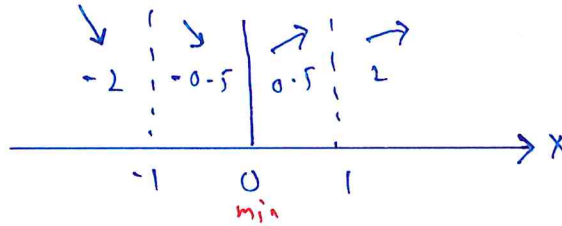


$$f(x) = \frac{9 - 4x^2}{1 - x^2}$$

(0, 1)

$$f(0) = \frac{9 - 4 \cdot 0^2}{1 - 0^2} = 9$$

(0, 9)



$$f'(x) = \frac{10x}{(1-x^2)^2}$$

מינימום הינקציה חיוני ל-6 א דמיון הגורם, ולכן אנחנו סומן הינקציה מסניף, מינימום דמיון.

$f'(-2) = 10 \cdot (-2) = -20$ (מינימום) מינימום גורם

$f'(-0.5) = 10 \cdot (-0.5) = -5$ (מינימום) מינימום גורם

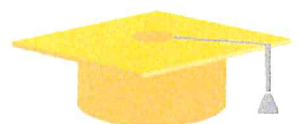
$f'(0.5) = 10 \cdot 0.5 = 5$ (מינימום) מינימום גורם

$f'(2) = 10 \cdot 2 = 20$ (מינימום) מינימום גורם

min(0, 9)

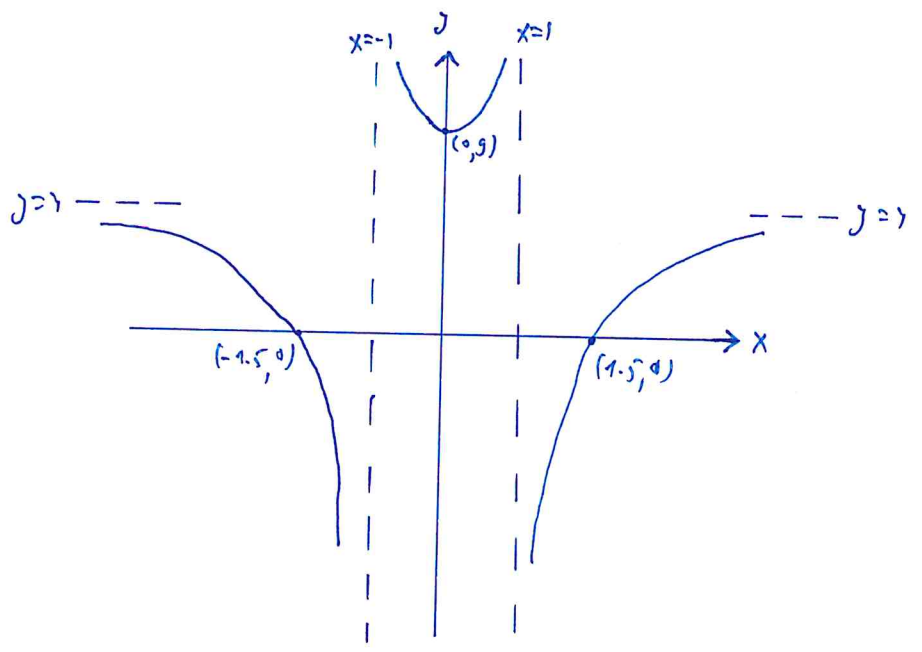
נחידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

**הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תחפשו עליה.**



(5) יחידות עלייה: $x > 1$ או $0 < x < 1$

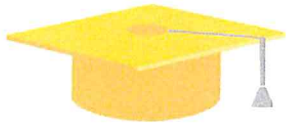
יחידות ירידה: $0 < x < -1$ או $x < -1$



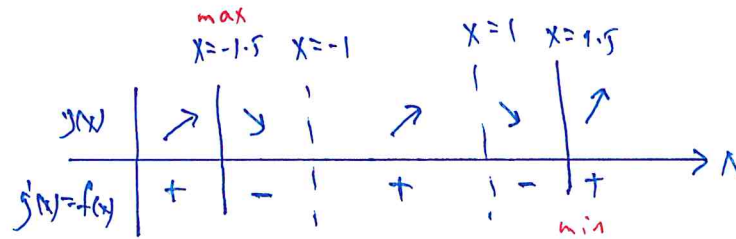
ג. נתון: $f(x) = f'(x)$, אינרציה $f(x)$ או $f(x)$ יורד או $f(x)$ עולה.
 נמצאה קצוות של $f(x)$, אביזר, קצוות, קצוות אינרציה של $f(x)$ (נתון $f(x) = f'(x)$).
 קצוות של $f(x)$ יורד או $f(x)$ עולה (נתון $f(x) = f'(x)$)
 נמצאו אינרציה של $f(x)$ (נתון $f(x) = f'(x)$)
 בנקודה, קצוות אינרציה של $f(x)$ יורד או $f(x)$ עולה (נתון $f(x) = f'(x)$)
 אביזר, נתון של $f(x)$ יורד או $f(x)$ עולה (נתון $f(x) = f'(x)$).

נמידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



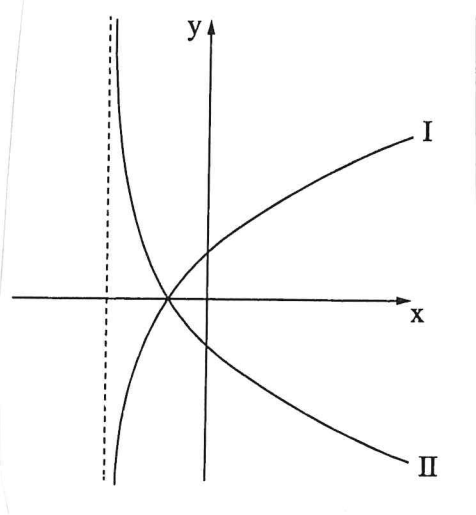
קודם יתקשרים משני צדדים והסימן שלו זהם גזינה $x=1.5$ (זהו נקודה
 אופטימלית), ומניין שבניקוד $x=1$ יש מינימום גזינה $x=1.5$.
 נשים לב גם לנקודה הימנית $x=1$ (צדף אדום) $(f'(x)=f(x))$.



$x_{min} = 1.5$, $x_{max} = -1.5$: טקסט



7. נתונה הפונקצייה $f(x) = (x - 3) \cdot \sqrt{2x + 6}$.
- מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 - מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.
 - מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
 - סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
- בסוף השאלה מופיעים שני גרפים, II-I. אחד מן הגרפים מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$, והגרף האחר מתאר את הפונקצייה $g(x) = -f'(x)$.
- קבעו איזה מן הגרפים II-I מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמקו את קביעתכם.
 - חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישר $x = 5$ ועל ידי ציר ה- x .



פתרון

1. יש למצוא את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x) = (x - 3) \cdot \sqrt{2x + 6}$.

$$2x + 6 \geq 0$$

$$2x \geq -6$$

$$x \geq -3$$

תשובה: $x \geq -3$



$$f(x) = (x-3) \cdot \sqrt{2x+6}$$

.7

$$x=0 \rightarrow f(0) = (0-3) \cdot \sqrt{2 \cdot 0 + 6}$$

$$f(0) = (-3) \cdot \sqrt{6}$$

$$f(0) = -7.348$$

$$(0, -7.348)$$

$$f(x)=0 \rightarrow 0 = \underbrace{(x-3)}_{\downarrow} \cdot \underbrace{\sqrt{2x+6}}_{\rightarrow}$$

$$x-3=0$$

$$x=3$$

$$\sqrt{2x+6} = 0 \quad | \quad ()^2$$

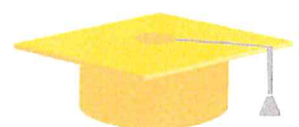
$$(\sqrt{2x+6})^2 = (0)^2$$

$$2x+6=0$$

$$2x=-6 \quad | :2$$

$$x=-3$$

$$(3, 0) ; (-3, 0)$$



ז. מציגה ניוטון נייטון

(עצור דרך צורה אחרת)

$$f(x) = \underbrace{(x-3)}_1 \cdot \underbrace{\sqrt{2x+6}}_2 \rightarrow \frac{2}{2\sqrt{2x+6}} = \frac{1}{\sqrt{2x+6}}$$

$$f'(x) = 1 \cdot \sqrt{2x+6} + (x-3) \cdot \frac{1}{\sqrt{2x+6}}$$

$$f'(x) = \frac{\sqrt{2x+6} \cdot \sqrt{2x+6}}{\sqrt{2x+6}} + \frac{x-3}{\sqrt{2x+6}}$$

(כך זה יהיה נכון) (לדוגמה) וכו'.

$$f'(x) = \frac{(\sqrt{2x+6})^2 + x-3}{\sqrt{2x+6}}$$

$$f'(x) = \frac{2x+6 + x-3}{\sqrt{2x+6}}$$



$$f'(x) = \frac{x+3}{\sqrt{2x+6}}$$

$$\frac{x+3}{\sqrt{2x+6}} = 0 \quad | \cdot \sqrt{2x+6}$$

$$x+3 = 0$$

$$x = -3 \quad | : -3$$

$$x = -1$$

$$f(x) = (x-3) \cdot \sqrt{2x+6}$$

$$\underline{\underline{(-1, \quad)}}$$

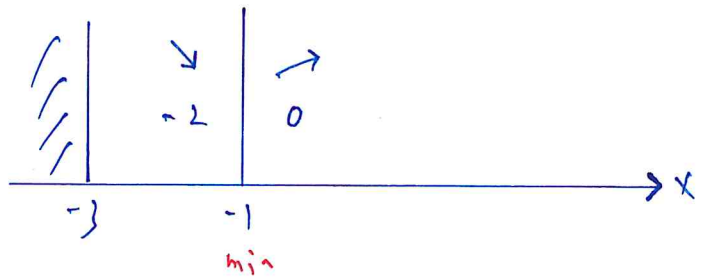
$$f(-1) = (-1-3) \cdot \sqrt{2 \cdot (-1) + 6}$$

$$f(-1) = (-4) \cdot 2$$

$$f(-1) = -8$$

$$(-1, -8)$$





$$f'(x) = \frac{3x+3}{\sqrt{2x+6}}$$

יתחיל ב-x=2, הימני הימני, ולכן לא נדרשת טיפוס הנגזרת
מסטיק, לנכד נמשך (לא זכר).

מחלק ירידה
 $f'(-2) = 3 \cdot (-2) + 3 = -3$ (שלילי)
 מניפה ללדן

מחלק עלייה
 $f'(0) = 3 \cdot 0 + 3 = 3$ (חיובי)
 מניפה ללדן

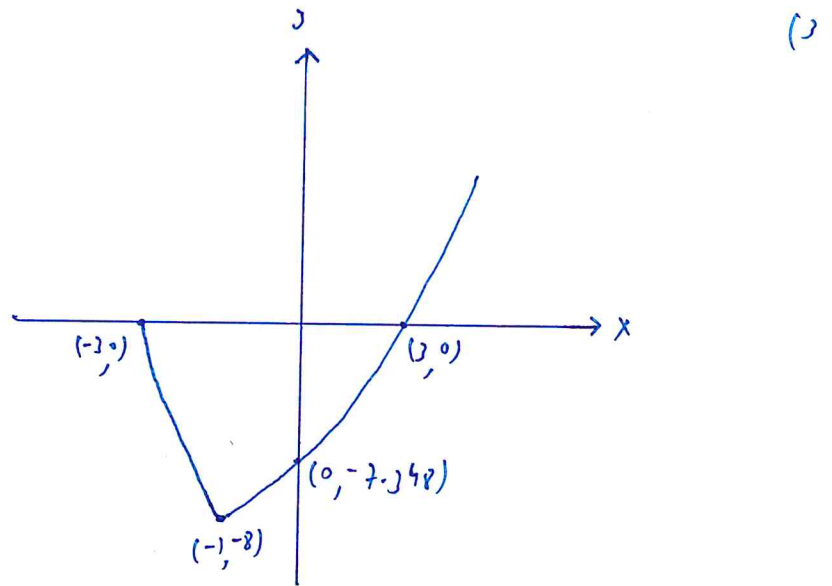
נקודת קיצון נרשמת: $(-1, -8)$

נקודת קיצון שלילית תחילת ההקרה

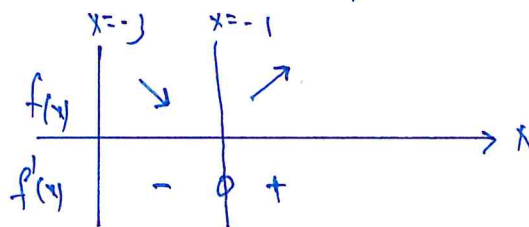
זאת כי היא קלה לעיול נולד א (דיוק) של נמשך, זה נקודה קיצון כשנייה x=2
 מסיק מהסינוס.

נקודת קצה: $(0, 3)$ מיקום ימני





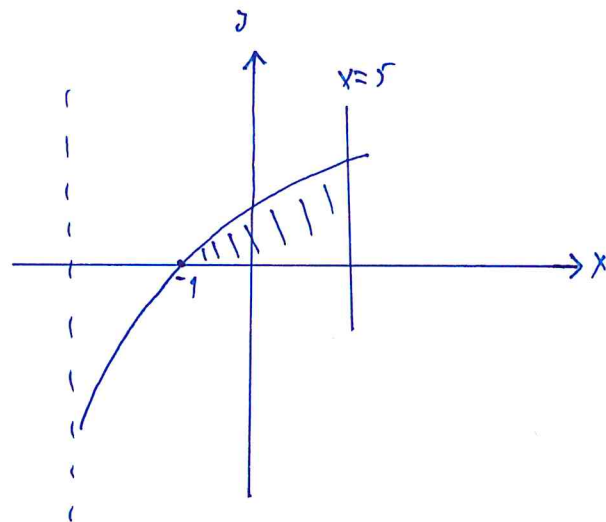
היא נמצאת בטבלה: השנייה, הן $f(x)$ וכן $f'(x)$.



באני (הקל), היקציות שלילי דההם
 בשנייה $x = -1$ אחידה (החז) $x = -1$.
 קול I שנייה (ניט) גול.

* $f'(x) = -f(x)$, באיני $f(x)$ היא סיניו דיתס אצו ה- x $f(x)$.
 קול II שנייה (ניט) 15.
 חסיקה: $f - f$ קול I





(1)

$$\int_{-1}^5 f'(x) dx = \left[f(x) \right]_{-1}^5 = f(5) - f(-1) = 8 - (-8) = 16$$

↑
 נתיב חילוק
 קניין

ש=16 תשובה

חילוק קניין

$$f(x) = (x-3) \cdot \sqrt{2x+6}$$

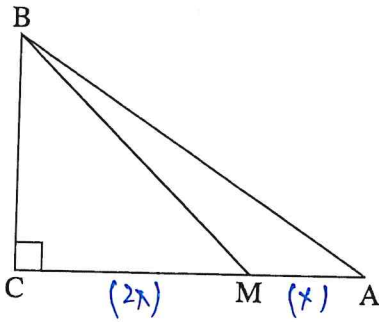
$$f(5) = (5-3) \cdot \sqrt{2 \cdot 5 + 6}$$

$$f(5) = 2 \cdot 4 = 8$$

$$f(-1) = (-1-3) \cdot \sqrt{2 \cdot (-1) + 6}$$

$$f(-1) = (-4) \cdot 2 = -8$$





8. ABC הוא משולש ישר זווית, $\angle ACB = 90^\circ$. שטח המשולש ABC הוא 162.

M היא נקודה על הצלע AC כך שמתקיים $MC = 2MA$ (ראו סרטוט).

נסמן את אורך הקטע MA ב-x.

א. הביעו באמצעות x את אורך הצלע BC.

ב. (1) מצאו את x שבעבורו סכום ריבועי מרחקי הנקודה M

משלושת קודקודי המשולש $(MA^2 + MB^2 + MC^2)$ הוא מינימלי.

(2) האם ייתכן שהסכום $MA^2 + MB^2 + MC^2$ הוא 675? נמקו את תשובתכם.

פתרון

$$MC = 2MA$$

||
↓

$$MC = 2x$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{AC \cdot BC}{2}$$

זר כי הניסוח לא נשאל :

נניח : $S_{\Delta ABC} = 162$, $AC = 3x$ הניסוח לא נשאל.

$$\frac{1}{2} \cdot 162 = \frac{3x \cdot BC}{2} \quad | \cdot 2$$

$$324 = 3x \cdot BC \quad | : 3x$$

$$\frac{324}{3x} = BC$$

$$BC = \frac{108}{x}$$

ונניח 3-7 ויגדל :



(1) ?

$$(MA)^2 = x^2$$

$$(MC)^2 = (2x)^2 = 4x^2$$

אם $(MB)^2$ הוא היתרון (כך רגשותי נשאל) ניהוליות ΔBCM .

$$(BC)^2 + (MC)^2 = (MB)^2$$

$$\left(\frac{108}{x}\right)^2 + 4x^2 = (MB)^2$$

$$(MA)^2 + (MB)^2 + (MC)^2 = x^2 + \left(\frac{108}{x}\right)^2 + 4x^2 + 4x^2 =$$

$$= 9x^2 + \left(\frac{108}{x}\right)^2 = 9x^2 + \frac{11664}{x^2}$$

הקנייה המינימלית היא סכום הריבועים המינימליים של M ושל MB
 הקנייה המינימלית:

$$f(x) = 9x^2 + \frac{11664}{x^2}$$



למציאת נקודות קיצון.

$$f'(x) = \frac{18x + 0 \cdot x^2 - 11664 \cdot 2x}{(x^2)^2}$$

$$f'(x) = 18x - \frac{23328x}{x^4}$$

$$f'(x) = 18x - \frac{23328}{x^3}$$

$$\frac{x^3 \cdot 18x - \frac{1 \cdot 23328}{x^3}}{x^3} = 0 \quad | \cdot x^3$$

$$18x^4 - 23328 = 0$$

$$18x^4 = 23328 \quad | : 18$$

$$x^4 = 1296$$

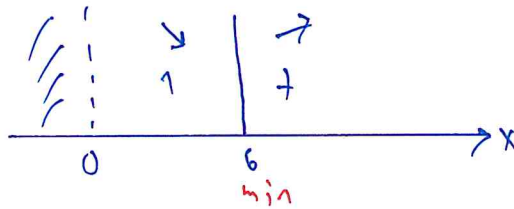
$$x = \pm \sqrt[4]{1296}$$

$$x_1 = 6$$

~~$x_2 = -6$~~
נמחקת כי $x > 0$ (כנסה)
הוא $x = 6$ - זהו הנקודה היחידה.
לכן $x = 6$ הוא הנקודה היחידה.



ניגשו בטבלה אליה איוונג על מנת להוציא טבלת ג'א = 6 יש להימנע.
 נראה שאתם מנסים להיקנות על כוונתם (מ.ר) ג'א = 6.



$$f'(x) = 18x - \frac{23328}{x^3}$$

$$f'(1) = 18 \cdot 1 - \frac{23328}{1^3} = -23310 \quad \text{(מחזק יוני)}$$

$$f'(7) = 18 \cdot 7 - \frac{23328}{7^3} = 57.99 \quad \text{(מחזק עילי)}$$

x=6 ג'א = 6



(2) פונקציה (מת) וני מקבלת מינימום דרך $x=6$.
נניח $x=6$ דנוקציה (מת) וני.

$$f(x) = 9x^2 + \frac{11664}{x^2}$$

$$f(6) = 9 \cdot 6^2 + \frac{11664}{6^2}$$

$$f(6) = 648$$

\Rightarrow סכום ויקועי המונוקום המינימלי היא 648,
ואכן ייתכן לסכום 675 ובינה 675.

השאלה: $m^2 + m^2 + m^2$ (כני) אולי 675.

