

## פתרון הבחינה

# במתמטיקה

חורף תשפ"ג, 2023, שאלון: 35182

מוגש ע"י צוות מורי המתמטיקה של "יואל גבע"

למידע על פסיכומטרי  
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.  
אל תתפשר עליה.



**אלגברה**

1. קבוצה של 40 אנשים שכרה אוטובוס ליום אחד של טיול. הוחלט כי התשלום בעבור שכירת האוטובוס יתחלק שווה בשווה בין כל המשתתפים בטיול. יומיים לפני הטיול ביטלו 8 מן האנשים בקבוצה את השתתפותם בטיול. התשלום בעבור שכירת האוטובוס לא השתנה, ולכן כל משתתף שיצא לטיול שילם 12 שקלים יותר מן הסכום המקורי שהיה עליו לשלם.
  - א. (1) מצאו מהו הסכום המקורי שכל משתתף היה צריך לשלם בעבור שכירת האוטובוס.
  - (2) מצאו מהו המחיר של שכירת האוטובוס ליום טיול אחד.
  - ב. בכמה אחוזים גדל הסכום ששילם כל אחד מן המשתתפים שיצאו לטיול, בהשוואה לסכום המקורי שהיה עליו לשלם?

א. ה-א נסמן  $x$  את הסכום המקורי של משתתף  
היה צריך לשלם.

אזל הקבוצה המקורי הוא 40 איש.

אם כל משתתף משלם  $x$  שקלים, ומספר המשתתפים הוא 40, אז הסכום הכולל שיש לשלם עבור הטיול הוא  $40x$ .

אחר הביטול של חלק מהמשתתפים היה 8 משתתפים זלם 12 שקלים יותר מהסכום המקורי, כלומר היה עליו לשלם  $x+12$  שקלים.

אזל הקבוצה אחרי ש-8 אנשים בוטלו הוא 32 המשתתפים המשלמים הוא  $8-40$ , כלומר 32 משתתפים. אם כל משתתף משלם  $x+12$  שקלים, ומספר המשתתפים הוא 32, אז הסכום הכולל שיש לשלם עבור הטיול הוא  $32(x+12)$ .

הסכום הכולל שיש לשלם עבור הטיול הוא  $32(x+12)$ .



ניתן לרשום את הנתונים בטבלה:

מחיר סה"כ	מחיר זכר ממוצע	מספר מטופלים	
$40x$	$x$	40	לפני הקיסוף
$32(x+12)$	$x+12$	32	אחרי הקיסוף

המחיר הכולל שיש לרשום עבור הקיסוף לפני הקיסוף  
ולאחריו - שווה, ולכן המשוואה היא:

$$40x = 32(x+12)$$

$$40x = 32x + 384$$

$$40x - 32x = 384$$

$$8x = 384 \quad /:8$$

$$x = 48$$

תשובה: הסכום המקורי הוא 48 שקלים.

(2) מחיר טפוח האוסקוס הוא  $40x$  (או  $32(x+12)$ )  
נציב  $x=48$  ונקבל את המחיר:



$$40 \times 48 = 1920$$

גטאקה! אחי סטיר האוסטרוס הוא 1920 שקלים.

ק. הסכום המקורי של מטמני היה אמר זלם הוא 48 שקלים, עפי סניף קוצים.

הסכום הנוסף של מטמני זלם זקק הביטול הוא 12 שקלים.

אם כן החק טאהו התוספת מתק הסכום המקורי הוא 12 מתק 48, סומך

$$\frac{12}{48} = \frac{1}{4}$$

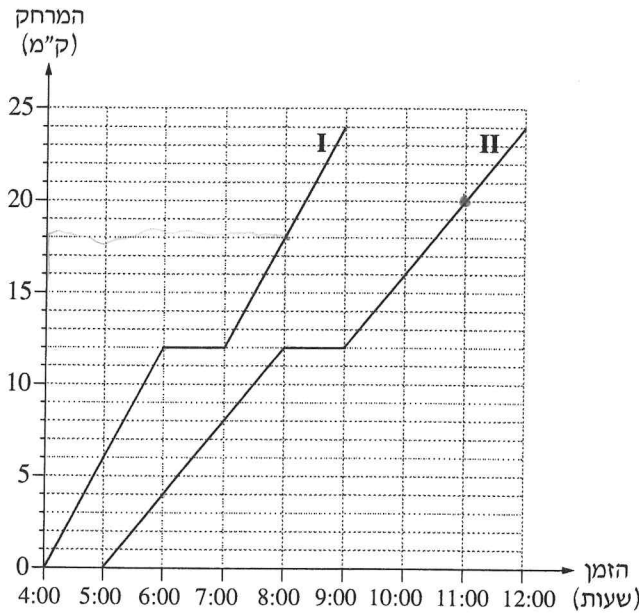
כפי זמנאן את התוספת האתוצים נכחון ק-100.

$$\frac{1}{4} \cdot 100 = 25\% \quad \text{לקח!}$$

גטאקה! הסכום עבר ק-25%



2. שתי קבוצות צועדים יצאו למסע באותו מסלול ישר.  
 הקבוצה המהירה צעדה במהירות של 6 ק"מ לשעה.  
 הקבוצה האיטית צעדה במהירות של 4 ק"מ לשעה.  
 כל אחת מן הקבוצות יצאה למסע בשעה אחרת.  
 כל אחת מן הקבוצות עצרה למנוחה פעם אחת במהלך המסע.  
 הגרפים I ו-II שלפניכם מתארים את המרחק של שתי הקבוצות מנקודת המוצא, לפי הזמן.
- איזה מן הגרפים, I או II, מתאר את ההתקדמות של הקבוצה המהירה?
  - באיזה מרחק מנקודת המוצא הייתה כל אחת מן הקבוצות בשעה 6:00 בבוקר?
  - באיזו שעה הייתה הקבוצה האיטית במרחק של 20 ק"מ מנקודת המוצא?
  - מה היה המרחק בין הקבוצות כאשר הקבוצה האיטית עצרה למנוחה?



א. קבוצה I היא הקבוצה המהירה, כי הגרף שלה ישר ושיעור המשיק שלה 6 ק"מ לשעה.  
 תשובה: I

ב. קבוצה I הייתה במרחק של 6 ק"מ.  
 קבוצה II הייתה במרחק של 4 ק"מ.

תשובה: הקבוצה המהירה הייתה במרחק של 12 ק"מ  
 הקבוצה האיטית הייתה במרחק של 4 ק"מ



ד. היקוצה האיסיג היתה במרחק של 20 ק"מ  
מעקוצת המוצא בטעה 1100.

ה. היקוצה האיסיג עצרה למנוחה בטעה 800.

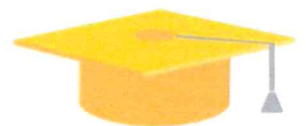
היקוצה האיסיג פיתה בטעה 800 במרחק של 12 ק"מ מעקוצת המוצא.

היקוצה המהירה היתה בטעה 800 במרחק של 18 ק"מ מעקוצת המוצא.

המרחק ביניהם הוא:

$$18 - 12 = 6$$

תשובה: המרחק ביניהם היה 6 ק"מ





3. מוטי קנה תנור בתשלומים חודשיים, שמהווים סדרה חשבונית.  
 בכל חודש שאחרי החודש הראשון שילם מוטי 60 שקלים יותר מבחודש שקדם לו.  
 בחודש הרביעי שילם מוטי 320 שקלים.  
 א. כמה שקלים שילם מוטי בחודש הראשון?  
 בחודש האחרון שילם מוטי 560 שקלים.  
 ב. בכמה תשלומים קנה מוטי את התנור?  
 ג. מהו הסכום הכולל ששילם מוטי בעבור התנור?

א. כל חודש שילם מוטי 60 שקלים יותר מאשר בחודש

שקלים, ולכן  $d=60$

בחודש הרביעי שילם מוטי 320 שקלים, ולכן  $a_4=320$

נמצא בנוסחה האחרונה:

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_4 = a_1 + 3d$$

$$d=60 \quad (B)$$

$$a_4=320$$

$$320 = a_1 + 3 \cdot 60 \quad (\text{ניקח!})$$

$$320 = a_1 + 180$$

$$320 - 180 = a_1$$

$$a_1 = 140$$

תשובה: בחודש הראשון שילם מוטי 140 שקלים.



ב. בחזקת האתיון טיפס מוסו 560 שקלים, כלומר

$$a_n = 560$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

נצ'ק:  $a_1 = 140$  ער' סג' ט

ער' הנ'  $d = 60$   
 $a_n = 560$

$$560 = 140 + (n-1)60$$

$$560 = 140 + 60n - 60$$

$$560 - 140 + 60 = 60n$$

$$480 = 60n \quad / :60$$

$$n = 8$$

ט'וק'! מוסו קנה אר היער ק-8 ג'ולוס

ניצ'ק קנס'ת הס'ט (ט) 3000 ה'ק'ו' ו'נ'ט'ן

$$\sum_n = \frac{n[a_1 + (n-1)d]}{2}$$

$$a_1 = 140$$

$$d = 60$$

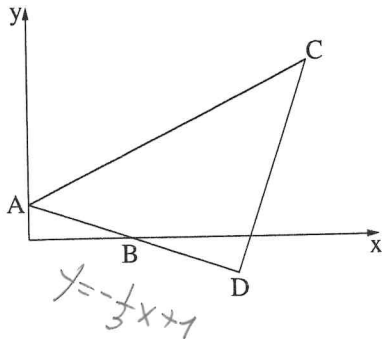
$$n = 8$$

$$\sum_8 = \frac{8[2 \cdot 140 + (8-1)60]}{2} = 2800$$

ט'וק'! הס'ט הנ'ול ה'ט 2,800 שק'ו'ר







4. במשולש ADC קודקוד A מונח על ציר ה- $y$ . הנקודה B היא נקודת החיתוך של הצלע AD עם ציר ה- $x$  (ראו סרטוט). משוואת הישר AD היא  $y = -\frac{1}{3}x + 1$ . מצאו את שיעורי הנקודות A ו-B. הנקודה B היא אמצע הצלע AD. מצאו את שיעורי הנקודה D. שיפוע הצלע DC הוא 3. שיעור ה- $x$  של הנקודה C הוא 8. (1) מצאו את משוואת הישר DC. (2) מצאו את שיעור ה- $y$  של הנקודה C. ד. הוכיחו כי המשולש ADC הוא שווה שוקיים.

א. הנקודה A נמצאת ב- $y$  ציר, ולכן שיעור ה- $x$  הוא 0.

נציב  $x=0$  במשוואת הישר AD, נקבל:

$$y = -\frac{1}{3}x + 1$$

$$y = -\frac{1}{3} \cdot 0 + 1 = 1$$

$$A(0, 1)$$

הנקודה B נמצאת ב- $x$  ציר, ולכן שיעור ה- $y$  הוא 0. נציב  $y=0$  במשוואת הישר AD, נקבל:

$$-\frac{1}{3}x + 1 = 0$$



$$-\frac{1}{3}x = -1 \quad /: -\frac{1}{3}$$

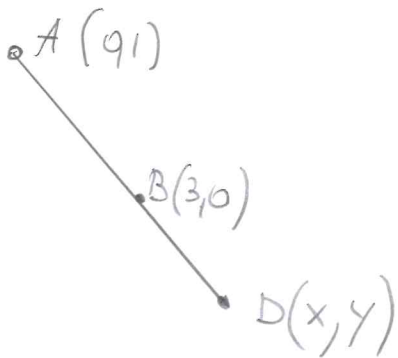
$$x = \frac{-1}{-\frac{1}{3}}$$

$$x = 3$$

$$B(3,0)$$

$B(3,0)$	$A(0,1)$
----------	----------

הממוצע!



הנקודה B היא אמצע ה AD.  
AD, חתך ניצב קנטסטר.  
אמצע קטע.

$$x_B = \frac{x_A + x_D}{2}$$

$$2) \quad 3 = \frac{0 + x_D}{2} \quad /: 2$$

$$6 = 0 + x_D$$

$$x_D = 6$$

$$y_B = \frac{y_A + y_D}{2}$$

$$2) \quad 0 = \frac{1 + y_D}{2} \quad /: 2$$

$$0 = 1 + y_D$$

$$y_D = -1$$



$$\boxed{D(6, -1)}$$

תשובה!

6. (1) נמצא את משוואת הישר CD ע"פ התיבול

טו CD והנקודה D.

ע"פ הנתון הישיר טו CD הוא 3.

טיעור הנקודה D ע"פ סעיף ק' הי"ח (6, -1)  
נציב במשוואת הישר:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = 3 \quad D(6, -1)$$

$$y - (-1) = 3(x - 6)$$

$$y + 1 = 3x - 18$$

$$y = 3x - 19$$

תשובה! משוואת הישר CD היא  $y = 3x - 19$

(2) ע"פ הנתון טיעור ה-x טו הנקודה C

הוא 8.

נציב  $x = 8$  במשוואת CD, נמצא

קואורדינטת הנקודה אג y.

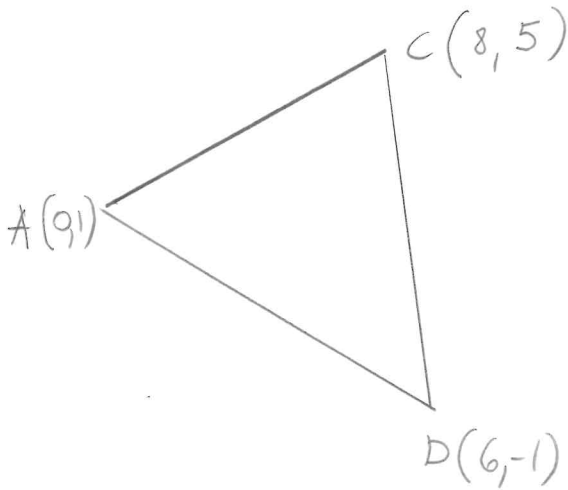


$$y = 3x - 19$$

$$y = 3 \cdot 8 - 19 = 5$$

$$\boxed{y(c) = 5}$$

תשובה:



3. נבדוק האם זהו משולש שווה שוקיים.  
הוא שווה שוקיים, נראה ששני הצדדים AD ו-CD שווים האורך.  
נבדוק בנוסחה האורך:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

נמצא את האורך של AD בעזרת הנקודות A ו-B.

$$d_{AD} = \sqrt{(9-6)^2 + (1+1)^2} = \sqrt{40}$$

A(9,1)

D(6,-1)

$$d_{CD} = \sqrt{(8-6)^2 + (5+1)^2} = \sqrt{40}$$

C(8,5)

D(6,-1)

$$\boxed{AD = CD = \sqrt{40}}$$

תשובה:



טריגונומטרייה

5. במשולש שווה שוקיים  $ABC$  ( $AB = AC$ )

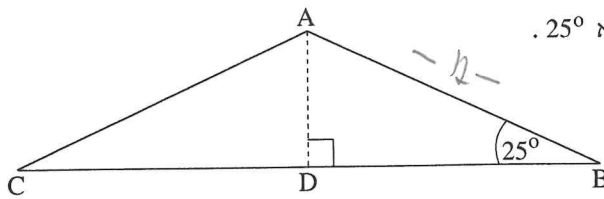
אורך השוק  $AB$  הוא 12, וגודל זווית הבסיס הוא  $25^\circ$ .

$AD$  הוא הגובה לבסיס  $BC$  (ראו סרטוט).

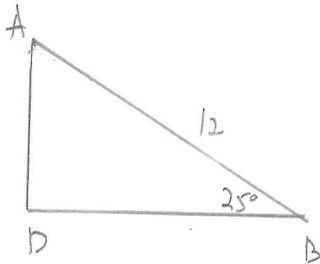
א. חשבו את אורך  $AD$ .

ב. חשבו את אורך הבסיס  $BC$ .

ג. חשבו את שטח המשולש  $ABC$ .



א. נמצא את  $AD$  במשולש ישר הזווית  $ADB$



$AB = 12$

$\angle B = 25^\circ$

נעזרי בקבוצת הקוטנג'נטים:

$\sin 25^\circ = \frac{AD}{12}$

$12 \cdot \sin 25 = AD$

$AD = 5.071$

$AD = 5.071$

תשובה!

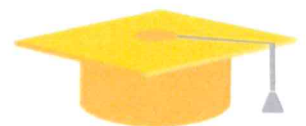
ב. שארית הקיסוס במשולש טווה טקוויז הטא לש תיכולן

חגן נמצא אג  $BD$  במשולש ישר הזווית  $ADB$ ,  
אלה התוצאה נכפול ב-2

נעזרי בקבוצת הקוטנג'נטים:

$\cos 25^\circ = \frac{BD}{12}$

$\cos 25^\circ \cdot 12 = BD$



$$BD = 10.88$$

$$BC = 10.88 \cdot 2 = 21.76$$

$$\boxed{BC = 21.76}$$

תשובה

ג. הנוסחה לחישוב שטח משולש היא

$$S = \frac{\text{צלע אוקה} \times \text{צלע ב}}{2}$$

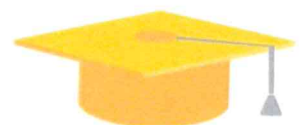
$$S_{\Delta ABC} = \frac{BC \cdot AD}{2}$$

לצורך:  $BC = 21.76$  צלע אוקה

$AD = 5.071$  צלע ב

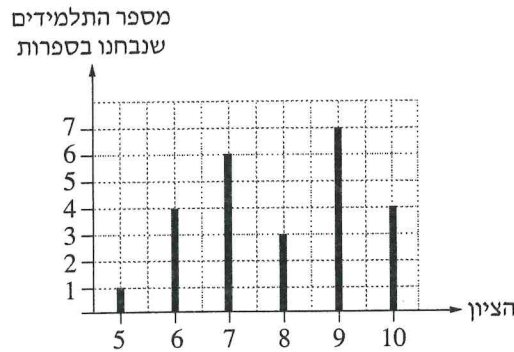
$$S_{\Delta ABC} = \frac{21.76 \times 5.071}{2} = 55.17$$

$$\boxed{55.17 \text{ שטח המשולש הוא}} \quad \text{תשובה!}$$



סטטיסטיקה והסתברות

6. לפניכם דיאגרמת מקלות המתארת את התפלגות הציונים במבחן בספרות שנערך בכיתה מסוימת.



- כמה תלמידים סך הכול נבחנו במבחן בספרות?
- מהו ממוצע הציונים במבחן בספרות?
- בחרים באקראי תלמיד מן הכיתה שנבחן במבחן בספרות. מהי ההסתברות שהתלמיד שנבחר קיבל ציון גבוה מן הממוצע?
- שני תלמידים אחרים מכיתה זו נבחנו במבחן בספרות במועד אחר. כל אחד משני התלמידים האלה קיבל במבחן בספרות את הציון 7. האם לאחר הוספת הציונים של שני התלמידים, הציון הממוצע במבחן בספרות גדל, קטן או לא השתנה? נמקד.

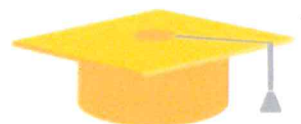
א. עם כי התלמידים בציונים הגבוהים, נחשו את מספר התלמידים לפי הציונים.

$$1 + 4 + 6 + 3 + 7 + 4 = 25$$

תשובה: 25 תלמידים

ב. נניח את התלמידים בסדר סטטיסטי:

10	9	8	7	6	5	3
4	7	3	6	4	1	מספר תלמידים



מחשב את הממוצע:

$$\bar{X} = \frac{5 \cdot 1 + 6 \cdot 4 + 7 \cdot 6 + 8 \cdot 3 + 9 \cdot 7 + 10 \cdot 4}{25} = \frac{198}{25}$$

$$\bar{X} = 7.92$$

טבלה: הממוצע הוא 7.92

ג. מספר התלמידים שקיבלו ציון אקדמי מהממוצע הם:

$$3 + 7 + 4 = 14$$

מספר התלמידים הנכונים הוא 25.

ההסתברות לקבל ציון אקדמי מהממוצע היא

$$P = \frac{14}{25} = 0.56$$

טבלה:  $P = \frac{14}{25} = 0.56$

ד. אם אמצע ממוצע התלמידים שננסו קיבל את

הציון 7, שהוא ציון הנמוך מהממוצע

(הממוצע הוא 7.92). אם כך הציון

הממוצע קטן מאשר המספר הציונים של שני התלמידים.

טבלה: הציון הממוצע קטן

