

פתרון הבחינה

במתמטיקה

חורף תשפ"ג, 2023, מועד א', שאלון: 35371

תודה מיוחדת למר עפר ילין על כתיבת הפתרונות ועריכת קובץ זה

בגרות פג ינואר 23 מועד חורף שאלון 35371

- א. נמצא כמה בקבוקים מחזרו במפעל א' בשנת 2006, כלומר 6 שנים משנת 2000.
מספר הבקבוקים שמחזרים במפעל א' גדל בכל שנה ב- 3%.

$$q = \frac{100+3}{100} = \frac{103}{100}$$

$$q = 1.03$$

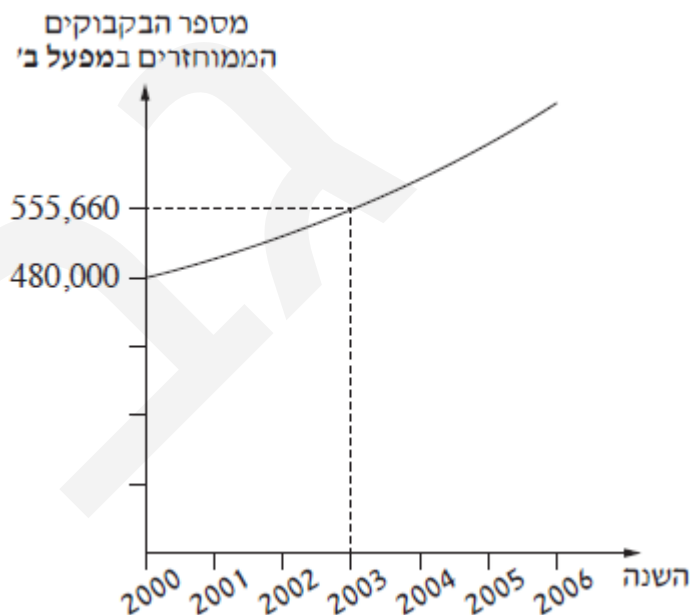
A_t	A_0	q	t
?	500,000	1.03	6

$$A_6 = 500,000 \cdot 1.03^6$$

$$A_6 \approx 597,026$$

- תשובה: כ- 597,026 בקבוקים מוחזרו במפעל א' בשנת 2006.

- ב. הארץ שלפנינו מתאר את מספר הבקבוקים שמוחזרו במפעל ב', לפי השנים.

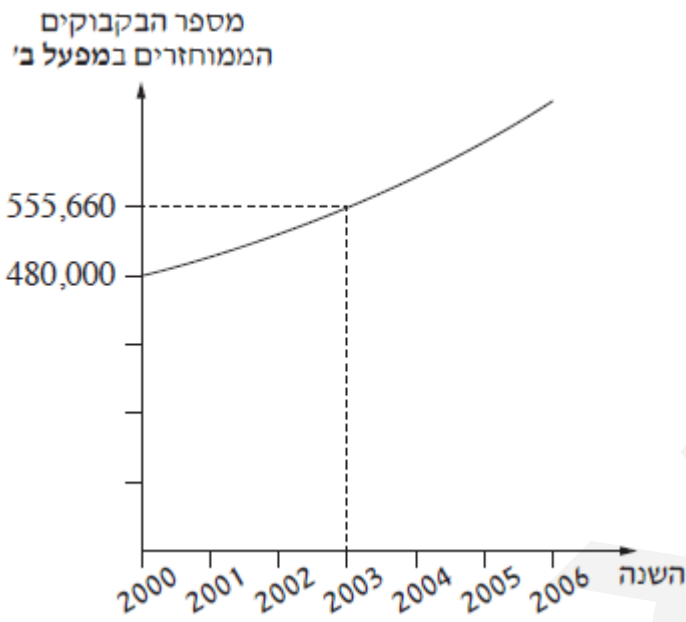


- (1) התשובה, בהסתמך על נקודת החיתוך של הגרף עם הציר האנכי.

תשובה: במפעל ב' מחזרו 480,000 בקבוקים בשנת 2000.

- (2) התשובה, בהסתמך על הסימון בגרף, של הקווים המקווקים.

תשובה: במפעל ב' מחזרו 555,660 בקבוקים בשנת 2003.



ג. נחשב בכמה אחוזים גדל מספר הבקבוקים שממחזרים במפעל ב' בכל שנה. במשך 3 שנים, גדלה כמות הבקבוקים הממוחזרים מ- 480,000 בקבוקים ל- 555,600 בקבוקים.

A_t	A_0	q	t
555,660	480,000	?	3

$$555,660 = 480,000 \cdot q^3 \quad / : 480,000$$

$$\frac{555,660}{480,000} = q^3$$

$$1.1576 = q^3$$

$$\sqrt[3]{1.1576} = q$$

$$q = 1.05$$

$$1.05 = \frac{100 - P}{100} \quad / \cdot 100$$

$$105 = 100 - P$$

$$P = 5$$

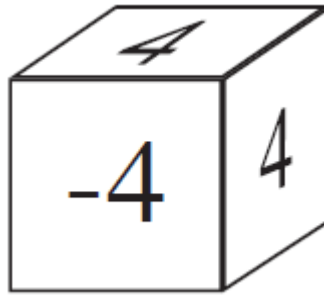
תשובה: מספר הבקבוקים, שממחזרים במפעל ב' גדל ב- 5% , בכל שנה .

ד. בתחילת שנת 2006 הודיע המשרד להגנת הסביבה, כי מפעל שימחזר באותה השנה יותר מ- 600,000 בקבוקים יקבל מענק.

מפעל א' לא יקבל מענק, כי מצאנו שבשנת 2006 מחזר 597,026 בקבוקים בלבד (קרוב, אבל לא מספיק).

מפעל ב' יקבל מענק כי מחזר 643,246 בקבוקים $\approx 480,000 \cdot 1.05^6 = A_6$.

תשובה: מפעל א' לא יקבל את המענק, מפעל ב' יקבל את המענק.



לקובייה המאוננת יש 6 פאות, עם הסתברות של $\frac{1}{6}$, לכל פאה.

• על חמש פאות רשום המספר 4, והסתברות היא $\frac{5}{6}$.

• על פאה אחת רשום המספר (-4), והסתברות היא $\frac{1}{6}$.

הסציף א מטיף את הקובייה פעם אחת.

א. תשובה: ההסתברות, שיתקבל המספר 4, היא $\frac{5}{6}$.

הסציפים ב-ד: מטיף את הקובייה שתי פעמים.

ב. נחשב את ההסתברות שסכום שני המספרים שיתקבלו יהיה 8.

$$P = \frac{4}{6} \cdot \frac{4}{6} = \frac{25}{36}$$

תשובה: ההסתברות, שסכום שני המספרים שיתקבלו יהיה 8, היא $\frac{25}{36}$.

ג. נחשב את ההסתברות שסכום שני המספרים שיתקבלו יהיה 0.

$$P = \frac{4}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{4}{6} = \frac{5}{18}$$

תשובה: ההסתברות, שסכום שני המספרים שיתקבלו יהיה 0, היא $\frac{5}{18}$.

ד. נחשב את ההסתברות שהמכפלה של שני המספרים שיתקבלו תהיה 16.

$$P = \frac{4}{6} \cdot \frac{4}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{13}{18}$$

תשובה: ההסתברות, שהמכפלה של שני המספרים שיתקבלו תהיה 16, היא $\frac{13}{18}$.

בגרות פג ינואר 23 מועד חורף שאלון 35371

א. (1) נוכיח כי המשולש CBE דומה למשולש ABD.

$$\angle ABD = \angle CBE \text{ על פי הנתון.}$$

$$\angle A = \angle C = 90^\circ \text{ כי EC מאונך ל-BC, ו-AD מאונך ל-AB.}$$

לכן $\triangle CBE \sim \triangle ABD$ על פי משפט דמיון זווית זוויות.

רשמנו את הדמיון על פי סדר קודקודים של הזוויות השוות.

תשובה: הוכחנו כי המשולש CBE דומה למשולש ABD.

(2) נמצא את יחס הדמיון בין המשולש CBE ובין המשולש ABD.

$$\text{(יחסי צלעות מתאימות במשולשים דומים).} \quad \frac{CB}{AB} = \frac{BE}{BD} = \frac{CE}{AD}$$

$$\frac{CB}{AB} = \frac{280}{2} = 140 = 140:1$$

תשובה: יחס הדמיון בין המשולש CBE ובין המשולש ABD הוא $140:1$.

ב. רוני ירתה את קרן הלייזר מגובה של 1.6 מטרים מן הקרקע (AD).



תשובה: הגובה של הבניין (CE) הוא 224 מטרים.

ג. מהירות המעלית היא 8 מטרים לשנייה, בנסיעה רציפה מקומת הקרקע ועד לגג הבניין.

$$\text{זמן הנסיעה הוא: } 28 \text{ שניות} = 224 : 8$$

תשובה: המעלית עולה מקומת הקרקע לגג הבניין במשך 28 שניות.

נכתב ע"י עפר ילין

א. נמצא את AB באמצעות משפט פיתגורס.

$\triangle ABD$

$$(AD)^2 + (BD)^2 = (AB)^2$$

$$3.5^2 + 5^2 = (AB)^2$$

$$37.25 = (AB)^2$$

$$\sqrt{37.25} = AB$$

$$AB = 6.1 \text{ מטרים}$$

תשובה: אורך הסולם (AB) הוא 6.1 מטרים.

ב. נמצא את אורך המגלשה, את BC .

$\triangle DBC$

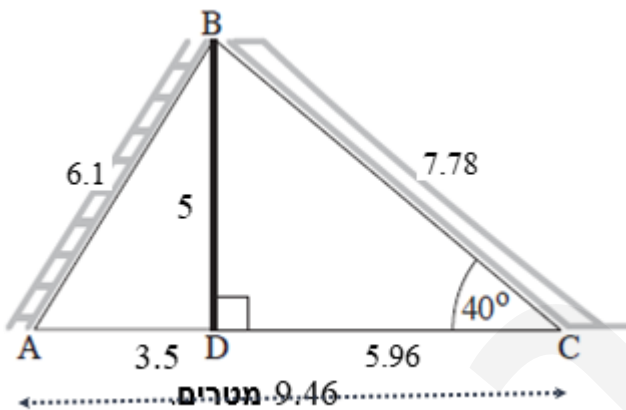
$$\sin \angle C = \frac{BD}{BC}$$

$$\sin 40^\circ = \frac{5}{BC}$$

$$BC = \frac{5}{\sin 40^\circ}$$

$$BC = 7.78 \text{ מטרים}$$

תשובה: אורך המגלשה BC הוא 7.78 מטרים.



ג. העירייה החליטה להתקין רשת טיפוס על חזית אחת של המתקן (המשולש ABC).

(1) נמצא תחילה את אורך הקטע DC .

$\triangle DBC$

$$(BD)^2 + (DC)^2 = (BC)^2$$

$$5^2 + (DC)^2 = 7.78^2$$

$$(DC)^2 = 7.78^2 - 5^2$$

$$(DC)^2 = 35.53$$

$$DC = \sqrt{35.53}$$

$$DC = 5.96 \text{ מטרים}$$

$\triangle DBC$

$$\tan \angle C = \frac{BD}{DC}$$

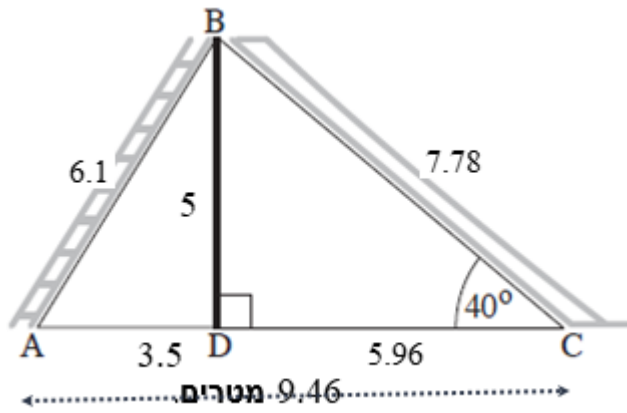
$$\tan 40^\circ = \frac{5}{DC}$$

$$DC = \frac{5}{\tan 40^\circ}$$

$$DC = 5.96 \text{ מטרים}$$

$$AC = AD + DC = 3.5 + 5.96 = 9.46 \text{ מטרים}$$

ומכאן ש- 9.46 מטרים אורך הצלע AC הוא 9.46 מטרים.



(2) נחשב את שטח המשולש ABC.

$$S_{\Delta ABC} = \frac{AC \cdot BD}{2} = \frac{9.46 \cdot 5}{2} = 23.65 \text{ מ"ר}$$

תשובה: דרושים 23.65 מ"ר של רשת לכיסוי שטח המשולש ABC.

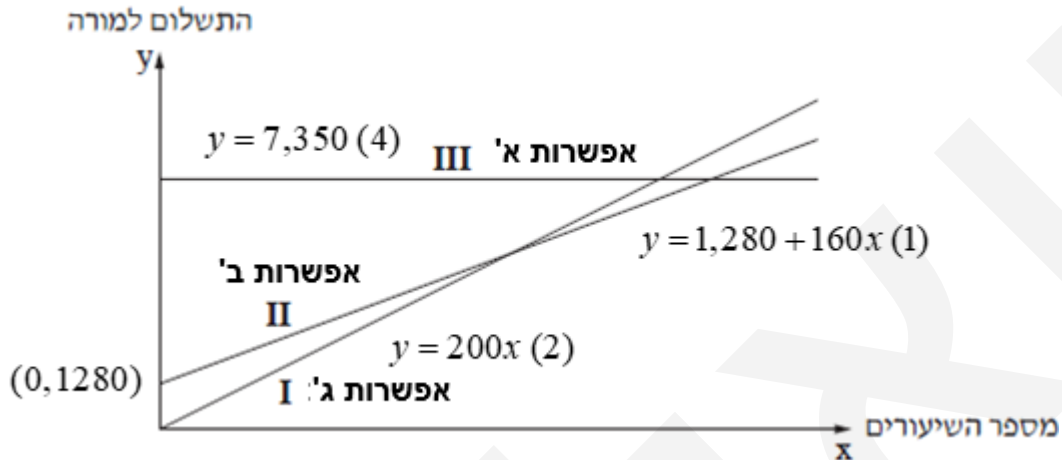
ד. עלות 1 מ"ר של רשת טיפוס היא 38 שקלים.

עלות רשת הטיפוס, לכל המשולש, היא 898.7 שקלים = $23.65 \cdot 38$.

בנוסף שילמה העירייה לפועלים, שהתקינו את הרשת, סכום של 2,600 שקלים בעבור העבודה.

הסכום הכולל הוא 3498.7 שקלים = $898.7 + 2,600$.

תשובה: הסכום הכולל, ששילמה העירייה בעבור התקנת הרשת, הוא 3498.7 שקלים.



א. יובל, תלמידת כיתה י"ב, מעוניינת ללמוד נהיגה,

ולרשותה שלוש אפשרויות תשלום שמוצעות על ידי המורה לנהיגה.

- אפשרות א': סכום כולל וקבוע של 7,350 שקלים, ללא הגבלת מספר השיעורים.
 - אפשרות זאת מתאימה לישר III שמייצג תשלום קבוע.
 - אפשרות ב': תשלום חד-פעמי בסך 1,280 שקלים, ובנוסף תשלום של 160 שקלים לכל שיעור.
 - אפשרות זאת מתאימה לישר II, עם נקודת התחלה (0, 1280) על ציר ה- y .
 - אפשרות ג': תשלום של 200 שקלים לכל שיעור.
 - אפשרות זאת מתאימה לישר I, שיוצא מראשית הצירים עם שיפוע תלול יותר מאשר ישר II.
- תשובה: ישר I - אפשרות ג', ישר II - אפשרות ב', ישר III - אפשרות א'.

ב. לישר III מתאימה המשוואה $y = 7,350$ המייצגת סכום כולל וקבוע של 7,350 שקלים.

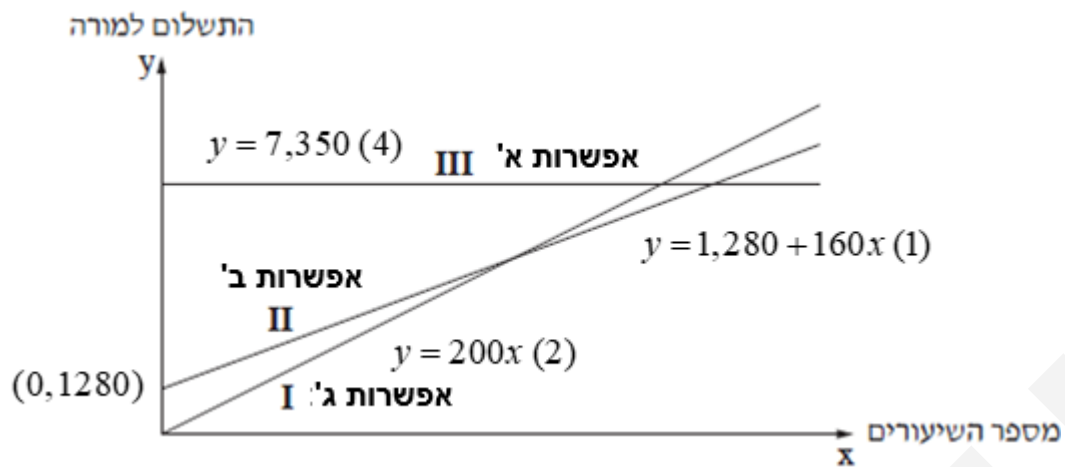
לישר II מתאימה המשוואה $y = 1,280 + 160x$,

עם תשלום התחלתי של 1,280 שקלים, ותוספת של 160 שקלים לשיעור המיוצגת על ידי שיפוע הישר.

לישר I מתאימה המשוואה $y = 200x$

עם תשלום של 200 שקלים לשיעור המיוצגת על ידי שיפוע הישר, היוצא מראשית הצירים.

תשובה: ישר III: $y = 7,350$ (4), ישר II: $y = 1,280 + 160x$ (1), ישר I: $y = 200x$ (2).



- ג. כדי לגשת למבחן מעשי (טסט), יש ללמוד 28 שיעורים לפחות. יובל חושבת שתצליח לעבור את המבחן, לאחר תלמוד 28 שיעורים בלבד. נחשב את התשלום, בכל אחת מהאפשרויות. אפשרות א' – תשלום של 7,350 שקלים. אפשרות ב' – תשלום של 5,760 שקלים $1,280 + 160 \cdot 28 =$ אפשרות ג' – תשלום של 5,600 שקלים $200 \cdot 28 =$ תשובה: ליובל כדאי לבחור באפשרות ג', כי התשלום עבור אפשרות זו הוא הנמוך ביותר (5,600 שקלים).

ד. נשווה בין המשוואות המתאימות לאפשרות ב' ולאפשרות ג'.

$$\begin{cases} y = 1,280 + 160x \\ y = 200x \end{cases}$$

$$1,280 + 160x = 200x$$

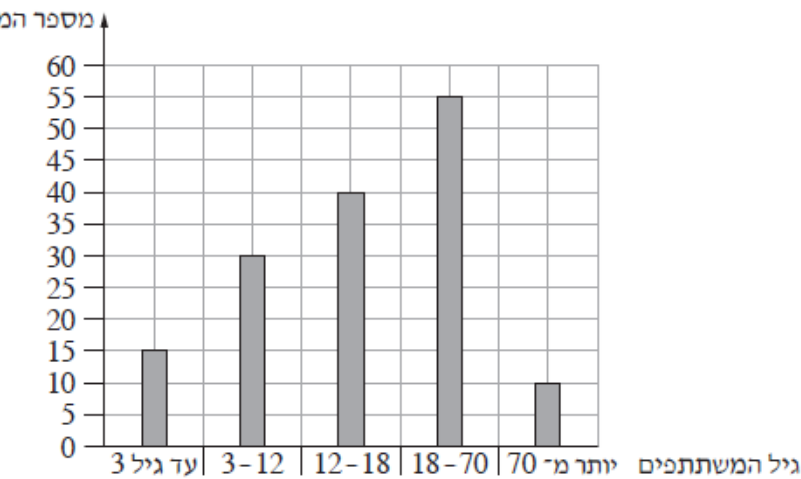
$$1,280 = 40x \quad / : 40$$

$$\boxed{32 = x}$$

תשובה: יש ללמוד 32 שיעורים, כדי שסכום התשלום לפי אפשרות ב' יהייה שווה בדיוק לסכום התשלום לפי אפשרות ג'.

מחירי כרטיסי הכניסה למסיבה

דיאגרמה המציגה את מספר המשתתפים
הלמין כרטיס מראש, לפי גיל המשתתפים.



היכוננו... היכוננו...
מסיבת סיום הקיץ בהריכה!

מחירי כרטיסי הכניסה למסיבה:

בני 3 עד 12: 30 שקלים

בני 12 עד 18: 35 שקלים

בני 18 עד 70: 45 שקלים

לילדים עד גיל 3 ולמבוגרים בני יותר מ-70 הכרטיסים חינם.

כל משתתף חייב להלמין כרטיס!

א. המספר הכולל הוא סכום השכיחויות: $N = f_1 + f_2 + \dots + f_n$

$$N = 15 + 30 + 40 + 55 + 10$$

$$\boxed{N = 150}$$

תשובה: 150 משתתפים הזמינו כרטיסים מראש.

ב. לילדים עד גיל 3 ולמבוגרים בני יותר מ-70 הכרטיסים חינם.

15 ילדים היו עד גיל 3 ו-10 היו מבוגרים בני יותר מ-70, וסך הכול $15 + 10 = 25$.

תשובה: 25 משתתפים הזמינו כרטיס חינם.

ג. נשלים את הטבלה על פי הדיאגרמה.

סה"כ	45	35	30	0	מחיר כרטיס הכניסה (בשקלים) (x)
$N = 150$	55	40	30	25	מספר המשתתפים שהזמינו כרטיסים מראש (f)

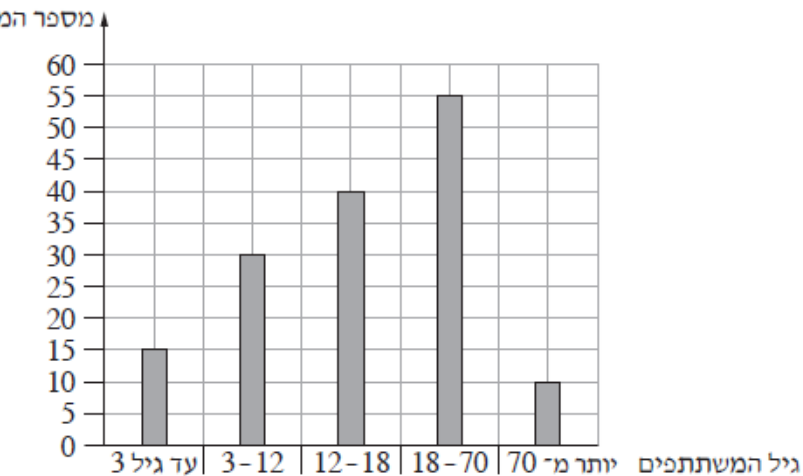
ד. נחשב את התשלום הממוצע.

$$\bar{x} = \frac{0 \cdot 25 + 30 \cdot 30 + 35 \cdot 40 + 45 \cdot 55}{150}$$

$$\bar{x} = \frac{4,775}{150}$$

$$\bar{x} \approx 31.83 \text{ שקלים}$$

תשובה: התשלום הממוצע לכרטיס, ביום זה, היה 31.83 שקלים.



**היכוננו... היכוננו...
מסיבת סיום הקיץ בהריכה!**

מחירי כרטיסי הכניסה למסיבה:

בני 3 עד 12: 30 שקלים
בני 12 עד 18: 35 שקלים
בני 18 עד 70: 45 שקלים

לילדים עד גיל 3 ולמבוגרים בני יותר מ-70 הכרטיסים חינם.

כס משתתף חייב להפחין כרטיס!

ה. דנה בת 16 וסבא שלה, בן 74, לא הזמינו כרטיסים מראש. הם הזמינו כרטיסים ביום המסיבה.

דנה שילמה 40 שקלים (עבור גילאי 12-18) וסבא לא שילם (כי גילו יותר מ-70).

ממוצע התשלום שלהם הוא 20 שקלים $= \frac{40 + 0}{2} = \frac{40}{2}$, נמוך יותר מהממוצע הקיים, ולכן הוא קטן.

תשובה: לאחר הצטרפותם למסיבה, מחיר כרטיס הכניסה הממוצע קטן.