יואל גבע
לא מתפשרים.

שאלון 35471 מועד
חורף תשפ״ג

מורים יקרים,
החל משנת 2022, נוספו סמלי שאלון המציינים את השאלונים לפי התוכנית החדשה במתמטיקה.
להלן השינויים:
שאלון 182 (801) שונה ל- 172
שאלון 381 (802) שונה ל- 371
שאלון 382 (803) שונה ל- 372
שאלון 481 (804) שונה ל- 471
שאלון 482 (805) שונה ל- 472
שאלון 581 (806) שונה ל- 571
שאלון 582 (807) שונה ל- 572

בהתאם לכך, מצורף פתרון בחינת בגרות לשאלון 35471 מועד חורף תשפ״ג.

תודה מיוחדת למר עפר ילין על כתיבת הפתרונות ועריכת קובץ זה.

א. בכל דקה, החל מן הדקה השנייה, יוסי רץ מרחק <u>הגדול</u> פי 1.02 **מן המרחק שרץ בדקה שקדמה לה.**

לכן, זו סדרה הנדסית, שכל איבריה חיוביים, ו- $q=1.02$ **.**

יוסי רץ בדקה הראשונה 75 **מטרים, ובהתאם** $a_1=75$ **.**

(1) המרחק שרץ יוסי בדקה הרביעית הוא a_4**.**

$$a_4=a_1q^3$$
$$a_4=75\cdot 1.02^3$$
$$\boxed{a_4=79.59}$$

תשובה: המרחק , שרץ יוסי במשך הדקה הרביעית, הוא 79.59 **מטרים.**

(2) המרחק הכולל שרץ יוסי במשך ארבע הדקות הראשונות של הריצה הוא S_4**.**

$$S_4=\frac{75\cdot(1.02^4-1)}{1.02-1}$$
$$\boxed{S_4=309.12}$$

תשובה: המרחק הכולל, שרץ יוסי במשך ארבע הדקות הראשונות של הריצה, הוא 309.12 **מטרים.**

ב. נציב $a_1=75$**, ו-** $q=1.02$**, בנוסחת הסכום של סדרה הנדסית.**

$$S_n=\frac{a_1\cdot(q^n-1)}{q-1}$$
$$S_n=\frac{75\cdot(1.02^n-1)}{1.02-1}$$
$$\boxed{S_n=3,750\cdot(1.02^n-1)}$$

תשובה: הנוסחה, לחישוב המרחק הכולל שרץ יוסי במשך n **הדקות הראשונות, היא** $3,750\cdot(1.02^n-1)$ **.**

ג. יוסי רוצה לרוץ $2,500$ **מטרים, במשך** 25 **דקות שעומדות לרשותו.**

נציב $n=25$ **בנוסחת הסכום, שרשמנו בסעיף ג.**

$$S_{25}=3,750\cdot(1.02^{25}-1)$$
$$\boxed{S_{25}=2,402.27}$$

קרוב... אבל לא מספיק.

תשובה: יוסי לא יצליח לעבור $2,500$ **מטרים, במשך** 25 **דקות שעומדות לרשותו (יספיק רק** $2,402.27$ **מ').**

ד. דני רוצה לרוץ $2,500$ מטרים, במשך 25 דקות שעומדות לרשותו.

גם דני רץ מרחק <u>הגדול</u> פי 1.02 מן המרחק שרץ בדקה שקדמה לה, ולכן $q=1.02$ גם עבור דני.

אם נמצא את המרחק שיעבור בדקה הראשונה, עבור המרחק הכולל המבוקש,

אז ברור שזה המרחק ההתחלתי המינימלי, כמבוקש, כי אחרת כל המרחקים יגדלו בהתאם.

נציב $q=1.02$, $n=25$, ו- $S_{25}=2,500$ בנוסחת הסכום של סדרה הנדסית, ונחפש את האיבר הראשון.

$$S_{25}=\frac{a_1\cdot(q^n-1)}{q-1}$$

$$2,500=\frac{a_1\cdot(1.02^{25}-1)}{1.02-1}$$

$$\frac{2,500\cdot 0.02}{(1.02^{25}-1)}=a_1$$

$$\boxed{a_1=78.052}$$

כדי להגיע ל $2,500$ מטר, עגלנו כלפי מעלה את התוצאה של האיבר הראשון.

תשובה: המרחק הקצר ביותר, שעליו לרוץ בדקה הראשונה כדי לעבור מרחק של $2,500$ מטרים

במשך 25 דקות, הוא 78.052 מטרים.

א. משקל הדובדבנים, שמניב כל אחד מהעצים במטע, מתפלג נורמלית.

המשקל הממוצע של הדובדבנים, שמניב עץ במטע בשנה רגילה, הוא 40 **ק"ג** $\overline{x}=$.

הגרף של התפלגות נורמלית סימטרי סביב הממוצע, כך שהחציון שווה לממוצע (וגם לשכיח).

תשובה: החציון של משקל הדובדבנים, שמניב עץ במטע, הוא 40 **ק"ג.**

ב. נתון כי 18.1% **מהעצים במטע מניבים פחות מ-** 30 **ק"ג בשנה.**

על פי טבלת ההתפלגות הנורמלית, ציון התקן המתאים עבור $p=0.181$ **הוא** $z=-0.91$.

$$z=\frac{x-\overline{x}}{s}$$

$$-0.91=\frac{30-40}{s}$$

$$-0.91s=-10$$

$$\boxed{s=10.99\approx 11}$$

תשובה: סטיית התקן היא $10.99\approx 11$ **ק"ג.**

ג. במטע יש 300 **עצי דובדבן.**

בעבור העצים שמניבים <u>יותר</u> מ- 55 **ק"ג דובדבנים מתבצע סבב קטיף נוסף.**

נחשב את ההסתברות המתאימה.

$$z=\frac{55-40}{11}$$

$$\boxed{z=1.36}$$

$$p(z>1.36)=1-p(z<1.36)=1-0.913=0.087$$

בהתאם, מספר העצים הוא $0.087\cdot 300=26.1\approx 26$

תשובה: בעבור 26 **עצים (בקירוב) מתבצע סבב קטיף נוסף.**

ד. בשנה מסוימת ירד הממוצע של משקל הדובדבנים במטע ב- 20% **לעומת שנה רגילה,**

כאשר סטיית התקן לא השתנתה.

הממוצע החדש הוא 32 **ק"ג** $\overline{x}=(100\%-20\%)\cdot 40=0.8\cdot 40=$.

$$z=\frac{55-32}{11}$$

$$\boxed{z=2.09}$$

$$p(z>2.09)=1-p(z<2.09)=1-0.9817=0.0183$$

בהתאם, מספר העצים הוא $0.0183\cdot 300=5.49\approx 5$.

תשובה: 5 **עצים (בקירוב) במטע הניבו יותר מ-** 55 **ק"ג דובדבנים בשנה זו.**

א. בקופה יש 36 מטבעות:

18 מטבעות של שני שקלים, 12 מטבעות של חמישה שקלים, ו- 6 מטבעות של עשרה שקלים.

בהוצאה <u>ללא החזרה</u>, מתוך <u>קבוצה קטנה</u> של מטבעות, ההסתברויות משתנות.

ההסתברות להוצאת שני מטבעות זהים היא:

2 2 5 5 10 10

$$p(two\ same\ coins)=\frac{18}{36}\cdot\frac{17}{35}+\frac{12}{36}\cdot\frac{11}{35}+\frac{6}{36}\cdot\frac{5}{35}=\frac{13}{35}$$

תשובה: ההסתברות, ששני המטבעות שהוציאו היו זהים, היא $\frac{13}{35}$ **.**

ב. נחשב את ההסתברות שהסכום של שני המטבעות גבוה מ- 5 שקלים, אם ידוע ששני המטבעות היו זהים.

$$P(sum\ is\ more\ then\ 5\,/\,two\ same\ coins)=\frac{P(sum\ is\ more\ then\ 5\cap two\ same\ coins)}{P(2\ same\ coins)}=$$

$$P(sum\ is\ more\ then\ 5\,/\,two\ same\ coins)=\frac{\frac{12}{36}\cdot\frac{11}{35}+\frac{6}{36}\cdot\frac{5}{35}}{13/35}=\frac{9/70}{13/35}=\frac{9}{26}$$

תשובה: ההסתברות היא $\frac{9}{26}$**.**

ג. החזירו את כל המטבעות לקופה, והוסיפו x מטבעות של 10 שקלים.

בקופה יש $36+x$ מטבעות:

18 מטבעות של שני שקלים, 12 מטבעות של חמישה שקלים, ו- $6+x$ מטבעות של עשרה שקלים.

נתון, כי לאחר ההוצאה ההסתברות להוצאה באקראי של שני מטבעות של <u>חמישה</u> שקלים היא $\frac{1}{15}$ **.**

$$\frac{1}{15}=\frac{12}{36+x}\cdot\frac{11}{35+x}\quad /15\cdot(36+x)(35+x)$$

$$(36+x)(35+x)=1980$$

$$1260+36x+35x+x^2=1980$$

$$x^2+71x-720=0$$

$$\boxed{x=9}\quad \cancel{x=-80}\leftarrow x\ is\ natural$$

תשובה: $x=9$ **.**

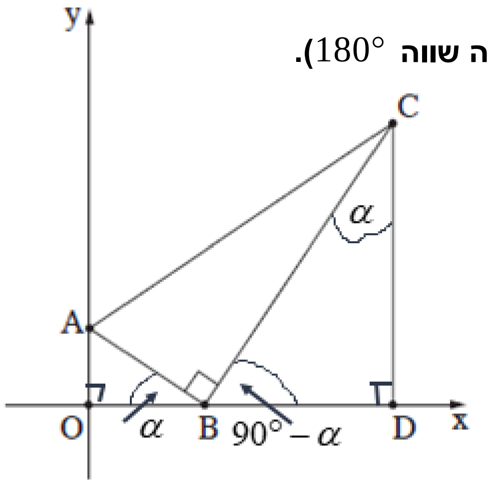
ד. נחשב מחדש את ההסתברות להוצאת שני מטבעות זהים.

$$\overset{10}{} \quad \overset{10}{} \quad \overset{5}{} \quad \overset{5}{} \quad \overset{2}{} \quad \overset{2}{}$$

$$p(two\ same\ coins)=\frac{18}{45}\cdot\frac{17}{44}+\frac{12}{45}\cdot\frac{11}{44}+\frac{15}{45}\cdot\frac{14}{44}=\frac{18}{55}$$

מכאן, שההסתברות קטנה, כי: $0.371\approx\frac{13}{35}<0.327\approx\frac{18}{55}$.

תשובה: ההסתברות, להוצאת שני מטבעות זהים לאחר הוספת תשע מטבעות של עשרה שקלים, קטנה.



א. נסמן $\sphericalangle ABO = \alpha$.

מכיוון ש- $\sphericalangle ABC = 90^\circ$ **, נקבל ש-** $\sphericalangle CBD = 90^\circ - \alpha$ **(זווית שטוחה שווה** 180°**).**

מכיוון ש- $\sphericalangle CDB = 90^\circ$ **, נקבל ש-** $\sphericalangle DCB = \alpha$

(סכום זוויות ב- ΔBDC **הוא** 180°**).**

לכן: $\sphericalangle DCB = \sphericalangle ABO$ **, ו-** $\sphericalangle CDB = \sphericalangle AOB = 90^\circ$

(הצירים מאונכים זה לזה).

$\Delta AOB \sim \Delta BDC$ **(משפט דמיון זווית זווית)**

תשובה: הוכחנו ש- $\Delta AOB \sim \Delta BDC$.

ב. נתון כי משוואת הצלע AB **היא** $y = -\frac{2}{3}x + 4$ **ו-** $\frac{CD}{OB} = \frac{5}{2}$.

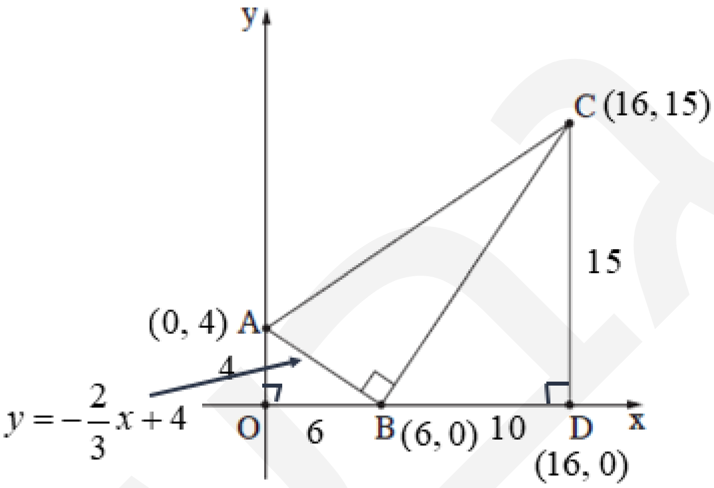
(1) נחשב את אורכי הקטעים OB **ו-** CD .

$\frac{BD}{AO} = \frac{BC}{AB} = \frac{DC}{OB} = \frac{5}{2}$ **(יחסי צלעות מתאימות במשולשים דומים).**

הנקודה A **נמצאת על ציר ה-** y **ועל הישר** $y = -\frac{2}{3}x + 4$,

ומכאן ששיעוריה $A(0,4)$ **ו-** $OA = 4$.

הנקודה B **נמצאת על ציר ה-** x **, ולכן** $y_B = 0$.



$$0 = -\frac{2}{3}x + 4$$

$$\frac{2}{3}x = 4 \quad / : (\frac{2}{3})$$

$$x = 6 \quad \rightarrow B(6,0)$$

$$OB = x_B - x_O = 6 - 0 = 6 \quad \rightarrow \boxed{OB = 6}$$

$$\frac{DC}{OB} = \frac{5}{2} \quad \rightarrow \frac{DC}{6} = \frac{5}{2} \quad \rightarrow \boxed{CD = 15}$$

תשובה: $OB = 6$, $CD = 15$.

(2) נחשב את שיעורי הנקודות D **ו-** C .

$$\frac{BD}{AO} = \frac{5}{2} \quad \rightarrow \frac{BD}{4} = \frac{5}{2} \quad \rightarrow BD = 10$$

$$x_D = x_B + 10 = 6 + 10 = 16 \quad \rightarrow \boxed{D(16,0)}$$

$$y_C - 0 = 15 \quad \rightarrow y_C = 15 \quad \rightarrow \boxed{C(16,15)}$$

תשובה: $D(16,0)$, $C(16,15)$.

ג. נחשב את הזוויות המבוקשות, בשתי דרכים שונות.

(1) נעביר ישר המקביל לציר ה- x **מהנקודה** A.

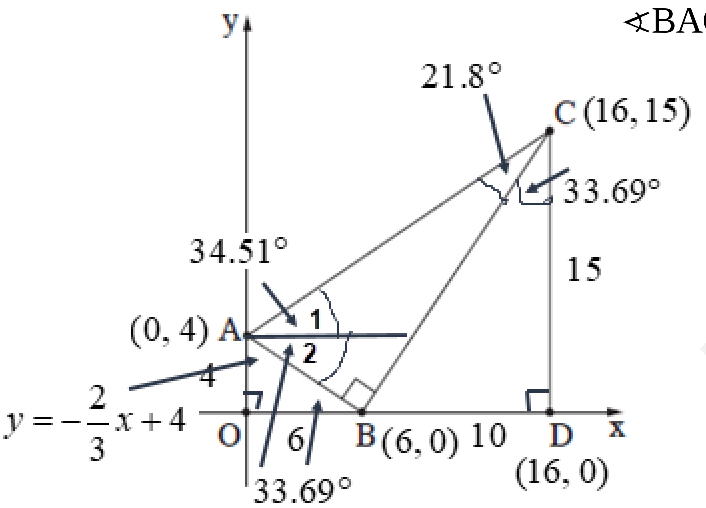
את $\sphericalangle BAC = \sphericalangle A_1 + \sphericalangle A_2$ **, נחשב באמצעות הנוסחה** $m = \tan\alpha$.

נעביר ישר המקביל לציר ה- x **מהנקודה** A.

$$m_{AB} = -\frac{2}{3} \quad \to \sphericalangle ABO = 33.69^\circ \quad \to \sphericalangle A_2 = 33.69^\circ$$

$$m_{AC} = \frac{15-4}{16-0} = \frac{11}{16} \quad \to \sphericalangle A_1 = 34.51^\circ$$

$$\sphericalangle BAC = 33.69^\circ + 34.51^\circ \quad \to \boxed{\sphericalangle BAC = 68.2^\circ}$$



אם במיקוד אין את הקשר $m = \tan\alpha$.

$$AB = \sqrt{(6-0)^2 + (0-4)^2} = \sqrt{52}$$

$$AC = \sqrt{(16-0)^2 + (15-4)^2} = \sqrt{377}$$

$$\Delta ABC: \cos\sphericalangle BAC = \frac{AB}{AC} = \frac{\sqrt{52}}{\sqrt{377}}$$

$$\boxed{\sphericalangle BAC = 68.2^\circ}$$

תשובה: $\sphericalangle BAC = 68.2^\circ$.

(2) נחשב את $\sphericalangle ACD = \sphericalangle ACB + \sphericalangle BCD$.

$$\sphericalangle ACB = 90^\circ - 68.2^\circ \quad \to \sphericalangle ACB = 21.8^\circ$$

$$\sphericalangle BCD = \sphericalangle ABO = \alpha \quad \to \sphericalangle BCD = 33.69^\circ$$

$$\sphericalangle ACD = 21.8^\circ + 33.69^\circ \quad \to \boxed{\sphericalangle ACD = 55.49^\circ}$$

את $\sphericalangle BCD$ **ניתן למצוא גם על ידי טריגו במשולש ישר זווית.**

$\underline{\Delta BCD}$

$$\tan\sphericalangle BCD = \frac{BD}{CD}$$

$$\tan\sphericalangle BCD = \frac{10}{15}$$

$$\boxed{\sphericalangle BCD = 33.69^\circ}$$

תשובה: $\sphericalangle ACD = 55.49^\circ$.

ד. מרובע הוא בר חסימה אם סכום זוויות נגדיות שווה ל- 180° .

$$\sphericalangle ABD = 180^\circ - \sphericalangle ABO = 180^\circ - 33.69$$

$$\left.\begin{aligned} \sphericalangle ABD &= 146.31^\circ \\ \sphericalangle ACD &= 55.49^\circ \end{aligned}\right\} 146.31^\circ + 55.49^\circ = 201.8^\circ \neq 180^\circ$$

תשובה: אי אפשר לחסום את המרובע $ABDC$ **במעגל, כי סכום זוויות נגדיות שונה מ-** 180° .

א. (1) מעגל שמרכזו M משיק לציר ה- x , ולכן ציר ה- x מאונך לרדיוס ME .

גם ציר ה- y מאונך לציר ה- x , ולכן הרדיוס ME מקביל לציר ה- y ,

כי אם שני ישרים מאונכים לישר שלישי, אז הם מקבילים זה לזה.

כיוון ש- A נמצאת על המשך הרדיוס ME , אז MA גם מקביל לציר ה- y .

תשובה: הסברנו מדוע MA גם מקביל לציר ה- y .

(2) $\sphericalangle CBM = \sphericalangle BMA$ (אם הישרים מקבילים אז זוויות מתחלפות שוות)

תשובה: הוכחנו ש: $\sphericalangle CBM = \sphericalangle BMA$

ב. נתון כי אורך הקטע AB שווה לרדיוס המעגל.

(1) $\sphericalangle BMA = \sphericalangle BAM$ (ב- ΔMBA מול צלעות שוות מונחות זוויות שוות).

$\sphericalangle CBM = \sphericalangle BCM$ (ב- ΔBCM מול צלעות שוות, הרדיוסים, מונחות זוויות שוות).

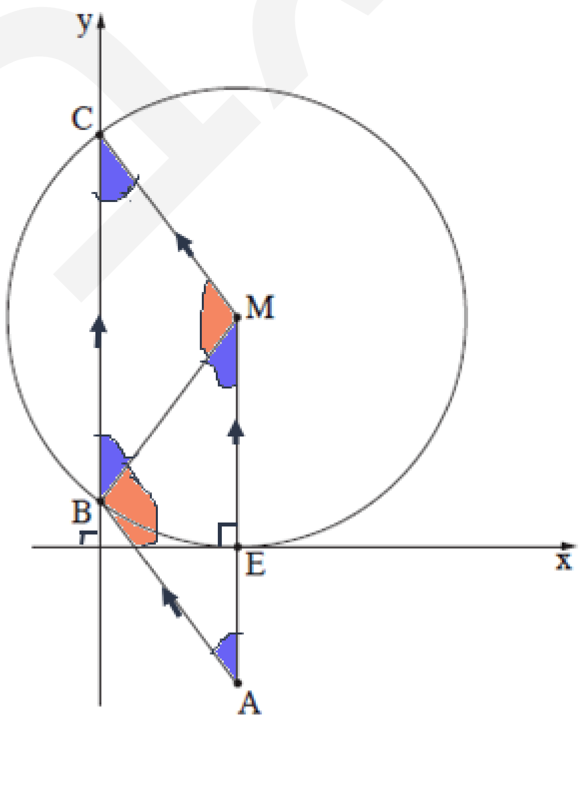
ועל פי תת סעיף א(1) נקבל: $\sphericalangle CMB = \sphericalangle MBA$ (סכום זוויות 180° בשני המשולשים)

תשובה: הוכחנו ש: $\sphericalangle CMB = \sphericalangle MBA$.

(2) $CM \parallel BA$ (אם זוויות מתחלפות שוות, $\sphericalangle CMB = \sphericalangle MBA$, אז הישרים מקבילים).

ABCM מקבילית (שני זוגות של צלעות נגדיות מקבילות).

תשובה: הוכחנו ש- ABCM מקבילית .



ג. נתון: $M(3,5)$.

(1) נמצא את משוואת המעגל.

הרדיוס ME **מאונך לציר ה-** x, **ולכן:** $R = y_M - y_E = 5 - 0 = 5$.

תשובה: משוואת המעגל היא $(x-3)^2 + (y-5)^2 = 25$.

(2) נמצא את שיעורי הנקודות B **ו-** C, **הנמצאות על המעגל וציר ה-** y.

$$x_B = x_C = 0$$
$$(0-3)^2 + (y-5)^2 = 25$$
$$(y-5)^2 = 16$$
$$y-5=4 \rightarrow y=9 \rightarrow \boxed{C(0,9)}$$
$$y-5=-4 \rightarrow y=1 \rightarrow \boxed{B(0,1)}$$

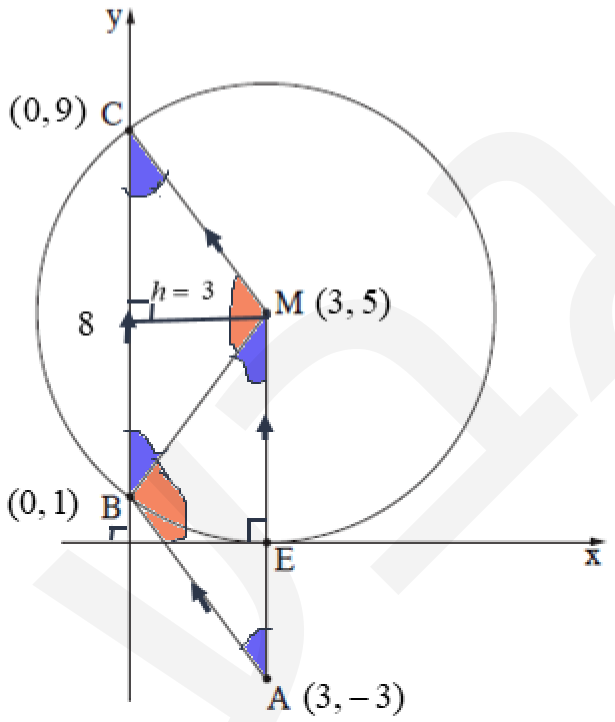
תשובה: $C(0,9)$, $B(0,1)$.

(3) נמצא את שיעורי הנקודה A.

MA **מאונך לציר ה-** x, **ולכן:** $x_A = x_M = 3$.

$$AM = CB = y_C - y_B = 9-1 = 8$$
$$y_A = y_M - 8 = 5 - 8 = -3$$

תשובה: $A(3,-3)$.



ד. נמצא את שטח המקבילית $ABCM$.

שטח מקבילית שווה למכפלת צלע בגובה.

$$S_{ABCM} = CB \cdot h$$
$$CB = 8$$
$$h = x_M - 0 = 3 - 0 = 3$$
$$S_{ABCM} = 8 \cdot 3$$
$$\boxed{S_{ABCM} = 24}$$

תשובה: שטח המקבילית $ABCM$ **הוא** 24.

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{5x}{x^2+4}+1$.

(1) המכנה חיובי לכל x .

תשובה: תחום ההגדרה: כל x.

(2) נמצא אסימפטוטות המאונכות לצירים, של הפונקציה $f(x)$.

אין אסימפטוטה מאונכת לציר ה- x**, כי הפונקציה מוגדרת לכל** x **והגרף שלה רציף.**

אסימפטוטה מאונכת לציר ה- y **: הישר** $y=1$.

(הביטוי השמאלי שואף ל- 0 **כאשר** $x\to\pm\infty$ **, כי חזקת המונה גדולה מחזקת המכנה,**
ולכן $f(x)\to 0+1=1$ **)**

הערה – לא נדרשים הסברים בבגרות.

תשובה: $y=1$.

ב. נמצא את שיעורי נקודת חיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ **עם הצירים.**

עם ציר ה- y **, בו מתקיים** $x=0$ **:** $f(0)=\frac{5\cdot 0}{0^2+4}+1=1 \quad \to \boxed{(0,1)}$

עם ציר ה- x**, בו מתקיים** $y=0$.

$$0=\frac{5x}{x^2+4}+1 \quad /\cdot(x^2+4)$$
$$0=5x+x^2+4$$
$$x^2+5x+4 \quad \to x=-1,-4 \quad \to \boxed{(-1,0)\,,(-4,0)}$$

תשובה: $(0,1)$ **,** $(-1,0)$ **,** $(-4,0)$.

ג. נמצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ **, ונקבע את סוגן.**

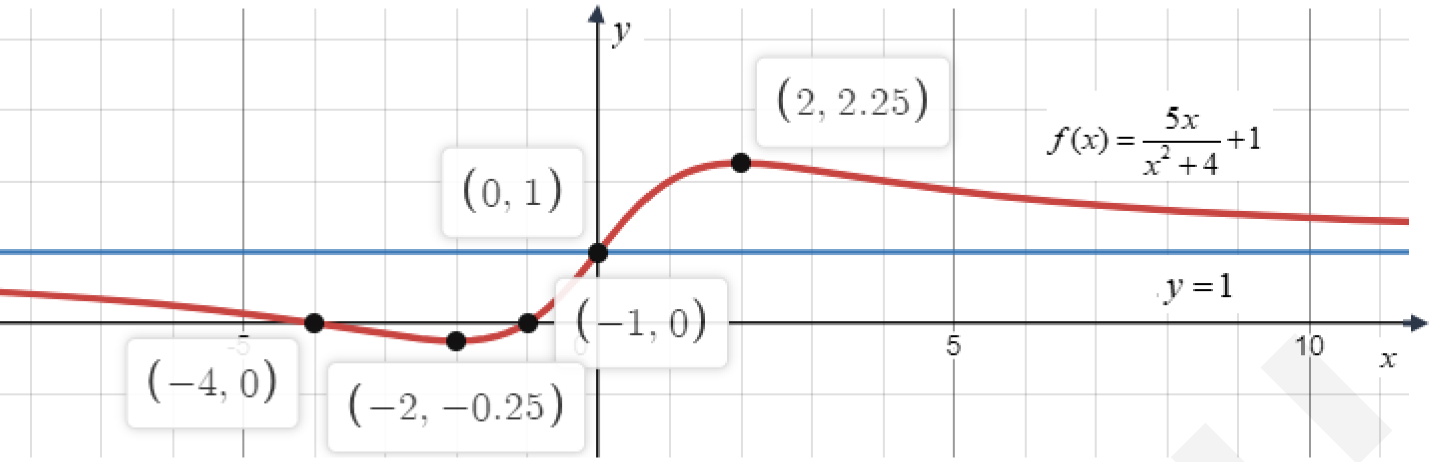
$$f'(x)=\frac{5(x^2+4)-2x\cdot 5x}{(x^2+4)^2}$$
$$f'(x)=\frac{5x^2+20-10x^2}{(x^2+4)^2}$$
$$\boxed{f'(x)=\frac{-5x^2+20}{(x^2+4)^2}}$$
$$-5x^2+20=0$$
$$x=2 \quad \to f(2)=2.25 \quad \to (2,2.25)$$
$$x=-2 \quad \to f(-2)=-0.25 \quad \to (-2,-0.25)$$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון ותחומי עלייה וירידה

x		2		-2	
$f'(x)$	-	0	+	0	-
מקנה	↘	**Max**	↗	**Min**	↘

תשובה: $(2,2.25)$ **מקסימום ,** $(-2,-0.25)$ **מינימום.**

ד. הסקיצה המתאימה.



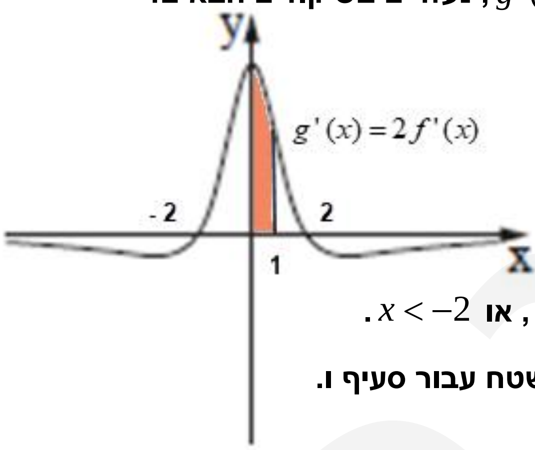
תשובה: השרטוט מעל.

ה. נתונה הפונקציה $g(x)=2\cdot f(x)$, שהיא הכפלה של $f(x)$ פי קבוע חיובי, וגדול מ- 1 :

לכן, אין שינוי בתחום ההגדרה, בתחומי חיוביות/ שליליות ותחומי עלייה/ירידה.

- כאשר מציירים, או בוחרים, את גרף הנגזרת $g'(x)=2f'(x)$, נעזרים בשיקולים הבאים:
- תחום הגדרה: כל x .
- אסימפטוטות: $y=0$.
- נקודות אפס: $(2,0)$, $(-2,0)$.
- סימני נגזרת, בהתאם לעלייה/ירידה של $f(x)$,

$g'(x)>0$ כאשר $-2<x<2$, $g'(x)<0$ כאשר $x>2$, או $x<-2$.



III

תשובה: הגרף המתאים הוא גרף III (בסרטוט מופיע כבר השטח עבור סעיף ו.

ו. נחשב את השטח המבוקש (צבוע באדום):

$$S=\int_0^1 (g'(x)-0)\,dx=g(x)\Big]_0^1$$

$$\left.\begin{array}{ll} x=1: & g(1)=2f(1)=2\cdot 2=4 \\ x=0: & g(0)=2f(0)=2\cdot 1=2 \end{array}\right\} S=4-2=2\rightarrow \boxed{S=2}$$

תשובה: גודל השטח, המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $g'(x)$,

על ידי הישר $x=1$, ועל ידי הצירים, הוא 2 .

א. נתונה הפונקציה $f(x)=x^2\cdot\sqrt{4x+20}$.

בתחום ההגדרה, ביטוי בתוך השורש הוא אי-שלילי.

$$4x+20\ge 0$$
$$4x\ge -20 \quad /:(4>0)$$
$$\boxed{x\ge -5}$$

תשובה: $x\ge -5$.

ב. נמצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

בנקודת החיתוך עם ציר ה- y **מתקיים** $x=0$ **ונקבל את הנקודה** $(0,0)$.

בנקודת החיתוך עם ציר ה- x **מתקיים** $y=0$ **ונקבל את הנקודות** $(0,0)$ **,** $(-5,0)$.

תשובה: $(0,0)$ **,** $(-5,0)$.

ג. נמצא את שיעורי כל נקודות הקיצון ונקבע את סוגן. $(-5,0)$ **בהכרח נקודת קיצון קצה.**

$$f'(x)=2x\sqrt{4x+20}+x^2\frac{\cancel{4}^{2}}{\cancel{2}\sqrt{4x+20}}$$

$$f'(x)=\frac{2x(4x+20)+2x^2}{\sqrt{4x+20}}$$

$$f'(x)=\frac{8x^2+40x+2x^2}{\sqrt{4x+20}}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{10x^2+40x}{\sqrt{4x+20}}}$$

$$0=10x^2+40x=10x(x+4) \quad \to x=0\to(0\ 0),\ x=-4 \quad \to(-4,32)$$

$$f'(-4.5)>0,\ f'(-3)<0 \quad \to \boxed{(-4,32),\max}$$

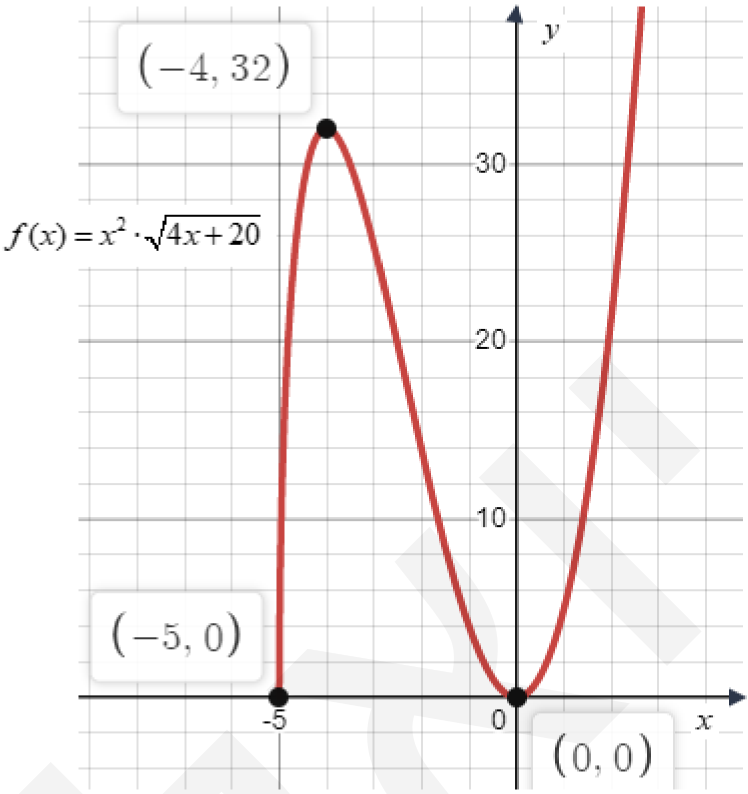
$$f'(-3)<0,\ f'(1)>0 \quad \to \boxed{(0,0),\min}$$

כיוון שהפונקציה עולה מנקודת הקצה $(-5,0)$ **לנקודת המקסימום,**

הרי שנקודת הקצה היא נקודת מינימום.

תשובה: $(0,0)$ **מינימום,** $(-4,32)$ **מקסימום,** $(-5,0)$ **מינימום.**

ד. נסרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ **.**



תשובה: הסרטוט מעל.

ה. נתונה הפונקציה $g(x)=f(x)+c$ **.**

זו הזזה אנכית, $(+c)$ **יחידות של הפונקציה** $f(x)$ **,**

ללא שינוי בתחום ההגדרה ותחומי עלייה וירידה.

נתון כי הישר $y=12$ **, שהוא פונקציה קבועה עם שיפוע אפס, משיק לגרף הפונקציה** $g(x)$ **.**

מכאן שנקודת ההשקה היא כאשר $g'(x)=f'(x)=0$ **.**

על פי סעיף ג, זה מתקיים עבור $x=0$ **, ועבור** $x=-4$ **.**

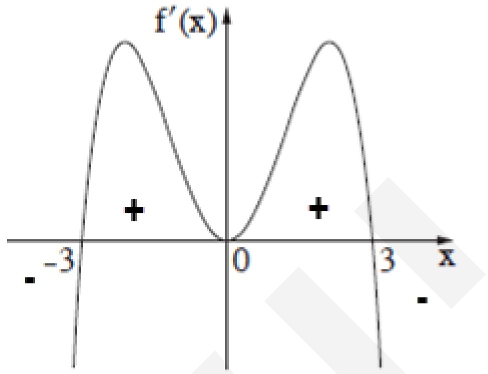
$(0,0)$ **הייתה נקודת מינימום של** $f(x)$ **, ועבור** $c=12$ **, נקודת ההשקה ל-** $g(x)$ **תהייה** $(0,12)$**.**

$(-4,32)$ **הייתה נקודת מינימום של** $f(x)$ **, ועבור** $c=-20$ **, נקודת ההשקה ל-** $g(x)$ **תהייה** $(-4,12)$**.**

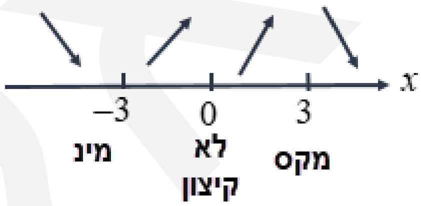
בנקודת המינימום בקצה, הנגזרת של $f(x)$ **לא הייתה שווה לאפס, ולכן לא רלוונטית לתשובה.**

תשובה: $c=12$**, או** $c=-20$**.**

א. (1) בשרטוט הנתון , מסומנות נקודות האפס הנתונות של $f\,'(x)$, ותחומי חיוביות ושליליות שלה.



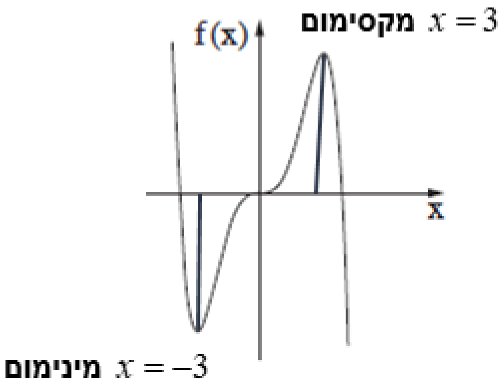
על-פי סימני הנגזרת, ניתן לקבוע את תחומי העלייה והירידה של $f(x)$.



נשים לב , שעבור $x=0$ אין שינוי בסימני הנגזרת, ואין שינוי בתחום העלייה,
ולכן אין קיצון (העשרה - נקודת פיתול, שבה המשיק מקביל לציר ה- x).
תשובה: עבור $f(x)$ - עלייה $-3<x<3$, ירידה $x>3$ או $x<-3$.

(2) תשובה: עבור $f(x)$: $x=3$ מקסימום , $x=-3$ מינימום.

ב. על פי תחומי העלייה והירידה, ושיעורי ה- x בנקודות הקיצון וסוגן, הגרף המתאים הוא גרף III .
העשרה - נשים לב, שבראשית הצירים הגרף "נראה כמתלכד" עם ציר ה- x,
וזה תואם לעובדה שראינו שעבור $x=0$ הנגזרת מתאפסת, אולם אין קיצון והפונקציה עולה.
למעשה, ציר ה- x הוא המשיק עצמו ל- $f(x)$ בנקודה זו.

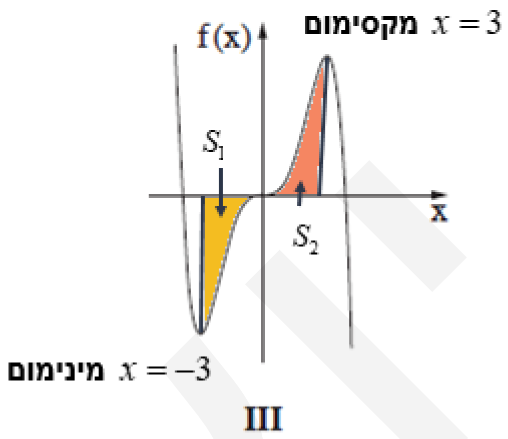


III

תשובה: גרף III מתאר את גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. $S_1=\int_{-3}^{0}-f(x)\,dx$ **, כי השטח השמאלי (בצהוב) נמצא מתחת לציר ה-** x **.**

$S_2=\int_{0}^{3}f(x)\,dx$ **, כי השטח מימין (באדום) נמצא מעל לציר ה-** x **.**



לכן לא מתקיים $S_1+S_2=\int_{-3}^{3}f(x)\,dx$ **, כי** $\int_{-3}^{3}f(x)\,dx=\int_{-3}^{0}f(x)\,dx+\int_{0}^{3}f(x)\,dx=-S_1+S_2$ **.**

הסבר: S_1 **נמצא מתחת לציר ה-** x **, ולכן גודלו אינו שווה ל-** $\int_{-3}^{0}f(x)\,dx$ **, כפי שהוסבר קודם,**

למעשה, גודל האינטגרל $\int_{-3}^{0}f(x)\,dx$ **הוא שלילי, והוא נגדי לערכו של** S_1**.**

לכן לא נחשב את סכום שני השטחים כפי שהתבקש, אלא לחשב כל שטח בנפרד.

תשובה: לא מתקיים $S_1+S_2=\int_{-3}^{3}f(x)\,dx$**.**

ד. נתונה הפונקציה $g(x)=f(x-4)$ **.**

זו הזזה אופקית, 4 **יחידות ימינה של הפונקציה** $f(x)$ **,**

ללא שינוי בתחום ההגדרה ותחומי חיוביות ושליליות.

תחומי העלייה והירידה זזים גם 4 **יחידות ימינה, ללא שינוי בסוג הקיצון.**

אין שינוי בערכי ה- y **בנקודות הקיצון.**

תשובה: עבור $g(x)$ **:** $x=7$ **מקסימום ,** $x=1$ **מינימום.**