

## פתרון הבחינה

# במתמטיקה

קיץ תשפ"ב, ב, 2022, מועד א, שאלון: 35582

מוגש ע"י צוות מורי המתמטיקה של "יואל גבע"

למידע על פסיכומטרי  
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.  
אל תתפשר עליה.



1. נתונים שני מעגלים המשיקים זה לזה מבחוץ.  
 מרכזו של המעגל האחד הוא בנקודה  $M$  ומשוואתו היא  $(x - a)^2 + y^2 = r^2$ , הוא פרמטר חיובי.  
 מרכזו של המעגל האחר הוא בנקודה  $N$  ומשוואתו היא  $(x - 14)^2 + y^2 = R^2$ .  
 אורכו של הקטע המחבר את מרכזי המעגלים הוא 9, והיחס בין אורכי הרדיוסים של המעגלים הוא  $r < R, 1:2$ .  
 א. מצאו את משוואת המעגל שמרכזו  $N$  ואת שתי האפשרויות למשוואת המעגל שמרכזו  $M$ .  
 נתון כי  $a < 14$ .  
 ב. סרטטו במערכת צירים אחת סקיצה של שני המעגלים ושל כל המשיקים המשותפים לשני המעגלים.  
 ג. מצאו את משוואת המשיק העובר בנקודה המשותפת לשני המעגלים.  
 ד. הישר  $mx - y + n = 0$  הוא משיק משותף לשני המעגלים. מצאו את  $m$  ואת  $n$  (שתי אפשרויות).  
 נתונים שני מעגלים אחרים המשיקים זה לזה מבחוץ.  
 משוואות המעגלים הן:  $(x - t)^2 + y^2 = r^2$ ;  $(x - k)^2 + y^2 = R^2$ ;  $t, k$  הם פרמטרים.  
 ערכי הרדיוסים  $r$  ו- $R$  זהים לאלה שמצאתם בסעיף א.  
 ה. האם ייתכן כי שני הישרים שאת משוואותיהם מצאתם בסעיף ד משיקים גם למעגלים האלה?  
 אם כן - מצאו את  $t$  ואת  $k$ . אם לא - נמקו.

פתרון:

1. מרכז המעגל האחד הוא  $M(a, 0)$   
 מרכז המעגל השני הוא  $N(14, 0)$

אורך הקטע המחבר את המרכזים הוא 9, כלומר:

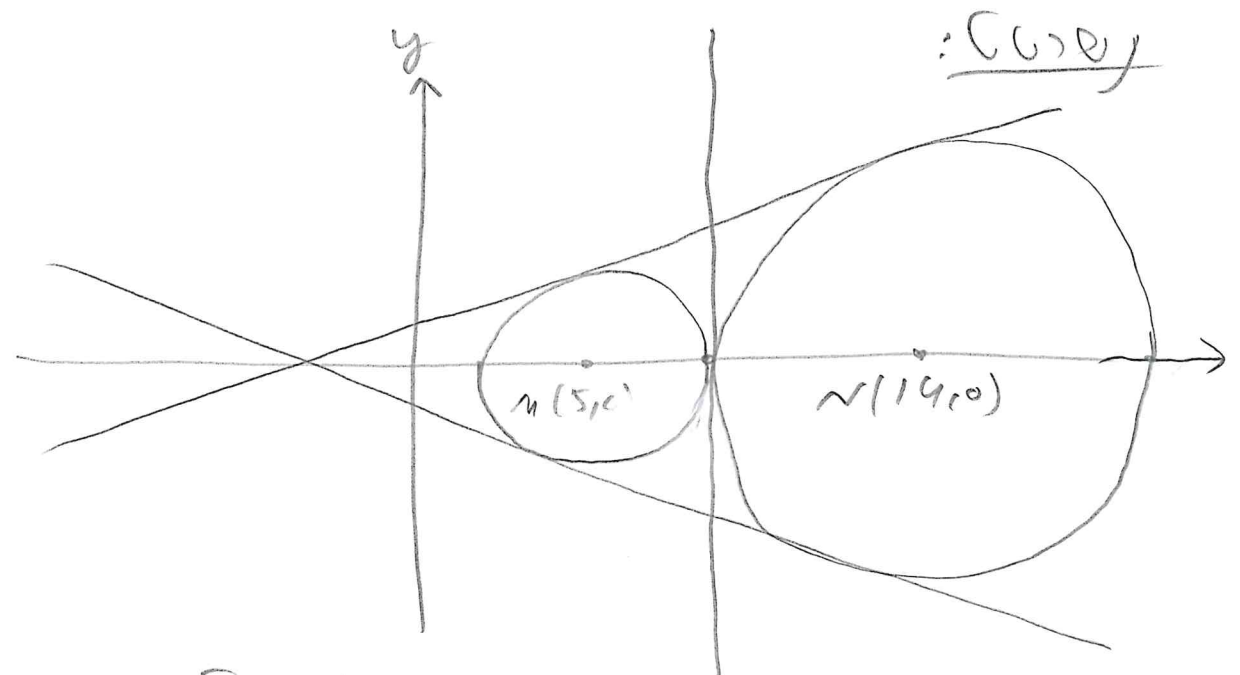
$$\sqrt{(a-14)^2 + 0^2} = 9 \rightarrow (a-14)^2 = 81 \rightarrow a-14 = \pm 9 \rightarrow a = 5 \text{ או } a = 23$$

כמו כן יתכן כי אורך הקטע המחבר את המרכזים יהיה 9, כלומר:  
 מרחק בין המרכזים הוא סכום הרדיוסים, ולכן  $R+r=9$   
 (תיון  $R=2r$  ולכן  $R=6, r=3$ )  
 נרשום את המשוואות של המעגלים:



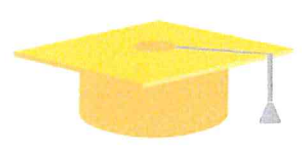
$(x-14)^2 + y^2 = 36$	המעגל שמרכזו N:
$(x-5)^2 + y^2 = 9$	המעגל שמרכזו M:
$(x-23)^2 + y^2 = 9$	ל"א

ה. נתון  $9 < 14$  כלומר המעגל שמרכזו M הוא  $(x-5)^2 + y^2 = 9$ .



d. נקודה התלוקה היא  $(8,0)$  ולכן משוואת המשיק היא  $x=8$ .

3. משיק למעגל עובר במרחק של רדיוס מהמרכז המעגל. לכן נשרטט בנוסחה מרחק נקודה אישית:

$$d = \frac{|Ax + By + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$


נסבך יא - השוואה בן שהיציב של y  
יהיה חיובי:  
 $-mx + y - n = 0$

נתבונן עם השיד שקובו מתחת לפני המעגל.  
ואכן נקרה א - סילון ה- "x" מהנוסחה:

$$\begin{cases} 3 = \frac{-5m - n}{\sqrt{m^2 + 1}} & \text{השקה למעגל m} \\ 0 = \frac{-14m - n}{\sqrt{m^2 + 1}} & \text{השקה למעגל n} \end{cases}$$

נחלק את השוואה (ניתן גם לחסר את השוואה...)

$$2 = \frac{-14m - n}{-5m - n} \rightarrow -10m - 2n = -14m - n \rightarrow n = 4m$$

כעת נציב בשוואה הישנייה:

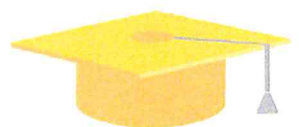
$$3 = \frac{-5m - 4m}{\sqrt{m^2 + 1}} \rightarrow 3\sqrt{m^2 + 1} = -9m \quad ( )^2$$

$$9m^2 + 9 = 81m^2 \rightarrow m^2 = \frac{1}{8} \sqrt{\quad} \rightarrow m = \pm \frac{1}{\sqrt{8}}$$

הקצה בשוואה עשני ההצאה דכיקוח ויהיה שהפרון  
המשאית הוא  $m = -\frac{1}{\sqrt{8}}$   
מכאן נדבר  $n = -\sqrt{2}$ , ושוואה השיד

$$\frac{1}{\sqrt{8}}x + 9 + \sqrt{2} = 0$$

תהיה:



צבור השק שצמדו מצד אשתי התגנבתי  
 וצבור בציד באותם קורה עם סימן "–"  
 בנוסחה הלידה ונהפך

$$m = \frac{1}{\sqrt{8}} \quad n = \sqrt{2}$$

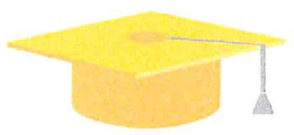
ומשוואה השק השני תהיה  $\frac{1}{\sqrt{8}}x + y - \sqrt{2} = 0$

הארכה: ניתן אפילו גיאומטריה ג-ה הריבוע  
 ע"י קניון שלושית אם נאמין את השיקים  
 עם אחריון עם קורה א ונעלה ביחס  
 הרציונליים של התגנבתי כוחס הפאיון.

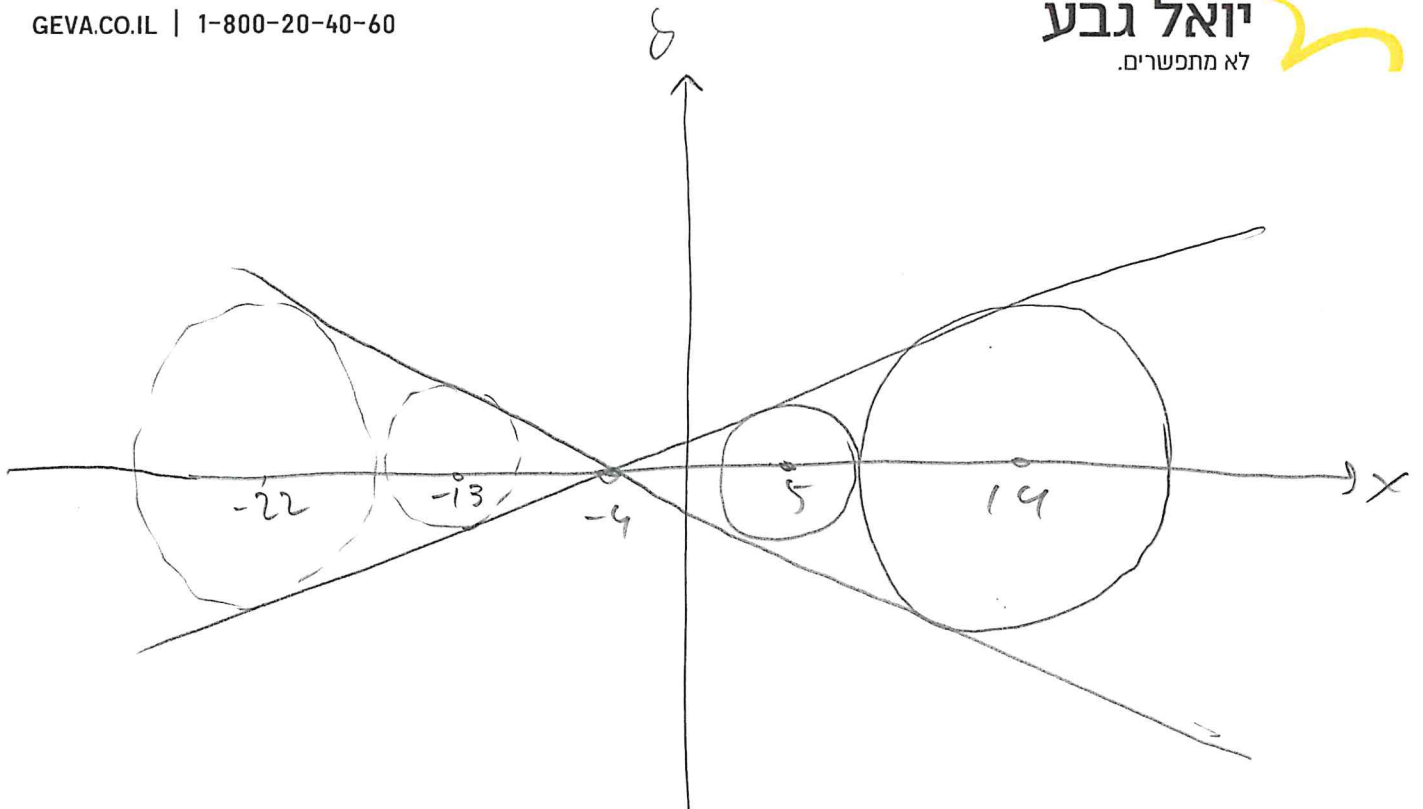
ה. אם נאמין את השיקים, אזי נקוד  
 שגמאל של נקודות החיתוך עם הציירים  
 נקבל אפסות לפני התגנבתי אחרים  
 השיקים אחרים יגויף שגמאלו כסגל  
 ב'.

נקודות החיתוך של השיקים עם קורה א

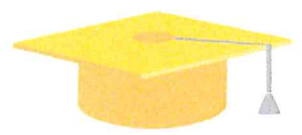
היא:  $(-4, 0) \rightarrow x = -4 \rightarrow 0 = \sqrt{2} + 0 + \frac{1}{\sqrt{8}}x$







המרחק של המרכזים הוא  $\sim$  עגול דו צדדי  $(-4, 0)$   
 שווה בגודל המרכזים, ולכן  $\boxed{k = -22, t = 13}$



2. נתונות ארבע נקודות הנמצאות באותו המישור:  $A(4, p, -1)$ ,  $B(7, 5, 5)$ ,  $C(1, -1, 2)$ ,  $D(-2, 5, -4)$ .  
 p הוא פרמטר.
- מצאו את משוואת המישור ABCD.
  - חשבו את ערך הפרמטר p.
  - הוכיחו כי המרובע ABCD הוא ריבוע.
- הנקודה S היא קודקוד של פירמידה SABCD שבסיסה ABCD.  
 המקצוע SC מונח על הישר  $\underline{x} = (0, -4, 1) + t(1, 3, 1)$ .  
 נתון כי נפח הפירמידה הוא 81.
- מצאו את שיעורי הנקודה S (שתי אפשרויות).
  - נתון מישור נוסף  $\pi$  המאונך למקצוע SC.
  - מצאו את הזווית שבין המישור ABCD ובין המישור  $\pi$ .

פתרון:  
 א. נשמע שיש בקוטר B, C ו-1  
 הצגה פרמטרית של המישור:

$$\underline{x} = (7, -1, 2) + t(6, 6, 3) + q(-3, 6, -6)$$

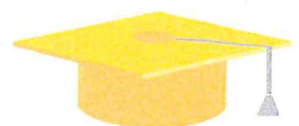
$$\underline{x} = (7, -1, 2) + t(2, 2, 1) + q(1, -2, 2) \quad \underline{1/c}$$

נניח א' הנורמל  $(a, b, c)$ :

$$\begin{cases} (a, b, c) \cdot (2, 2, 1) = 0 \\ (a, b, c) \cdot (1, -2, 2) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a + 2b + c = 0 \\ a - 2b + 2c = 0 \end{cases}$$

$$c = -2a - 2b \quad \sim \text{המשוואה מסתאשם נדבן:}$$

$$a - 2b - 4a - 4b = 0 \quad \text{נזיב במשוואה הישניה:}$$



$$3a = -6b$$

↓

$$a = -2b$$

(ג, ח, ה, כה, כונונו,  $b=1$  ו (הכ)  $a=-2$

ו (כ, י, ח, ש, א)  $c$  :  $c = -2 \cdot (-2) - 2 \cdot 1 = 2$

הנוכח הוא:  $(a, b, c) = (-2, 1, 2)$

משוואה המישור היא  $-2x + y + 2z + d = 0$

ו (כ, ב, א) הוקדסה  $c(2, -1, 1)$  :

$$-2 \cdot 2 - 1 + 2 \cdot 2 + d = 0 \rightarrow d = -1$$

משוואה המישור היא:  $-2x + y + 2z - 1 = 0$

ד. נ (כ, ב, א) נדונה A במישור:

$$-2 \cdot 4 + p + 2 \cdot (-1) - 1 = 0 \rightarrow \boxed{p = 11}$$

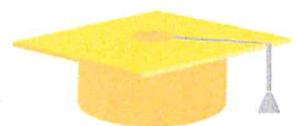
ד. (מ, א) הוקדסה (כ, ב, א):

$$\vec{AB} = B - A = (3, -6, 6)$$

$$\vec{BC} = C - B = (-6, -6, -3)$$

$$\vec{CD} = D - C = (-3, 6, -6)$$

$$\vec{AD} = D - A = (-6, -6, -3)$$





נחשב את אורכי האקסוריים:

$$d_{AB} = \sqrt{3^2 + 6^2 + 6^2} = \sqrt{81} = 9$$

$$d_{BC} = \sqrt{6^2 + 6^2 + 3^2} = \sqrt{81} = 9$$

$$d_{CD} = \sqrt{3^2 + 6^2 + 6^2} = \sqrt{81} = 9$$

$$d_{AD} = \sqrt{6^2 + 6^2 + 3^2} = \sqrt{81} = 9$$

הקאע-באלו אורן זכנ הנרוגן הווא לעיון.  
 נראה כי  $\vec{AB} \perp \vec{BC}$ :

$$\vec{AB} \cdot \vec{BC} = (3, -6, 6) \cdot (-6, -6, -3) = -18 + 36 - 18 = 0$$

הואטוריק שאונכים זכנ הנרוגן הווא  
 קיבוג (לעיון קע) צויה אלח וסרה  
 הווא היבוג (").

צ. נפה פירלעה לזבל ח' הנוסחה

$$V = \frac{B \cdot h}{3}$$

שטח הבסיס הווא שטח היבוג

$$B = 81$$

אבא, והווא

$$81 = \frac{81 \cdot h}{3} \rightarrow h = 3$$

(ליב זנוסחה:



כאן  $h=3$  הפירוט הוא

הקצו  $S$  הוא:  $S(t, -4+3t, 1+t)$

נשים בנוסחה נרחבת (הזוהי נאלישור):

$$d = \frac{|ax_1 + by_1 + cz_1 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

נניח  $h > 0$  ונסתה:

$$3 = \frac{|-2 \cdot t - 4 + 3t + 2(1+t) - 1|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2}}$$

$\Downarrow$

$$3 = \frac{|3t - 3|}{3}$$

$\Downarrow$

$$9 = |3t - 3|$$

$$9 = 3t - 3$$

$$t = 4$$

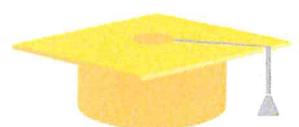
$\downarrow$

$$-9 = 3t - 3$$

$$t = -2$$

$\downarrow$

$$S(4, 8, 5), S(-2, -10, -1)$$



ה. הצלוי המביקט היא הצלוי קין  
 מישורים, באורך הצלוי החצה בין הנורמלים.  
 הנורמל של מישור ABCD הוא  $(2, 1, 2)$

הנורמל של המישור AD הוא  $(1, 3, 1)$   
 הכיוון של SC, כלומר  $(1, 3, 1)$   
 נחשב את הצלוי:

$$\cos \alpha = \frac{|(2, 1, 2) \cdot (1, 3, 1)|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2} \cdot \sqrt{1^2 + 3^2 + 1^2}}$$

$$\cos \alpha = \frac{|-2 + 3 + 2|}{3 \cdot \sqrt{11}} = \frac{1}{\sqrt{11}}$$



$$\alpha = 72.45^\circ$$





3. נתונה המשוואה  $z^2 + z\bar{z} = \bar{z} + 2z + 9 - 7i$ , הוא מספר מרוכב.

$z_1$  הוא אחד הפתרונות של המשוואה, והוא מייצג נקודה הנמצאת במישור גאוס ברביע הראשון, על מעגל שמרכזו בראשית הצירים.

א. מצאו את משוואת המעגל.

חוסמים במעגל ריבוע שאחד מקודקודיו מיוצג על ידי המספר  $z_1$ .

ב. חשבו את שטח הריבוע.

ג. מצאו את השיעורים של שאר קודקודי הריבוע.

מכפילים ב-  $r_1 \cdot (\cos(\alpha) + i \sin(\alpha))$  כל אחד מן המספרים המייצגים את שני קודקודי הריבוע שנמצאים ברביעים הראשון והשלישי, ומכפילים ב-  $r_2 \cdot (\cos(\alpha + 60^\circ) + i \sin(\alpha + 60^\circ))$  כל אחד מן המספרים המייצגים את שני קודקודי הריבוע שנמצאים ברביעים השני והרביעי.

הנקודות במישור גאוס המייצגות את התוצאות שהתקבלו לאחר ההכפלה יוצרות מרובע קמור חדש במישור גאוס.

נתון:  $r_1$  ו-  $r_2$  חיוביים,  $r_1 \neq r_2$ .

ד. מהו סוג המרובע שהתקבל? נמקו את התשובה.

נתון כי שטח המרובע שהתקבל גדול פי 1.4 משטח הריבוע שחישבתם בסעיף ב.

ה. חשבו את  $r_1 \cdot r_2$ .

3 (כ)

(פטרסון, דה טאלה):

$$(x-yi)^2 + (x+yi)(x-yi) = x-yi + 2(x+yi) + 9 - 7i$$

$$x^2 - 2xyi - y^2 + x^2 + y^2 = x - yi + 2x + 2yi + 9 - 7i$$

$$2x^2 = 3x + 9 \rightarrow 2x^2 - 3x - 9 = 0 \rightarrow x = 3$$

$x = -1.5$  לא ברקיס היאסין

$$-2xy = y - 7$$

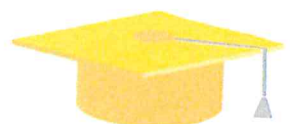
(3' ב)  $x = 3$  דה טאלה אס

$$-6y = y - 7$$

$$-7y = -7$$

$$y = 1$$

$$z_1 = 3 + i$$



המשך (א)

מכיוון ומרכז המעגל הראשית הצירים נמצא  
על כוונתו ע"י מרחק הנתונה (3,1) ל (0,0)

$$R = \sqrt{(3-0)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{10}$$

$$|x^2 + y^2 = 10|$$

ברובם החסם בעצם האלכסון יתלכז על הקו  
(מכיוון וצווית היקפית הנשמרת על קוטר שלה ל 90), ולכן

מכפלת הקטרים חלקי ג תהיה שטח הריבוע

$$S = \frac{(2\sqrt{2})^2}{2} = 20$$

מכיוון אלכסוני הריבוע מתלכזים עם קוטר המעגל  
והצווית ביניהם 90, הקוטר הרביעי האיש יהיה  
אמצע קטע המסך בין הנקודה (3,1) ל (1,3) ויהיה (2,2)  
קוטריו הריבוע הרביעי השני והרביעי יהיו הרבוע  
ג' = 90° (מכיוון יש 90 בין אלכסוני הריבוע) של הקוטר  
הרביעי הראשון והאישיה בהתאמה, ולכן נקרא:

$$i \cdot (3+i) = -1+3i$$

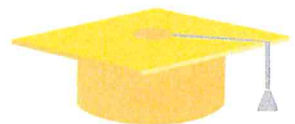
$$(-3-i) \cdot i = 1-3i$$

$$(3,1), (-1,3), (-3,-1), (1,-3)$$

על אחרי הרבוע של הקוטר הרביעי הראשון והאישיה נקרא ק - מצבוג  
נקרא נקודת הנמצאות על מעגל שרביעו סטגה הקו המחר בין נקודת שלו  
עצ"ן מאר הראשית הצירים מכיוון והצבת הצווית של ההצבה הקוטבית של קוטר  
שלו תהיה בל מלאה (כך כיוון השטח, ו גאלתה סגה הקוטר הרביעי הראשון  
והרביעי יוצא ה (1+i) מלאה (כך כיוון השטח וימצאו על מעגל אחר שרביעו  
מכיוון והרביעי בעצם שווים זה לזה אלכסוני הריבוע ושאלו חזרים (אך לא שווים זה לזה)

למידע על פסיכומטרי  
ביואל גבע ←

**הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.  
אל תתפשר עליה.**





המשך (3)

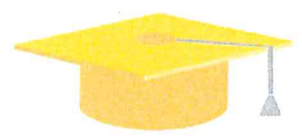
ואכן התוצאה שהתקבלה הוא תקבוליות

השווית בין אלכסוני התקבולית היא ה-  $90^\circ + 90^\circ$   
 זוויות שהוצגו ואכן השווית בין אלכסוני התקבוליות הם  $90^\circ$   
 אורך אלכסוני התקבוליות הם:  $2\sqrt{2}$  !  $2\sqrt{2}$   
 ואכן שטחה:

$$\sum_{\text{תקבוליות}} = \frac{2\sqrt{2}r_2 \cdot 2\sqrt{2}r_2 \cdot \sin 150^\circ}{2} = 10r_1r_2$$

אם הייתי:  $\frac{\sum_{\text{תקבוליות}}}{\sum_{\text{לבוח}}} = 1.4$  ואכן:

$$\frac{10r_1r_2}{20} = 1.4 \rightarrow \underline{\underline{|r_1r_2 = 2.8|}}$$



4. נתונה הפונקצייה  $f(x) = xe^x - 2e^x + 1$  המוגדרת לכל  $x$ .

- א. (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה  $f(x)$  המאונכות לציר ה- $y$  (אם יש כאלה).  
 (2) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה  $f(x)$  עם ציר ה- $y$ .  
 (3) מצאו את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקצייה  $f(x)$ .  
 (4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .

נתונה הפונקצייה  $g(x) = \frac{1-e^x}{e^x-x}$  המוגדרת לכל  $x$ .

- ב. (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה  $g(x)$  המאונכות לציר ה- $y$ .  
 (2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה  $g(x)$  עם ציר ה- $x$  (אם יש כאלה).  
 (3) הוכיחו כי  $g'(x) = \frac{f(x)}{(e^x-x)^2}$ .  
 ג. היעזרו בסקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$  ומצאו במה נקודות מקסימום וכמה נקודות מינימום יש לפונקצייה  $g(x)$ . נמקו את התשובה.  
 ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $g(x)$ .  
 ה. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה  $g(x)$ , על ידי ציר ה- $x$  ועל ידי הישר  $x = -1$ .

פתרון:

א. (1) אסימפטוטה  $x \rightarrow \infty \rightarrow y \rightarrow \infty$   
 אסימפטוטה  $x \rightarrow -\infty \rightarrow y \rightarrow 1$   
 $y=1$

(2)  $f(0) = 0 - 2e^0 + 1 = -1$  ;  $x=0$

הנקודה היא  $(0, -1)$

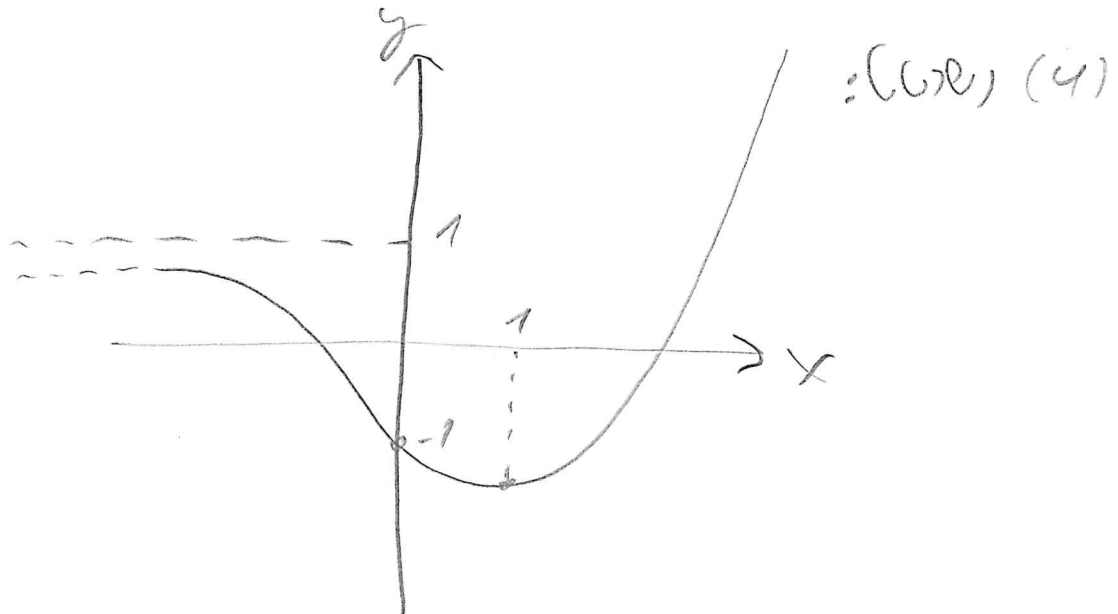
(3)  $f'(x) = e^x + x \cdot e^x - 2e^x = e^x(x-1)$   
 $e^x(x-1) = 0 \rightarrow x = 1 \rightarrow (1, 1-e)$



$0 < f(x)$        $x > 1$       נקודה  
 $f(x) < 0$        $x < 1$       נקודה

$x > 1$	תחום חיובי
$x < 1$	תחום שלילי

$f > 0$

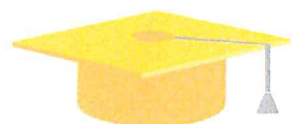


$$f(x) = \frac{1 - e^x}{e^x - x}$$

$x \rightarrow \infty \rightarrow y \rightarrow -1 \rightarrow \boxed{y = -1}$       (1)  
 $x \rightarrow -\infty \rightarrow y \rightarrow 0 \rightarrow \boxed{y = 0}$

$$\frac{1 - e^x}{e^x - x} = 0 \rightarrow 1 - e^x = 0 \rightarrow x = 0 \quad (2)$$

הנקודה היא  $(0,0)$



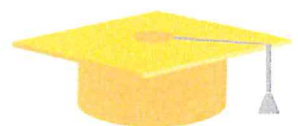
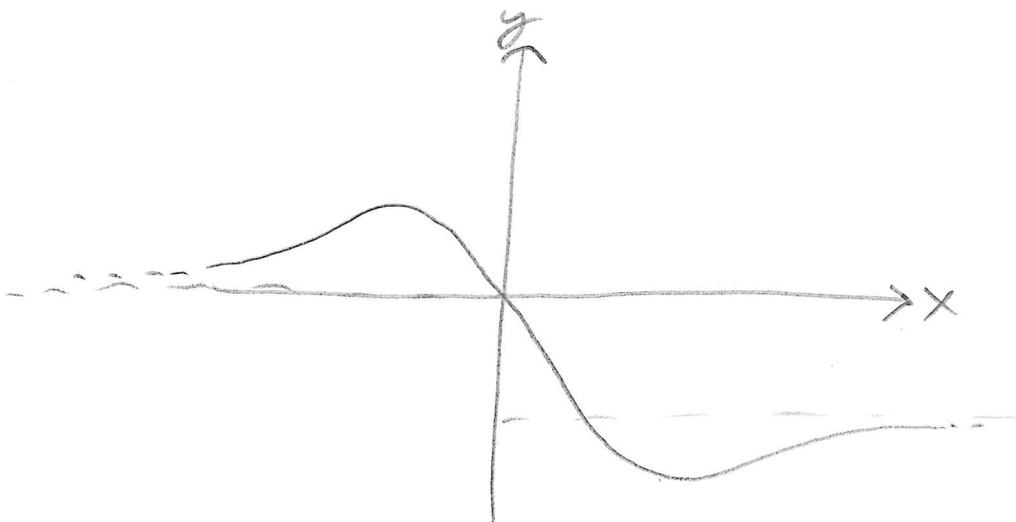
$$g'(x) = \frac{-e^x(e^x-x) - (e^x-1)(1-e^x)}{(e^x-x)^2} \quad (3)$$

$$g'(x) = \frac{-e^{2x} + xe^x - e^x + e^{2x} + 1 - e^x}{(e^x-x)^2}$$

$$g'(x) = \frac{xe^x - 2e^x + 1}{(e^x-x)^2} = \frac{f(x)}{(e^x-x)^2}$$

ד. הנקודה של  $f(x)$  נמצאת בנקודה  $x$  בה  
 נקודות. כלומר הנקודה של  $f(x)$  היא נקודה  
 החיובית של  $f(x)$  ולכן  $f(x) > 0$  ונקודה  
 של  $f(x)$  היא נקודה של  $f(x)$  החיובית  
 של  $f(x)$  ולכן  $f(x) > 0$  ונקודה של  $f(x)$   
 של  $f(x)$  ולכן  $f(x) > 0$  ונקודה של  $f(x)$   
 של  $f(x)$  ולכן  $f(x) > 0$  ונקודה של  $f(x)$

3. נשאל:



ה. לפי התיק מסקף 3' השטח יחושק ע"י האינטגרל הבא:

$$S = \int_{-1}^0 f(x) dx$$

נהיסק:

$$S = \int_{-1}^0 \frac{1-e^x}{e^x-x} dx = \int -\frac{e^x-1}{e^x-x} dx$$

נשים לב שהמיון הוא (אזור) של המכנה

אנשים בנוסחה

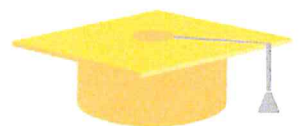
$$\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln |f(x)| + C$$

אזכור  $e^x > 0$  ולכן:

$$S = \left[ -\ln(e^x-x) \right]_{-1}^0$$

$$S = [-\ln(e^0-0)] - [-\ln(e^{-1}+1)]$$

$$S = \ln\left(\frac{2}{e}+1\right) = 0.313$$





5. נתונה הפונקצייה  $f(x) = x + \ln(x^2 - 3)$ .

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $f(x)$ .  
 (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה  $f(x)$  המאונכות לצירים (אם יש כאלה).  
 (3) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה  $f(x)$ , וקבעו את סוגה.  
 (4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .

$f'(x)$  היא פונקציית הנגזרת של הפונקצייה  $f(x)$ .

- ב. (1) מצאו את תחום ההגדרה של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .  
 (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  המאונכות לצירים.  
 (3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).  
 (4) סרטטו סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  אם ידוע כי אין לה נקודות קיצון.

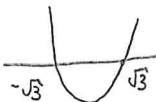
נתונה הפונקצייה  $g(x) = e^{f(x)}$  המוגדרת באותו התחום כמו הפונקצייה  $f(x)$ .

- ג. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה  $g(x)$ , וקבעו את סוגה.  
 (2) מצאו את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקצייה  $g(x)$ .

ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי הפונקצייה  $y = f'(x) \cdot g(x)$ , על ידי ציר ה- $x$  ועל ידי הישרים  $x = -4$  ו- $x = -3$ .

5. (א)  $x^2 - 3 > 0$

$|\sqrt{3} < x \text{ או } x > \sqrt{3}|$



(2)  
 כאשר  $x$  שואף לאינסוף (חזר בין שני מספרים חולקים השואפים לאינסוף וזין לא תהיה אם אופקית מימין, וכאשר  $x$  שואף לאינסוף אינסוף  $\ln(x^2 - 3)$  שואף לאינסוף ו- $x$  שואף לאינסוף אינסוף ולכן התוצאה תהיה מינס אינסוף וזו תהיה אם אופקית משמאל. אפשרות אחרת אופקית כאשר  $x$  שואף ל- $\sqrt{3}$  מימין ול- $-\sqrt{3}$  משמאל אז תהיה זריק סוף  $x = \sqrt{3}$  ו- $x = -\sqrt{3}$  אינסוף אינסוף ולכן תהיה אסימטוטה



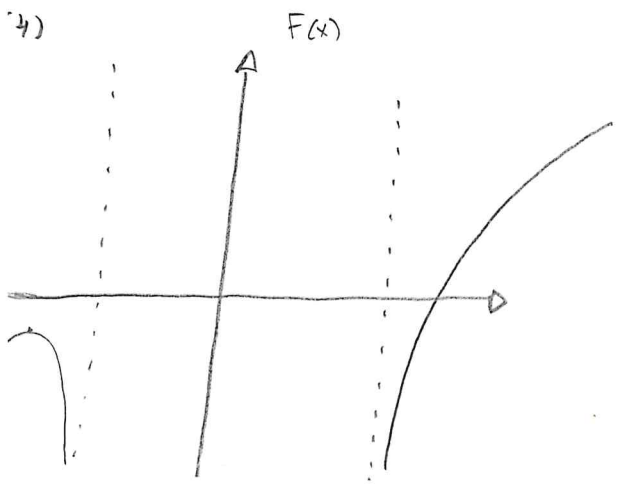
5) (3)  $f'(x) = 1 + \frac{2x}{x^2-3} \rightarrow f'(x) = \frac{x^2+2x-3}{x^2-3}$

$f'(x) = 0: x^2+2x-3 = 0$   
 $x = 1$   $x = -3$   
 (לא בקטגוריה) (חיים החלקה)

x	-3	$-\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$
$f'(x)$	+	-	+
$f(x)$	↗	↘	↗

$f'(\infty) = +$   
 $f'(-2) = -$   
 $f'(-4) = +$

$f(-3) = -3 + \ln((-3)^2-3) = \ln 6 - 3$   
 $\max(-3, -1.2)$



1)  $x^2-3 = 0$   
 $x = \pm\sqrt{3}$

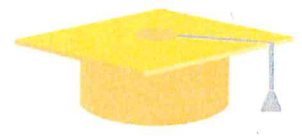
ערכי x אילו אינם מוגדרים  
 גסון הנק'ה'.

$x > \sqrt{3}$  או  $x < -\sqrt{3}$

$x = \sqrt{3}$  !  $x = -\sqrt{3}$   
 גאססיו אנה אסא אנה וזכין  
 אסא אל'ה'.

נחידע על פסיכומטרי  
 ביואל גבע ←

**הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.**  
**אל תתפשר עליה.**



המשקל (2)

התפקיד העיקרי בסך הכול הוא  
לספק אלמנטים תהיה חלקית התקצוים

$$y = 1$$

3) חותך עם ציר ה-x:

$$f(x) = 0: \quad x^2 + 2x - 3 = 0, \quad x = -3, \quad x = 1$$

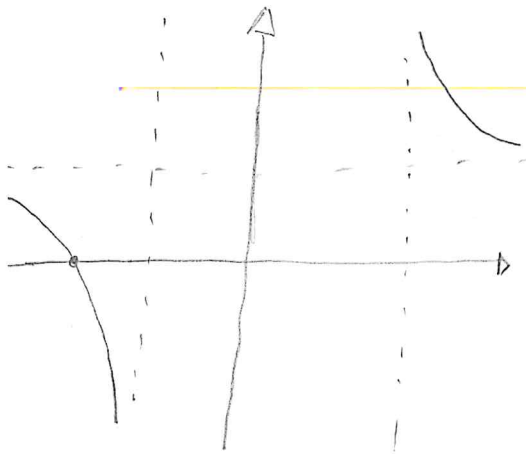
(-3, 0)

מסלול התקצוים

חותך עם ציר ה-y:

אין צורך ב- $x=0$  כי הממוקם התקצוים של  $f(x)$  וכן אין צורך

(4)  $f'(x)$



(1)  $g'(x) = e^{f(x)} \cdot f'(x)$

לא נראה שיש

$$f'(x) = 0 \quad x = -3$$

מכיוון  $e^{f(x)}$  תמיד

דערה: ניתן גם לראות שבנקודת התקצוים של  $g(x)$  נשקף עקום

$$g(x) = e^{x^2 + 2x - 3}$$

$$g(x) = e^x \cdot e^{-(x^2 - 3)}$$

$$g(x) = e^x (x^2 - 3)$$

חותך וציר ה-y מוכנה ממנה של המסלול חלקי מסומנים של  $g'(x)$  ושל  $f'(x)$  יהיו צריכים  
ולכן  $x = -3$  תהיה נק' מקסימום.

$$g(-3) = e^{f(-3)} = e^{-1.2} \quad \text{מסלול } (-3, 0.301)$$



5 (2)

הסקרנו בסעיף קודם שהסיומן

של  $f'(x)g(x)$  ! מא' לכה, ומכיוון וטעי  
הסגן מוצגת באיטו התחום, תחום העליון של  
מא' -! מהו לכה:

עליון:  $x < -3$  או  $x > \sqrt{3}$

ולכך:  $-3 < x < \sqrt{3}$

3.

תחום ההכזרה של סגן  $y$  לכה

עיתום ההכזרה של  $f'(x)$  ושל  $g(x)$  (מכא)  
על החיתוך של סגן  $y$  עם ציר ה- $x$  בתחום ההכזרה

$$f'(x) \cdot g(x) = 0$$

$f'(x) = 0$   
 $x = -3$

$g(x) = 0$   
 $e^{f(x)} = 0$   
עיון סגן.

בתחום  $-4 < x < -3$   $y$  תהיה משהו שלבי  
אכיוון והיא מורכבת ממכנה של  $g(x)$  שמיני חיובית  
!  $f'(x)$  חיובית בתחום זה.

$$\int_{-4}^{-3} f'(x)g(x) dx = \int_{-4}^{-3} e^{f(x)} f'(x) dx = e^{f(x)} \Big|_{-4}^{-3}$$

$$e^{f(-3)} - e^{f(-4)} = e^{-1.2} - e^{-4+6(13)} = \boxed{0.06}$$

למידע על פסיכומטרי  
ביואל גבע ←

**הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.**  
**אל תתפשר עליה.**

