

## פתרון הבחינה

# במתמטיקה

קיץ תשפ"ב, ב, 2022, מועד ב, שאלון: 35581

מוגש ע"י צוות מורי המתמטיקה של "יואל גבע"

למידע על פסיכומטרי  
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.  
אל תתפשר עליה.



1. ארבעה רצים משתתפים במרוץ שליחים במסלול שאורכו 1,440 מטר. המסלול מחולק ל-4 מקטעים שווים ובתחילת כל מקטע עומד אחד מן הרצים.

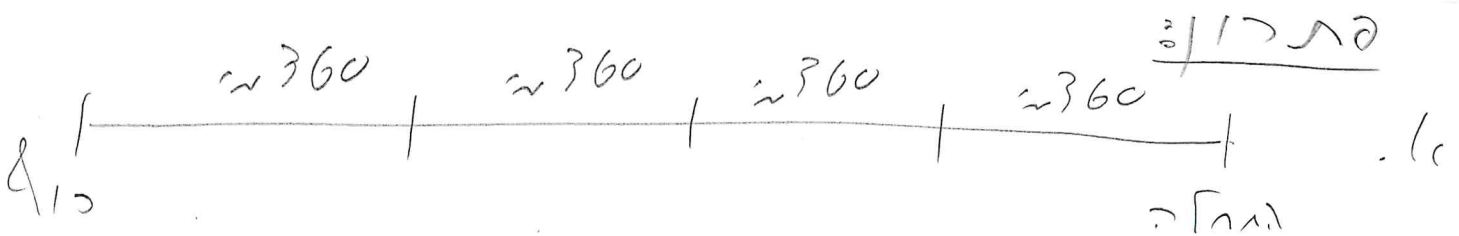
כאשר נשמעת יריית הזינוק הרץ הראשון יוצא לדרך. מייד כשהוא מגיע לסוף המקטע הראשון, הרץ השני יוצא לדרך, וכך הלאה עד שהרץ הרביעי מגיע לסוף המקטע שלו.

מהירות הרץ השני גדולה פי 1.5 ממהירות הרץ הראשון. מהירות הרץ השלישי קטנה פי 2 ממהירות הרץ השני, ומהירות הרץ הרביעי שווה למהירות הרץ השלישי. המהירות של כל אחד מן הרצים קבועה לאורך המקטע שלו. ארבעת הרצים השלימו יחד את המסלול כולו בשלוש דקות ו-54 שניות סך הכול.

א. מצאו את מהירות הריצה של כל אחד מן הרצים.

הרץ השלישי והרץ הרביעי התאמנו כדי להגדיל את מהירות הריצה שלהם. כעבור זמן שוב השתתפו ארבעת הרצים במרוץ שליחים, באותו המסלול. כל אחד מהם רץ באותו מקטע שבו רץ בפעם הקודמת. סך זמן הריצה של הרץ השלישי והרץ הרביעי היה גדול פי 1.4 מסך זמן הריצה של שני הרצים הראשונים. הרץ הראשון והרץ השני רצו באותה המהירות שבה רצו בפעם הקודמת. הרץ השלישי עבר כל 100 מטר ב-5 שניות פחות מן הרץ הרביעי.

- ב. (1) מצאו בכמה שניות זמן הריצה של הרץ השלישי קטן מזמן הריצה של הרץ הרביעי.  
(2) האם כל אחד משני הרצים האלה, השלישי והרביעי, הגדיל את מהירות הריצה שלו? נמקו את התשובה.

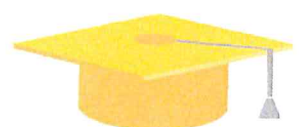


וכן אם מהירות הריצה היא  $x$ .

מהירות הריצה השני היא  $1.5x$ .

מהירות הריצה הרביעי היא  $0.75x$  והיא הריצה השני תהיה  $0.75x$  ארבע הריצים סיימו את המסלול יחד ב-  $3 \frac{54}{60}$  דקות.

$$\frac{360}{x} + \frac{360}{1.5x} + \frac{360}{0.75x} + \frac{360}{0.75x} = 3 \frac{54}{60}$$



1) ~ 39x

$$\frac{360}{x} + \frac{240}{x} + \frac{480}{x} + \frac{480}{x} = \frac{39}{10} \quad / \cdot x$$

$$1560 = \frac{39x}{10}$$

$$x = 400$$

~ היורה הול הוואלון 400 מטר בקרה  
 ~ היורה הול השני 600 מטר בקרה  
 ~ היורה הול השלישי והול הרביעי 300 מטר בקרה

ה. נסמן ז - אה צמן היורה החזק א  
 הול השלישי וז - אה צמן היורה החזק  
 א הול הרביעי.  
 ~ שווה השניים א צמן היורה:

$$1.4 \left( \frac{360}{400} + \frac{360}{600} \right) = \frac{360}{y} + \frac{360}{z}$$

$$\frac{21}{10} = \frac{360}{y} + \frac{360}{z} \quad / : 360$$

למידע על פסיכומטרי  
 ביואל גבע ←

**הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.**  
**אל תתפשר עליה.**



$$\frac{7}{1,200} = \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$$

יש לנו משוואה עם הפרט המשותף בין ההגדרות. זה אומר שהקבוצות הם 100 ו-60 נלקח:

$$\frac{100}{y} + \frac{5}{60} = \frac{100}{z} \quad /: 100$$

$$\frac{1}{y} + \frac{1}{1,200} = \frac{1}{z}$$

↓

$$\frac{1}{y} - \frac{1}{z} = -\frac{1}{1,200}$$

דיברנו על שני משוואות:

$$\begin{cases} \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{7}{1,200} \\ \frac{1}{y} - \frac{1}{z} = -\frac{1}{1,200} \end{cases} \quad / +$$

מקור משוואה:

$$\frac{2}{y} = \frac{6}{1,200} \rightarrow y = 400$$

↓



נציב במשוואה העליונה:

$$\frac{1}{400} + \frac{1}{z} = \frac{7}{1200} \rightarrow \frac{1}{z} = \frac{1}{300}$$

$$z = 300$$

(1) זמן ההילכה של הרכב האליסי הוא:

$$\frac{360}{400} = \frac{9}{10} = 54 \text{ שניות}$$

זמן ההילכה של הרכב הרבועי הוא:

$$\frac{360}{300} = 72 \text{ שניות}$$

כאורה זמן ההילכה של הרכב האליסי קטן

→ 18 שניות

(2) הרכב האליסי הטבול לא מהירטא.

הרכב הרבועי לא הטבול לא מהירטא.

הרכב הרבועי קבוע אהאל תכנון

אי מתניק ...



2. נתונה סדרה הנדסית אינסופית A שהאיבר הכללי שלה הוא  $a_n$  ומנתה היא q .

א. הוכיחו כי לכל n טבעי מתקיים  $a_1 \cdot a_{2n} = a_n \cdot a_{n+1}$  .

בעבור  $2k$  האיברים הראשונים בסדרה A מתקיים כי מכפלת שני האיברים האמצעיים בסדרה שווה  $12,288 \cdot a_1$  .

נתון:  $a_{2k-2} = 3,072$  .

ב. מצאו את q (שתי אפשרויות).

נתון:  $a_1 = 6$  .

ג. (1) קבעו אם הסדרה A היא סדרה עולה, סדרה יורדת או סדרה לא עולה ולא יורדת. נמקו את התשובה.

(2) מצאו את k .

ד. מן הסדרה A בונים את הסדרה האינסופית B באופן הזה:  $\frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2}, \frac{1}{a_3}, \frac{1}{a_4}, \dots$  .

הוכיחו שהסדרה B היא סדרה הנדסית.

בסדרה B מחליפים את הסימן של כל האיברים במקומות האיזוגיים

כך שמתקבלת הסדרה C שלפניהם:  $-\frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2}, -\frac{1}{a_3}, \frac{1}{a_4}, \dots$  .

ה. מצאו את סכום הסדרה C .

$$L = a_1 \cdot a_{2n} = a_1 \cdot a_1 \cdot q^{2n-1} = a_1^2 \cdot q^{2n-1}$$

$$R = a_n \cdot a_{n+1} = a_1 \cdot q^{n-1} \cdot a_1 \cdot q^n = a_1^2 \cdot q^{2n-1} \rightarrow L = R$$

בסדרה ברוח איברי, האיברי, האיברי האמצעיים הם

$a_n$  !  $a_{n+1}$  . ע"כ סדרה א, מכפלה שלה

מכפלה בין האיברי ה-I ו- $a_{2n}$  האיברי האחרון





כעת נתונה סדרה בה  $a_2$  איברים, ונאמר שמכנה

האיבריז האחרון היא 12,288, וע"כ סדרה א'

ע"כ זה שווה למכנה בין  $a_n$  ו  $a_{2n}$ . להסקנה

עזרה היא  $a_{2n} = 12,288$

נתון:  $a_{2n-2} = 3072$   
המנה בין האיברים הנ"ל היא  $q^2$ .

נחלק את המשוואה:  
$$\frac{a_{2n}}{a_{2n-2}} = \frac{12,288}{3072} = q^2$$

$q^2 = 4 \rightarrow q = \pm 2$

סדרה (א)  $a_{2n}$  הוא איבר שיקראו לנו  $a_{2n}$  וזכנו חיובי  
 $a_n$  הוא איבר שיקראו א"ס וזכנו חיובי.  
 המשוואה היא שמה שליו"ט א"ס אנשים  
 ואכן  $q=2$ . הסדרה עולה הסדרה עולה  
 6, 12, 24, ...



$$a_{2k} = a_1 \cdot q^{2k-1} = 12,288$$

(2) א

$$6 \cdot 2^{2k-1} = 12,288$$

$$2^{2k-1} = 2048$$

$$2^{2k-1} = 2^{11}$$

$$2k-1=11$$

$$2k=12$$

$$k=6$$

$$\frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{\frac{1}{a_{n+1}}}{\frac{1}{a_n}} = \frac{a_n}{a_{n+1}} = \frac{1}{q} = \frac{1}{2} = Q_b$$

ב

היחס בין האיברים הוא  $\frac{1}{2}$  (היחס בין האיברים הוא  $\frac{1}{2}$ )

ג היחס בין האיברים הוא  $\frac{1}{2}$

$$S = \frac{c_1}{1-Q_c} = \frac{-\frac{1}{6}}{1 - (-\frac{1}{2})} = \frac{-\frac{1}{6}}{\frac{3}{2}}$$

$$c_1 = \frac{-1}{a_1} = \frac{-1}{6} : \text{איבר } I$$

$$Q_c = -Q_b = -\frac{1}{2} : \text{היחס}$$

$$S = -\frac{1}{9}$$





3. בעיר גדולה בישראל נערך סקר ובו נבדקה רמת השליטה בשפה האנגלית בקרב תושבי העיר. בסקר השתתפו אנשים רבים – מבוגרים וצעירים.
- בסקר נמצא שמספר המבוגרים ששולטים באנגלית גדול פי 3 ממספר הצעירים ששולטים בה, ומספר המבוגרים שלא שולטים באנגלית גדול פי  $3\frac{1}{3}$  ממספר המבוגרים ששולטים בה. נסמן ב- $p$  את ההסתברות לבחור באקראי צעיר ששולט באנגלית מבין כלל המשתתפים בסקר.
- מצאו את ההסתברות לבחור באקראי מבוגר ששולט באנגלית מבין כלל המבוגרים שהשתתפו בסקר.
  - בוחרים באקראי שלושה מבוגרים מבין המבוגרים שהשתתפו בסקר. מצאו את ההסתברות שבדיוק שניים מהם שולטים באנגלית.
  - הביעו באמצעות  $p$  את ההסתברות לבחור באקראי צעיר שלא שולט באנגלית מבין כלל המשתתפים בסקר.
    - הראו כי תחום הערכים האפשרי בעבור  $p$  הוא  $0 < p < \frac{1}{14}$ .
- ידוע כי ההסתברות לבחור באקראי מבוגר מבין משתתפי הסקר שלא שולטים באנגלית שווה להסתברות לבחור באקראי צעיר מבין משתתפי הסקר שלא שולטים באנגלית.
- מצאו את הערך של  $p$ .
  - האם המאורעות "לשלוט באנגלית" ו"להיות מבוגר" תלויים זה בזה? נמקו את תשובתכם.

3  
 $A - \begin{matrix} \text{קצרים} \\ \text{אנגלית} \end{matrix} : \begin{matrix} \text{קצרים} \\ \text{לא} \end{matrix}$

$\bar{A} - \begin{matrix} \text{קצרים} \\ \text{לא} \end{matrix}$

$B - \begin{matrix} \text{קצרים} \\ \text{אנגלית} \end{matrix} \cup \begin{matrix} \text{קצרים} \\ \text{לא} \end{matrix}$

$\bar{B} - \begin{matrix} \text{קצרים} \\ \text{לא} \end{matrix} \cup \begin{matrix} \text{קצרים} \\ \text{אנגלית} \end{matrix}$

$P(\bar{A} \cap B) = p$  : (סט)

\*  $P(A \cap B) = 3P(\bar{A} \cap B)$  : (תנאי)

$P(A \cap \bar{B}) = 3\frac{1}{3}P(A \cap B)$

	$\bar{A}$ (קצרים לא)	$A$ (קצרים אנגלית)	
$B$ (קצרים אנגלית)	$p$	$3p$	$4p$
$\bar{B}$ (קצרים לא)	$1-4p$	$10p$	$1-4p$
$1$	$1-13p$	$13p$	$1$



דמטן א/א 3

3א.

$$P(A) = 10p + 3p = 13p$$

$$P(B/A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{3p}{13p} = \frac{3}{13}$$

3ב.

שניים  
שלוש  
ליתר אולם  
אבוגלים

$$P(\text{שניים שלוש ליתר אולם אבוגלים}) = \binom{3}{2} \frac{3^2}{13} \frac{10^4}{13} = \frac{270}{2197}$$

3ג(1)

$$P(\bar{A}) = 1 - 13p$$

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - 13p - p = 1 - 14p$$

3ג(2) מכיוון  $0 < p < 1$  חוקי ניקח את  
התסבחות הקיצונית קיאתר אגון  
התסתברותי, בטאם ונצטע:

$$0 < 13p < 1$$

$$0 < 1 - 14p < 1$$

$$0 < p < \frac{1}{13}$$

$$0 < 1 - 14p < 1 \text{ וגם } 0 < 1 - 14p$$

$$p < \frac{1}{14} \text{ וגם } p > 0$$

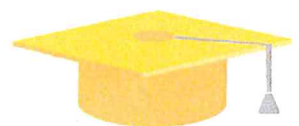
$$0 < p < \frac{1}{14}$$

$0 < p < \frac{1}{14}$  | מאדבר ואם בין שני תחומי אינן:

3.  $P(A \cap \bar{B}) = P(\bar{A} \cap \bar{B})$

$$10p = 1 - 14p$$

$$\begin{aligned} 24p &= 1 \\ p &= \frac{1}{24} \end{aligned}$$



המשקל של ה-3.

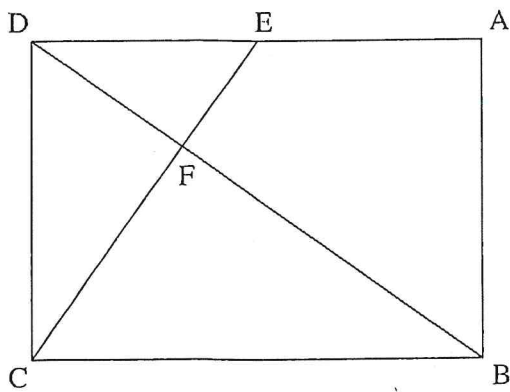
3.  $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ ; האם נכון?

$$3 \cdot \frac{1}{24} \neq \frac{13}{24} \cdot \frac{4}{24}$$

$$\frac{1}{8} \neq \frac{13}{144}$$

1. המאונץ'ים הם





4. במלבן ABCD, הנקודה E נמצאת על הצלע AD.

הקטע CE חותך את האלכסון BD בנקודה F.

המרובע EABF הוא בר חסימה במעגל.

א. הוכיחו:  $\triangle DAB \sim \triangle BFC$ .

נתון:  $DE = EA$ .

ב. חשבו את היחס  $\frac{EF}{FC}$ .

נסמן את שטח המשולש DEF ב-S.

ג. הביעו את שטחי המשולשים DFC ו-BFC באמצעות S.

ד. חשבו את יחס הדמיון בין המשולש DAB ובין המשולש BFC.

נסמן:  $DE = a$ .

ה. (1) הביעו את אורך האלכסון BD באמצעות a.

(2) הביעו את קוטר המעגל החוסם את המרובע EABF באמצעות a.

פתרון:

לענין

① ABCD מלבן

② EABF בר חסימה במעגל

③  $\angle A = \angle C = 90^\circ$

④  $\angle A + \angle EFB = 180^\circ$

⑤  $\angle EFB = \angle A = 90^\circ$

⑥  $\angle BFC = 90^\circ$

⑦  $AD \parallel BC$

נימוק

נתון

נתון

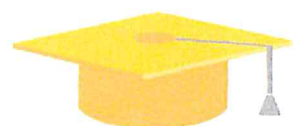
זווית במלבן ישרה. אזי 1

במרובע חסום במעגל סכום זוויות נגדיות  $180^\circ$ . אזי 2

חישבו. אזי 4

זווית קטונית של זווית  $180^\circ$ . אזי 5

צדדים נגדיים במלבן מקבילים. אזי 7



<p>נימוק                  זווית שחולפת בין ישרים                  מקבילים ט"ל 15                  אפי 7                  משפט קמיון 5.5 אפי 8, 5</p>	<p>ט"ל  <math>\angle BDA = \angle CBF</math> (8)  <math>\triangle DAB \sim \triangle BFC</math> (9)                  נ.ש.ל כ"י</p>
<p>נתון                  קצת נציג במלבן ט"ל                  15 אפי 1                  חישוב. אפי 10, 11                  משפט טאלס הרוחבה קו.                  אפי 7, 12</p>	<p><math>DE = AE</math> (10)  <math>BC = AD</math> (11)  <math>BC = 2 \cdot DE</math> (12)  <math>\frac{EF}{FC} = \frac{DE}{BC} = \frac{1}{2}</math> (13)                  נ.ש.ל כ"י</p>
<p>נתון                  אפי 4                  נוסחה שטח שולש                  נוסחה שטח שולש</p>	<p><math>S_{DEF} = S</math> (14)  <math>DF \perp EC</math> (15)  <math>S_{DEF} = \frac{EF \cdot DF}{2}</math> (16)  <math>S_{DFC} = \frac{FC \cdot DF}{2}</math> (17)</p>





נילוי

חישוק. לפי 17, 16, 13

1/5 ~ דוקודים ~ 15

שבת פשוט .S.S לפי 19, 8

יחס הסעיג בשלשיו  
קולגים שולח אריאוח יחס  
הקלגה המשאלגה.

לפי 13, 20

חישוק. לפי 14, 21

לג

$S_{DFC} = 2 \cdot S_{DEF}$  (18)

$\angle CFB = \angle DFE$  (19)

$S_{BFC} \sim S_{DFE}$  (20)

$\frac{S_{BFC}}{S_{DFE}} = \left(\frac{FC}{FE}\right)^2 = 4$  (21)

$S_{BFC} = 4S$  (22)

לפי כווק :

$S_{DFC} = 2S$

$S_{BFC} = 4S$

~ יחס ג

קלגה נלציוג בתקן שולח  
15 15 15. לפי 1

שבת חפפה ק.S.S.

לפי 23, 11, 3

חיבור סעיג + אשליסיג חופפי  
שבת יולגו שבת

$AB = CD$  (23)

$\triangle DAB \cong \triangle BCD$  (24)

$S_{BAC} = S_{BCD} = 6S$  (25)







נילוז

יחס השטחים בשולשיך  
 יכולים שווה לריבוע יחס  
 הצלע המשולשת.

חישוב. אפי 22, 25, 26

טעם

$$\left(\frac{BD}{BC}\right)^2 = \frac{S_{BAD}}{S_{BFC}} \quad (26)$$

$$\frac{BD}{BC} = \sqrt{\frac{3}{2}} \quad (27)$$

נ.ל.ה' 3

נ"ו

חיבוי קלען. אפי 0, 28

אפי 11, 29, 27

חישוב. אפי 30

$$DE = a \quad (28)$$

$$AD = 2a \quad (29)$$

$$\frac{BD}{2a} = \sqrt{\frac{3}{2}} \quad (30)$$

$$BD = \sqrt{6} \cdot a \quad (31)$$

נ.ל.ה' (1)

שטח פיראוס בשולש BAD  
 חישוב. אפי 32, 31, 29

שטח פיראוס בשולש ABE  
 חישוב. אפי 35, 34, 28, 10

מול שליש היחס בגעון  
 מורה קוטר. אפי 3.

$$AD^2 + AB^2 = BD^2 \quad (32)$$

$$AB = \sqrt{2}a \quad (33)$$

$$BE^2 = AE^2 + AB^2 \quad (34)$$

$$BE = \sqrt{3}a \quad (35)$$

BE קוטר  
 בעלן חוסם ל.  
 מהו געון EABF



נילוד  
אבי 35, 36

טלמי  
(37) דוטר בעגול  
העבודה אצט  
ישל ה' (2)

למידע על פסיכומטרי  
ביואל גבע ←

**הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.  
אל תתפשר עליה.**



5. נתון מעגל שמרכזו בנקודה O ורדיוסו R.

מנקודה A, שמחוץ למעגל, העבירו ישר שמשיק למעגל בנקודה D וישר אחר, שחותך את המעגל בנקודה B כמתואר בסרטוט.

נסמן:  $\angle AOB = \beta$ ,  $\angle AOD = \alpha$ .

א. הביעו באמצעות  $\alpha$ ,  $\beta$  ו-R, אם יש צורך, את:

(1) אורך הקטע AO.

(2) אורך הקטע AB.

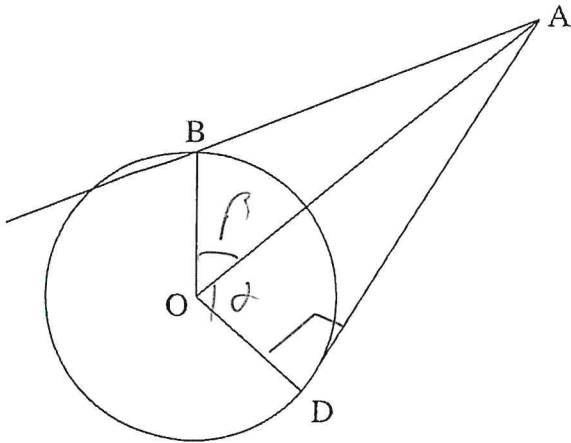
נתון:  $AB = \sqrt{2} R$ .

ב. הוכיחו כי  $\cos \beta = \frac{\sin^2 \alpha}{2 \cos \alpha}$ .

משולש ADO חסום במעגל אחר, שרדיוסו r.

נתון:  $\frac{R}{r} = \frac{2\sqrt{6}}{5}$ .

ג. מצאו את גודלי הזוויות  $\alpha$  ו- $\beta$ .



פתרון:

$OD = R$

1. משולש AOD

$\angle ADO = 90^\circ$

1/5 כי קושיק לכזיון?  
לא נדון כי ההשקף

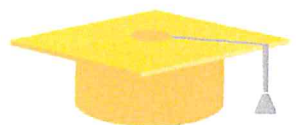
$\cos \alpha = \frac{OD}{AO} \Rightarrow AO = \frac{R}{\cos \alpha}$

2. משולש AOB

$OB = R$

$AB^2 = R^2 + \left(\frac{R}{\cos \alpha}\right)^2 - 2 \cdot R \cdot \frac{R}{\cos \alpha} \cdot \cos \beta$

$AB^2 = R^2 \left(1 + \frac{1}{\cos^2 \alpha} - \frac{2 \cos \beta}{\cos \alpha}\right)$



$$AB = R \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{\cos^2 \alpha} - \frac{2 \cos \beta}{\cos \alpha}}$$

$$AB = \sqrt{2} R \quad || \text{נתון}$$

$$\sqrt{2} R = R \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{\cos^2 \alpha} - \frac{2 \cos \beta}{\cos \alpha}}$$

$$2 = 1 + \frac{1}{\cos^2 \alpha} - \frac{2 \cos \beta}{\cos \alpha} \quad | \cdot \cos^2 \alpha$$

$$\cos^2 \alpha = 1 - 2 \cos \alpha \cos \beta$$

$$2 \cos \alpha \cos \beta = 1 - \cos^2 \alpha$$

$$2 \cos \alpha \cdot \cos \beta = \sin^2 \alpha$$

$$\cos \beta = \frac{\sin^2 \alpha}{2 \cos \alpha}$$

$$\frac{R}{V} = \frac{2\sqrt{6}}{5} \quad || \text{נתון}$$

זוטר התגלגל החוסם לא שולט אס  
הוא AC כי  $\angle APC = 90^\circ$ , אזכר:



$$2r = \frac{R}{\cos \alpha} \Rightarrow \frac{R}{r} = 2 \cos \alpha$$

$$2 \cos \alpha = \frac{2\sqrt{6}}{5} \quad \text{וקי: } \sin \alpha > 0$$

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{6}}{5}$$

$$\alpha = 60.67^\circ$$

כך נשמע חמוץ? אולי סתם ג' :

$$\cos \beta = \frac{\sin^2 60.67^\circ}{2 \cos 60.67^\circ}$$

$$\beta = 39.17^\circ$$



6. נתונה הפונקצייה  $f(x) = \frac{x^2 - 36}{\sqrt{x+a}}$ , הוא פרמטר חיובי.

א. הביעו באמצעות  $a$  את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $f(x)$ .

נתון כי לפונקצייה  $f(x)$  אין אסימפטוטות מאונכות לצירים.

ב. (1) מצאו את  $a$ .

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה  $f(x)$  עם הצירים.

(3) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה  $f(x)$ , וקבעו את סוגה.

(4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .

נתונות הפונקציות  $h(x) = |f(x)|$ ,  $g(x) = -f(x+2)$ .

ג. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $g(x)$  ואת תחום ההגדרה של הפונקצייה  $h(x)$ .

(2) האם שיעור ה- $y$  של נקודת המקסימום של הפונקצייה  $g(x)$  גדול משיעור ה- $y$  של נקודת המקסימום

של הפונקצייה  $h(x)$ , קטן ממנו או שווה לו? נמקו את התשובה.

נתון כי  $\int_{-2}^6 h(x) dx = \int_{-4}^k g(x) dx$ ,  $k > -4$ .

7. מצאו את  $k$ . הסבירו את התשובה.

6א.  
 $x+a > 0$   
 $|x > -a|$

ע"ש אפסן לא תהיה אסימפטוטה  
אלוית עקב ה- $x$  שטאלס חנה יא/אס  
מינה, המונה יתאלס עקור:  $x = \pm 6$   
ולכן:  $-6+a = 0$  או  $6+a = 0$   
 $|a = 6|$   
(ש) כג  $a = -6$





המסך גולג 6.

\* הפתרון ניתן לצמצום את  $f(x)$  עם ג'טוי  $f(x) = \sqrt{x+6}(x-6)$  (ג'ה  $x > -6$ )  
ולחזקו אילו.

2)  $f(0) = \frac{0^2 - 36}{\sqrt{0+6}} \quad \left| (0, -6\sqrt{6}) \right|$

$0 = \frac{x^2 - 36}{\sqrt{x+6}} \rightarrow x = \pm 6$

$x = -6$  סינו בגראם הניכרת ולכן:  $(-6, 0)$

3)  $f'(x) = \frac{2x\sqrt{x+6} - (x^2-36) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x+6}}}{(\sqrt{x+6})^2} \rightarrow f'(x) = \frac{2x\sqrt{x+6} - \frac{x^2-36}{2\sqrt{x+6}}}{x+6}$

$f'(x) = \frac{4x(x+6) - (x^2-36)}{2\sqrt{x+6}} \rightarrow f'(x) = \frac{3x^2 + 24x + 36}{2\sqrt{x+6}(x+6)}$

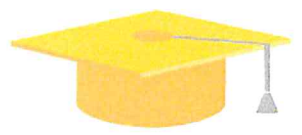
$3x^2 + 24x + 36 = 0$   
 $x_1 = -6 \quad x_2 = -2$   
(ג'ה ק'תמה) תיכרת

x	-6	$-2 < x < -6$	$x < -2$
$f'(x)$	/	-	+
$f(x)$	/	↘	↗

$f'(-4) = -$   
 $f'(0) = +$

למידע על פסיכומטרי  
ביואל גבע ←

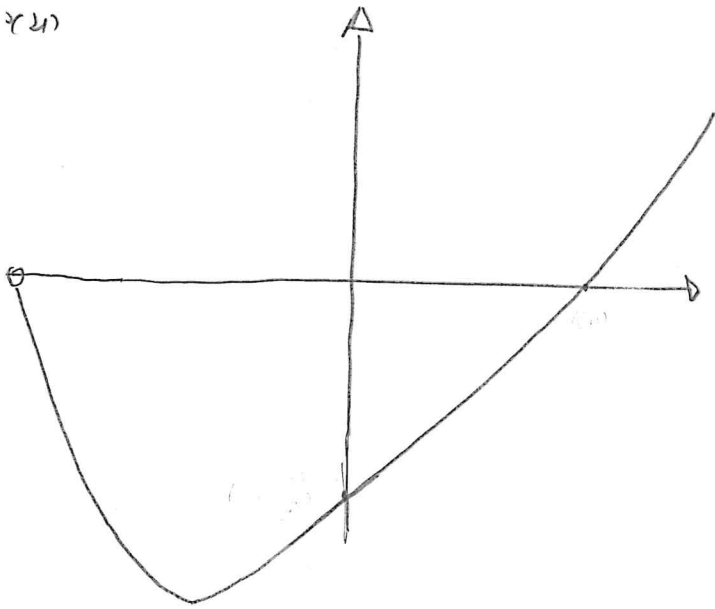
**הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.**  
**אל תתפשר עליה.**



דמיטק של ה 6.

$$f(-2) = \frac{(-2)^2 - 36}{\sqrt{-2+6}} = -16$$

min (-2, -16)



נמצא את ערך ה- y של "המיני" :

$$f(x) = \frac{(x+6)(x-6)}{\sqrt{x+6}}$$

הבינון או  $x-6$  (ככל שהפנינו את הביטוי  $x+6$  לפני שורשיו!)

$$f(x) = \frac{\sqrt{x+6} \sqrt{x+6} (x-6)}{\sqrt{x+6}}$$

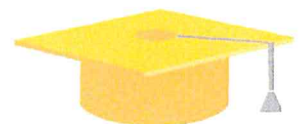
$$f(x) = \sqrt{x+6} (x-6) \quad (x > -6)$$

נתבונן בנקודת  $x = -6$  שזוהי הנקודה שבה ה- y של החומר הוא 0.

נאמר שהיא "הצבה" של  $f(x)$  של  $x$ .

אם ניקח סביב ציר ה- x, נחלקה את התחום ההקצרה של  $x > -8$  לתחום ההקצרה של  $x > -6$  ולכן  $f(x)$  וכן  $x > -6$ .

אם ההפקה אמיל שיעור ה- y של נקודת היקסיומם קראו: 16



המשק שאלה 6.

המשק

(א)  $f(x)$  היא שיקוף סביב ציר  $x$  של  $f(x)$  (2)

ה-  $y$  של  $f(x)$  של  $f(x)$ , המורה בה שיק  $y$ - $y$

של נקודת המקסימום של  $f(x)$  זהו: 16

1) יפסן שיטת ה-  $y$  של נקודת המקסימום של  $f(x)$  ו-  $f(x)$

צבית.

גם  $6 \leq x \leq -6$   $f(x)$  הוא הנחה (3)

שאלה ב' ומידות של  $f(x)$ , ומכיוון שהפונק

לה עמים אינסופית היא הנחה שאלה של 2 ו

אם הנקודת התחנה היא הנחה שאלה של 2 ו

אם הנקודת העליון צריך לחזור הנחה שאלה של 2

ומידות ולכן:  $a = -6$



7. נתונה הפונקצייה  $f(x) = \sin^2(x) - \cos^2(x) - 1$ , המוגדרת לכל  $x$ .

א. האם הפונקצייה  $f(x)$  זוגית? נמקו.

ב. הוכיחו כי לכל  $x$  מתקיים:  $-2 \leq f(x) \leq 0$ .

ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה  $f(x)$  עם הצירים בתחום  $-\pi \leq x \leq \pi$ .

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$  בתחום  $-\pi \leq x \leq \pi$ .

נתונה הפונקצייה  $g(x) = f(2x)$ , המוגדרת לכל  $x$ .

ה. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה  $g(x)$  בתחום  $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ , וקבעו את סוגן.

ו. נתון כי  $\int_0^{\frac{\pi}{8}} (g'(x) - f'(x)) dx = S$ .

הביעו באמצעות  $S$  את  $\int_{-\frac{\pi}{8}}^0 (g'(x) - f'(x)) dx$ . הסבירו את התשובה.

א כי  $f(x) = \sin^2(x) - \cos^2(x) - 1$

$$f(x) = \sin^2 x - \cos^2 x - 1$$

כי  $\cos^2(x) - \sin^2(x) = \cos(2x)$

$$f(x) = -\cos(2x) - 1$$

לכן  $f(x) = -\cos(2x) - 1$

כי  $\cos(-x) = \cos(x)$  נכאיה שיהיה  $f(-x) = -\cos(2(-x)) - 1 = -\cos(-2x) - 1 = -\cos(2x) - 1 = f(x)$

$$f(-x) = -\cos(2(-x)) - 1 = -\cos(-2x) - 1 = -\cos(2x) - 1 = f(x)$$



$$-1 \leq \cos(2x) \leq 1$$

כִּיבִּיזָה:

$$-1 \leq -\cos(2x) \leq 1$$

נִכְרַע ל:

$$-2 \leq -\cos(2x) - 1 \leq 0$$

בְּחִיבֵי 1 נִכְרַע (גִּלְגֵּלִים):

$$\boxed{-2 \leq f(x) \leq 0}$$

$$0 = -\cos(2x) - 1$$

חִיטּוֹק עִם X:

$$\cos(2x) = -1$$

$$2x = \pi + 2\pi k$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

$$x = \frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}$$

$$\boxed{\left(\frac{\pi}{2}, 0\right), \left(-\frac{\pi}{2}, 0\right)}$$

$$f(0) = -\cos(0) - 1 = -2$$

$$\boxed{(0, -2)}$$

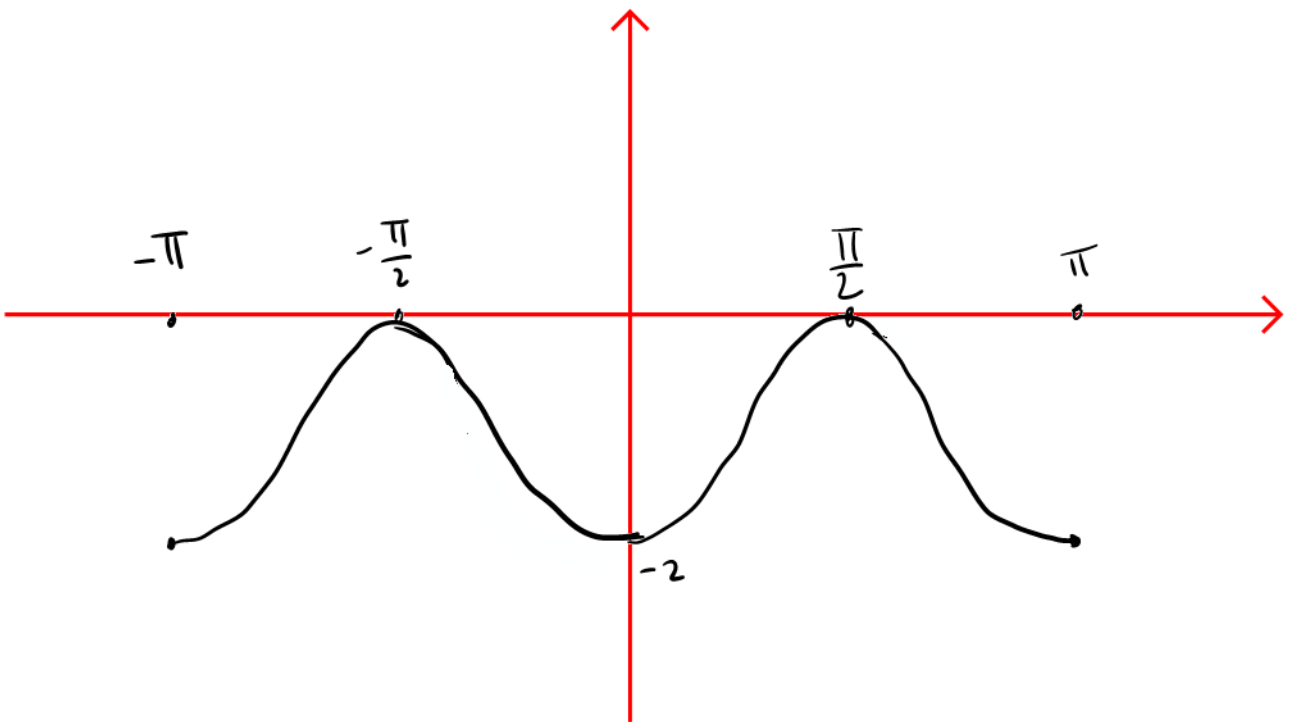
חִיטּוֹק עִם y:



3 (תשובה) ש.זווי ה-y בק' לוו.

הערה: המחזור של  $f(x)$  הוא  $\pi$  rad

$$f(\pi) = f(-\pi) = -\cos(2\pi) - 1 = -2 \quad (\pi, -2) \quad (-\pi, 2)$$



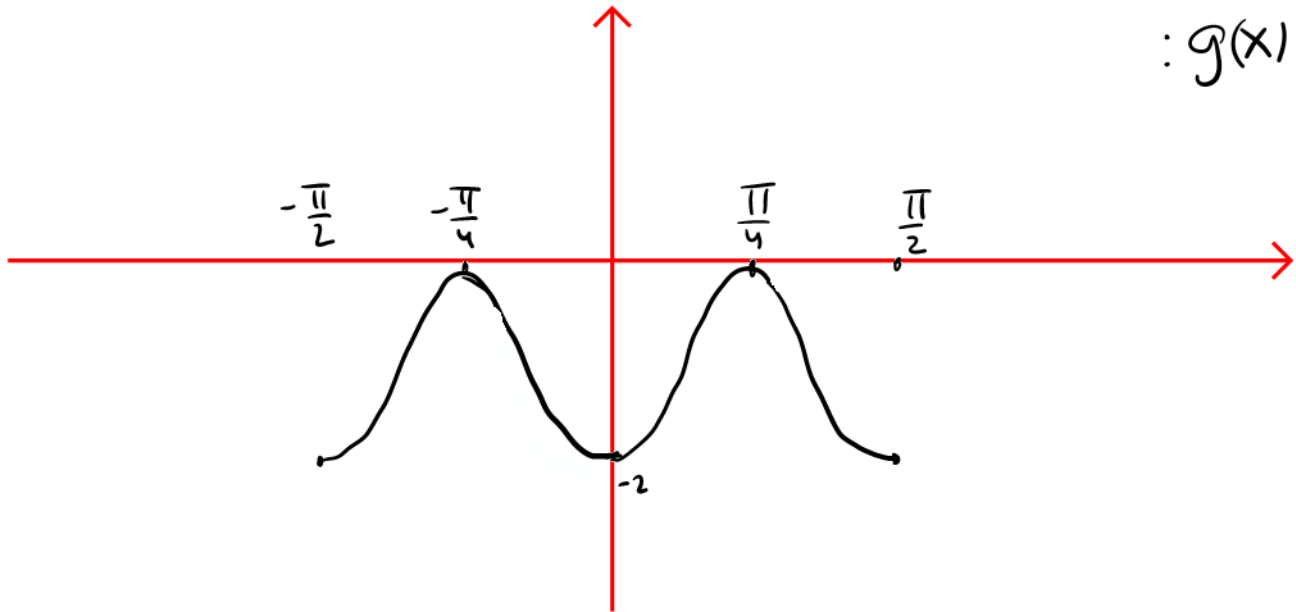
$$g(x) = f(2x)$$

הוא כיוול של  $f(x)$  כי 2 ביות  
לצ'י y. השעול השוכ' היא שב'רתק  
לצ'י ה-y של כ' הנ'וו' שנת'צאו. על  $f(x)$   
'תק'ר כ' 2, כ' ש'ל נ'קוד' מה'צורה  $(a, t)$   
שנת'צא כ' צ'ור של  $f(x)$ , מ'קומה כ'ז'ל  $f(x)$  יה'  $(a, \frac{1}{2}t)$ .





$$\left(-\frac{\pi}{2}, -2\right) \text{ נקודת מינימום}, \left(-\frac{\pi}{4}, 0\right) \text{ נקודת מקסימום}, (0, -2) \text{ נקודת מינימום}, \left(\frac{\pi}{4}, 0\right) \text{ נקודת מקסימום}, \left(\frac{\pi}{2}, -2\right)$$



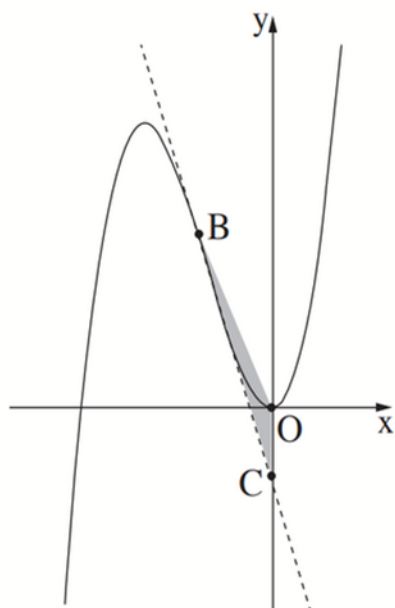
כיבוד של  $f(x)$  !  $f\left(\frac{\pi}{8}\right) = f\left(-\frac{\pi}{8}\right)$  !  
 נובע ש:  $g\left(\frac{\pi}{8}\right) = g\left(-\frac{\pi}{8}\right)$  !

$$S = \int_0^{\frac{\pi}{8}} (g'(x) - f'(x)) dx = [g(x) - f(x)]_0^{\frac{\pi}{8}} = (g\left(\frac{\pi}{8}\right) - f\left(\frac{\pi}{8}\right)) - (g(0) - f(0))$$

$$\int_{-\frac{\pi}{8}}^0 (g'(x) - f'(x)) dx = [g(x) - f(x)]_{-\frac{\pi}{8}}^0 = (g(0) - f(0)) - (g\left(-\frac{\pi}{8}\right) - f\left(-\frac{\pi}{8}\right))$$

$$= (g(0) - f(0)) - (g\left(\frac{\pi}{8}\right) - f\left(\frac{\pi}{8}\right)) = \boxed{-S}$$





8. נתונה הפונקצייה  $f(x) = x^3 + 6x^2$ , המוגדרת לכל  $x$ . הנקודה B נמצאת על גרף הפונקצייה  $f(x)$  ברביע השני (ראו סרטוט). מן הנקודה B מעבירים משיק לגרף הפונקצייה  $f(x)$ . המשיק חותך את ציר ה- $y$  בנקודה C. נסמן ב- $t$  את שיעור ה- $x$  של הנקודה B.
- הביעו באמצעות  $t$  את משוואת המשיק לגרף הפונקצייה  $f(x)$  בנקודה B.
  - ידוע כי הנקודה C נמצאת מתחת לציר ה- $x$ . מהו תחום הערכים של  $t$ ?
  - הנקודה O היא ראשית הצירים. מצאו את השטח המקסימלי של המשולש OBC.

$$f(t) = t^3 + 6t^2 \rightarrow B(t, t^3 + 6t^2)$$

א

$$f'(x) = 3x^2 + 12x$$

$$f'(t) = 3t^2 + 12t \rightarrow m = 3t^2 + 12t$$

$$y - (t^3 + 6t^2) = (3t^2 + 12t)(x - t)$$

$$y = (3t^2 + 12t)x - 3t^3 - 12t^2 + t^3 + 6t^2$$

$$y = (3t^2 + 12t)x - 2t^3 - 6t^2$$



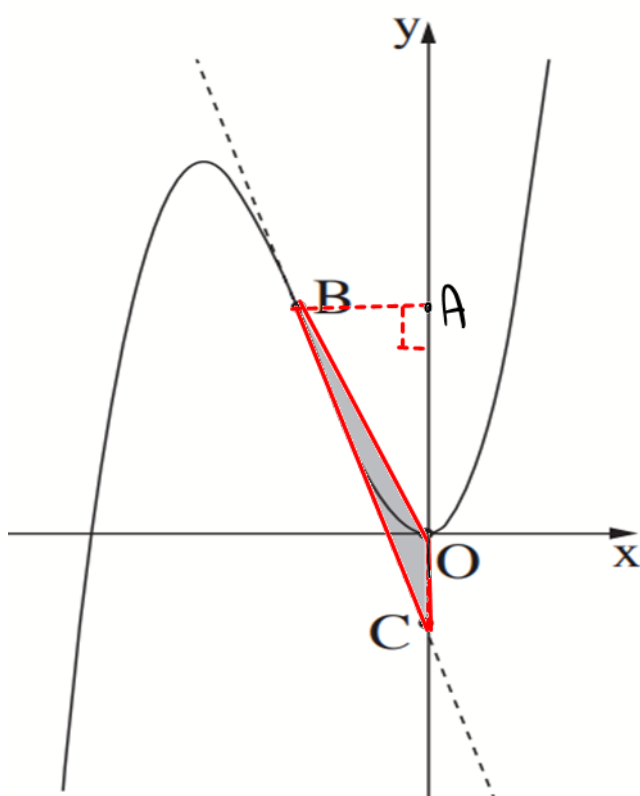
$C(0, -2t^3 - 6t^2)$  היא נקודה  $C$  כי

$y_c < 0$  וכן  $x_c > 0$

$-2t^3 - 6t^2 < 0 \quad | : -2t^2 < 0$

$t + 3 > 0$

כלומר  $\begin{cases} t > -3 \\ t < 0 \end{cases} \rightarrow -3 < t < 0$



יש להניח כיוון נורמלי לשטח.

אם  $S_{OAB}$

$$S(t) = \frac{d_{OC} \cdot d_{AB}}{2} = \frac{(y_0 - y_c) \cdot (x_A - x_B)}{2}$$

$$S(t) = \frac{(0 - (-2t^3 - 6t^2)) \cdot (0 - t)}{2}$$

$$S(t) = \frac{-2t^4 - 6t^3}{2} = -t^4 - 3t^3$$



$$S'(t) = -4t^3 - 9t^2 = 0$$

$$t^2(-4t-9) = 0$$

$$t = 0$$

(0,0)  
רא t

$$t = -\frac{9}{4}$$

$$S''(t) = -12t^2 - 18t$$

$$S''\left(-\frac{9}{4}\right) = (-) \rightarrow \max$$

$$S\left(-\frac{9}{4}\right) = \frac{2187}{256}$$

