

פתרון הבחינה

במתמטיקה

קיץ תשפ"ב, ב, 2022, מועד א, שאלון: 35481

מוגש ע"י צוות מורי המתמטיקה של "יואל גבע"

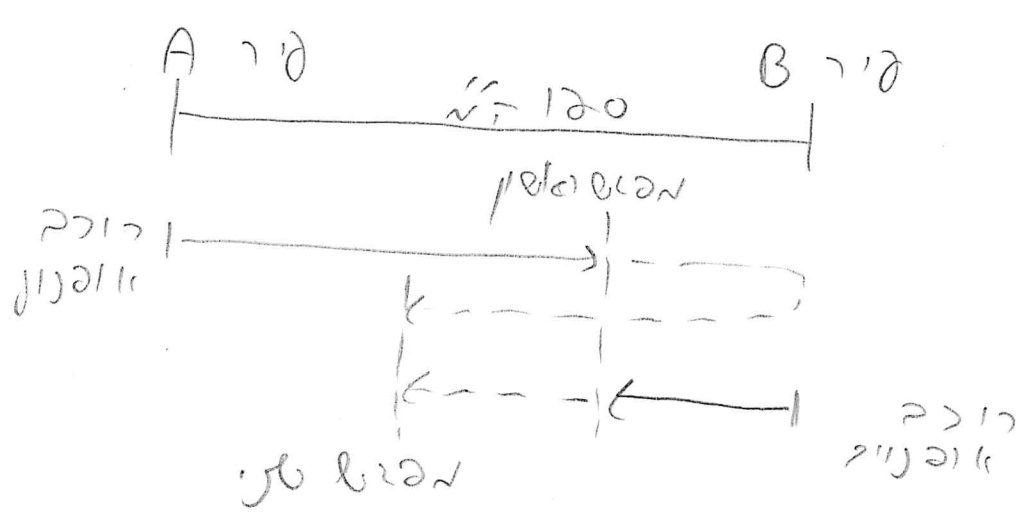
למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



1. המרחק בין עיר A לעיר B הוא 120 ק"מ.
 רוכב אופנוע יצא מעיר A לכיוון עיר B.
 באותו הזמן יצא רוכב אופניים מעיר B לכיוון עיר A.
 שני הרוכבים רכבו באותו המסלול.
 רוכב האופנוע רכב במהירות קבועה של 80 קמ"ש. רוכב האופניים רכב במהירות קבועה של 20 קמ"ש.
 א. כעבור כמה זמן מרגע יציאתם לדרך, נפגשו רוכב האופנוע ורוכב האופניים?
 ב. רוכב האופנוע הגיע לעיר B ומייד התחיל לרכוב חזרה לעיר A.
 בדרכו חזרה לעיר A, פגש רוכב האופנוע בשנית את רוכב האופניים.
 כל אחד מן הרוכבים המשיך לרכוב באותה המהירות שבה רכב קודם.
 ג. כמה זמן עבר מן הפגישה הראשונה בין שני הרוכבים ועד הפגישה השנייה ביניהם?
 ד. מהו המרחק שעבר רוכב האופניים מתחילת רכיבתו עד שנפגש עם רוכב האופנוע בפעם השנייה?

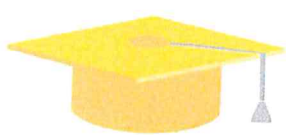
מהירות:
/ש"ש



א. הרוכבים יצאו באותו זמן. נסמן את המרחק
 שעבר האופנוע ב- t . סכום הצרכים
 של הרוכבים הוא 120 ק"מ וזכור:
 $80 \cdot t + 20 \cdot t = 120$

למידע על פסיכומטרי
 ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



נזקל ג.א = ג

היונבים נפטו יזחוי ג.א סגל לוגס סיגון

ג. נסמן אג הזמן לתחילת הכיזה ג.י.
גרע הכישה השליה בוכה האופנוע
גדר סגל יזחוי לרוב האופנוי

ולכן: $800 = 200 + 120$

$120 = 200$

$2 = 2$

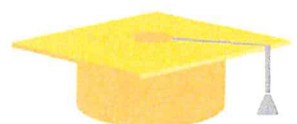
כאזה הכישה השליה התחיל סגל
לוג סיגון זכר,
מכיל של הכישה הכישה וגר הכישה

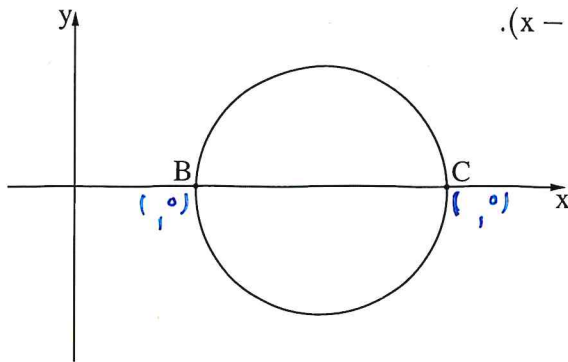
השנה נחסר זכר: $2 - 1.2 = 0.8$

תשובה: הזמן שלגר אין הכישה הזון
0.8 סגל (48 זכר)

ג. הכיכה קר סגל ג.א חירל סגל

ולכן גר 40





2. בסרטוט שלפניכם מתואר מעגל שמשוואתו היא $(x - 10)^2 + y^2 = 25$.

הנקודות B ו-C נמצאות על ציר ה-x, כמתואר בסרטוט.

א. מצאו את שיעורי הנקודות B ו-C.

הנקודה A נמצאת על המעגל ברביע הרביעי.

נתון: שטח המשולש ABC הוא 20.

ב. (1) מצאו את אורך הגובה לצלע BC במשולש ABC.

(2) מצאו את שיעורי הנקודה A (שתי אפשרויות).

נתון: שיפוע הישר המשיק למעגל בנקודה A הוא חיובי.

ג. מצאו את משוואת הישר המשיק למעגל בנקודה A.

ד. מצאו את שטח המרובע המוגבל על ידי הישרים המשיקים למעגל בנקודות A, B ו-C, ועל ידי ציר ה-x.

פתרון

$$(x-10)^2 + y^2 = 25$$

$$y=0 \rightarrow (x-10)^2 + 0^2 = 25$$

$$(x-10)^2 = 25$$

$$x-10 = \pm\sqrt{25}$$

$$x-10 = \pm 5$$

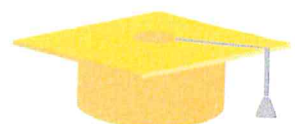
⇓

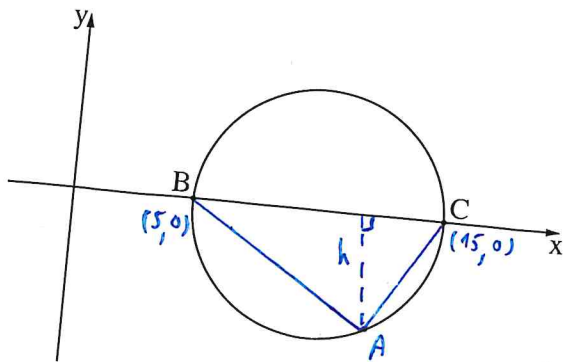
$$x-10 = 5 \quad \text{או} \quad x-10 = -5$$

$$x = 15 \quad \quad \quad x = 5$$

⇓

$$B(5, 0) ; C(15, 0)$$





(2)

נתון: A - קונוס היקף
קונוס היקף.

$$S_{ABC} = 20$$

(1) נתון: h - קונוס BC
קונוס ABC .

$$h = ?$$

$$BC = 15 - 5 = 10$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{BC \cdot h}{2}$$

↓

$$20 = \frac{10h}{2}$$

$$20 = 5h \quad | :5$$

$$4 = h$$

נמידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



$$p_A = -4 \iff h = 4 \quad (2)$$

נניח $p = -4$ > משני הצדדים נגזרים.

$$(x-10)^2 + (-4)^2 = 25$$

$$(x-10)^2 + 16 = 25$$

$$(x-10)^2 = 9$$

$$x-10 = \pm\sqrt{9}$$

$$x-10 = \pm 3$$

||

$$x-10 = 3 \quad \text{או}$$

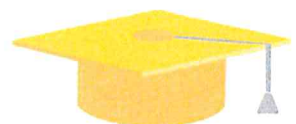
$$x-10 = -3$$

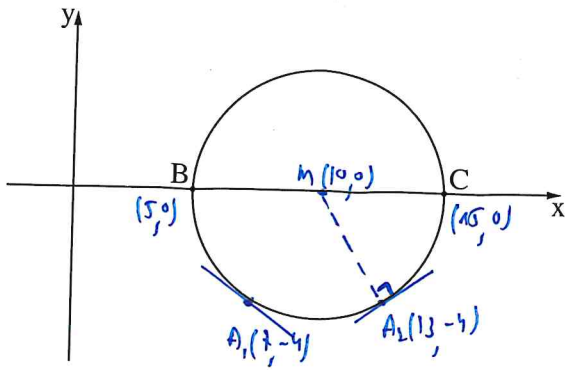
$$x = 13$$

$$x = 7$$

$$A(7, -4) \quad \text{או} \quad A(13, -4)$$

השקיה





ז) נתון: שינוע הישר הנשען למעקל
דוק'נות A היא היינקל.

קנינה מרכז המעקל: $M(10,0)$.

נסמן ונה שז היעניו של קנינה A
שנינקלני ק - א₁ וד - א₂.

היבטלנה שקב מיינקל נשען שטינקלן היינקל היא נגשו הנשען
ענקו דוק'נות $A(13,-4)$ (הקנינה הימנינה).

מנקו ונה הקנינה א₂ אמנוני המעקל.

מנקו ונה שינוע הנזניס MA_2 .

$$m = \frac{0 - (-4)}{10 - 13} = \frac{4}{-3}$$

נשען למעקל מהוונקל אענוס היענקו דוק'נות היבטקב.

$$\parallel$$

$$\frac{\text{שינוע}}{\text{הנשען}} = \frac{3}{4}$$

(אני נקני אהנני)



נעזר,

$$m = \frac{3}{4}$$

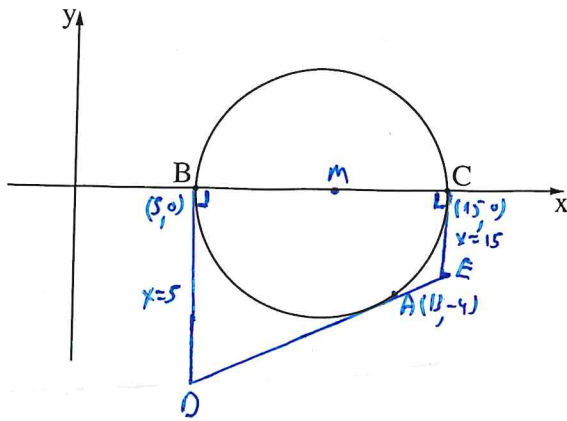
$$\underline{A(11, -4)}$$

$$y - (-4) = \frac{3}{4}(x - 11)$$

$$y + 4 = \frac{3}{4}x - 9\frac{3}{4}$$

$$y = \frac{3}{4}x - 13\frac{3}{4}$$





(ג)
יש דיו משני, אזרחי
קיימת B ו-C.
משני (מרכז) הווני, אוקוס
יש דיו קיימת הוסי, ו
ואין המשני, קיימת B ו-C
הווני, אזרחי.

נסמן:
D - קיימת הוסי, אז המשני, קיימת B אז המשני, קיימת A.
E - קיימת הוסי, אז המשני, קיימת C אז המשני, קיימת A.
משני D: $x=5$, משני E: $x=15$.
קיימת D ו-E.

D:

$$\begin{cases} \text{I } x=5 \\ \text{II } y = \frac{3}{4}x - 13\frac{3}{4} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{II } y &= \frac{3}{4} \cdot 5 - 13\frac{3}{4} \\ y &= -10 \\ &\Downarrow \\ D &(5, -10) \end{aligned}$$

E:

$$\begin{cases} \text{I } x=15 \\ \text{II } y = \frac{3}{4}x - 13\frac{3}{4} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{II } y &= \frac{3}{4} \cdot 15 - 13\frac{3}{4} \\ y &= -2.5 \\ &\Downarrow \\ E &(15, -2.5) \end{aligned}$$



$$BD = 0 - (-10) = 10$$

$$CE = 0 - (-2.5) = 2.5$$

$$BC = 15 - 5 = 10$$

פסגות BC ו- CE , $(BC \parallel CE)$, $\angle B \neq \angle C$, $\angle B \neq \angle C$

$$S_{BCED} = \frac{(BD + CE) \cdot BC}{2}$$

⇓

$$S_{BCED} = \frac{(10 + 2.5) \cdot 10}{2}$$

⇓

$$S_{BCED} = 62.5$$

למידע על פסיכומטרי
 ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.

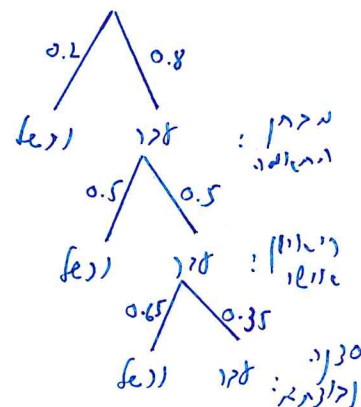


3. חברה מסוימת מיינה מועמדים לעבודה בחברה. כדי להתקבל לעבודה בחברה, המועמדים צריכים לעבור בהצלחה את שלושת שלבי המיון. מי שלא עבר בהצלחה את השלב הראשון, לא המשיך לשלב השני, ומי שלא עבר בהצלחה את השלב השני, לא המשיך לשלב השלישי. שלבי המיון היו:
- שלב ראשון: מבחן התאמה.
 - שלב שני: ריאיון אישי.
 - שלב שלישי: סדנה קבוצתית.
- כל המועמדים שעברו בהצלחה את כל שלושת השלבים התקבלו לעבודה בחברה. נתון:
- 80% מן המועמדים עברו בהצלחה את מבחן ההתאמה.
 - 50% מן המועמדים שעברו בהצלחה את מבחן ההתאמה, עברו בהצלחה את הריאיון האישי.
 - 35% מן המועמדים שעברו בהצלחה את הריאיון האישי, עברו בהצלחה את הסדנה הקבוצתית.
- א. בחרו באקראי מועמד. מהי ההסתברות שהוא התקבל לעבודה בחברה?
 - ב. נטע וגלי השתתפו במיונים האלה. מהי ההסתברות שלכל היותר אחת מהן **התקבלה** לעבודה בחברה?
 - ג. גם עדי השתתפה במיונים. מהי ההסתברות שהיא עברה בהצלחה את הריאיון האישי, אם ידוע שהיא **לא** התקבלה לעבודה בחברה?
 - ד. ידוע כי 215 מועמדים מבין כל המועמדים **לא** התקבלו לעבודה בחברה. כמה מועמדים התקבלו לעבודה בחברה?

פתרון

$$P(\text{התקבל}) = 0.8 \cdot 0.5 \cdot 0.35 = 0.14$$

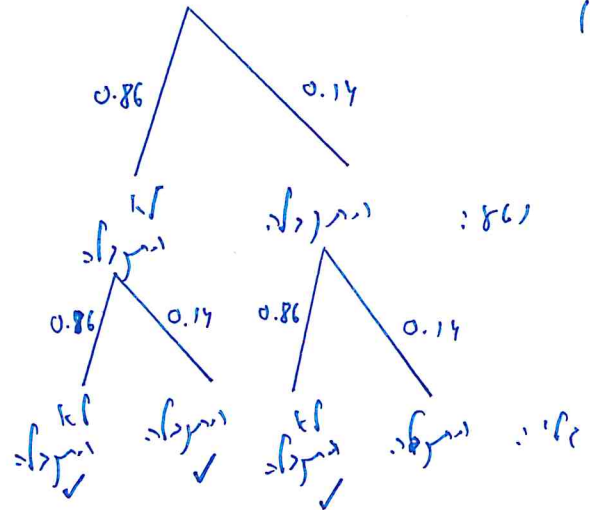
$p = 0.14$: תשובה



טו.



(2)



$$P = 1 - 0.14 \cdot 0.14 = 0.9804$$

$P = 0.9804$ משקלה:

ז'א ניגדנו דניוקומה הג'ט שטובט, דסזיל ד'ז.

$$P(\text{ז'א ניגדנו דניוקומה הג'ט שטובט} / \text{התקבל}) = \frac{P(\text{ז'א ניגדנו דניוקומה הג'ט שטובט} \cap \text{התקבל})}{P(\text{התקבל})} = \frac{0.8 \cdot 0.5 \cdot 0.65}{0.86} = \frac{13}{43}$$

$$\left(P(\text{לא התקבל}) = 1 - P(\text{התקבל}) = 1 - 0.14 = 0.86 \right)$$

$P = \frac{13}{43}$ משקלה:

נחידע ענ פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



$$p = \frac{הצלחה}{שאלה} \quad (3)$$

215 לא התקבלו

$$P(\text{לא התקבל}) = 0.86$$

נניח ש-215 התקבלו, קונסידר אצלו.

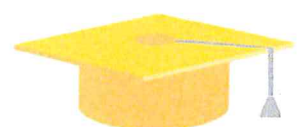
$$\frac{x}{0.86} = \frac{215}{x} \cdot x$$

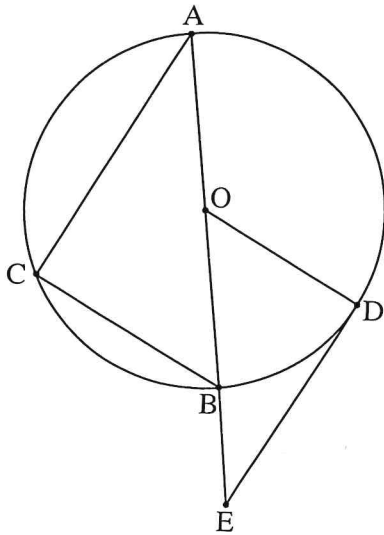
$$0.86x = 215 \quad | : 0.86$$

$$x = 250$$

התקבלו 250 סגור, 215 מועמדים, 215 לא התקבלו.
הניח שהתקבלו 250-215, פתור 35 מועמדים.

השיקוף: **35 מועמדים**





4. AB הוא קוטר במעגל שמרכזו O (ראו סרטוט).
 C ו-D הן נקודות על המעגל כך שמתקיים: $\angle AOC = 2 \cdot \angle BOD$.
 א. הוכיחו: $\angle CBA = \angle BOD$.
 הנקודה E נמצאת על המשך הקוטר AB, כמתואר בסרטוט.
 נתון כי ED משיק למעגל בנקודה D.
 ב. הוכיחו: $CA \parallel ED$.
 ג. הוכיחו: $AB \cdot OD = OE \cdot BC$.
 נתון כי שטח המשולש CBA גדול פי 1.44 משטח המשולש DOE.
 נסמן ב-R את רדיוס המעגל.
 ד. הביעו באמצעות R את אורך הקטע BE.

פתרון

ניתון

נתון

נתון

שלוש זוויות שוות
 זווית הדיאמה הנשענת על
 זווית הדיאמה. לפי 1
 כחץ ההעברה לפי 2, 3

סימון (הוא שוטט גסוף
 הפירוט)

טענות

1) AB קוטר, O מרכז המעגל

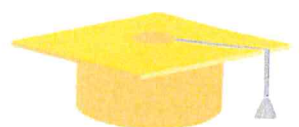
2) $\angle AOC = 2 \angle BOD$

3) $\angle AOC = 2 \angle CBA$

4) $\angle CBA = \angle BOD$

נניח כי

5) $\angle BOD = \alpha$



נימוק

ב"י ג' א' ב' ג' ד'

אפי (2), (5)

אפי (1)

השאלה - 180° בשאלה

AOC אפי (7), (8)

נתון

משיק מאונק לרדיוס אז נדווד - ההשקה.

השאלה 180° בשאלה סט

כאן התקשר אפי (9), (12)

אם בין שני ישרים, יישר

שלישי שמתן אותם ישר

אז זווית - מתחבר שאל-

אז הישרים מתחברים.

אפי (13)

זווית היקפית הנשלטת - ע

זוטר. אפי (1)

תשובה

(6) $\angle AOC = 110^\circ$

(7) $\angle AOC = 2\alpha$

(8) $\angle AOC = \angle COA = 110^\circ$

(9) $\angle AOC = \angle OAC = 90^\circ - \alpha$

(10) $\angle DEO$ משיק למקור

(11) $\angle ODE = 90^\circ$

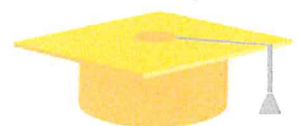
(12) $\angle DEO = 90^\circ - \alpha$

(13) $\angle CAO = \angle DEO$

(14) $\angle CAED$

מיושר >

(15) $\angle ACB = 90^\circ$



נילתי
 אפי (11), (15) כולל התקרה.
 מספר קמיון S.S. אפי (13), (16)
 יחס הצלג המשולח
 במשולשים הצולחים.
 חישוב.

נתון
 יחס היסודות של משולשים
 צולחים שזה חיבור יחס
 הצלג המשולח אפי (13), (16)
 כולל התקרה
 חישוב
 הוסר שאלה אפגליים הרצויים

טעם

$\triangle AOB \sim \triangle BOC$ (16)

$\triangle ABC \sim \triangle EOD$ (17)

$\frac{AB}{EO} = \frac{BC}{OD} = \frac{AC}{OE}$ (18)

$AB \cdot OD = OE \cdot BC$ (19)

חישוב

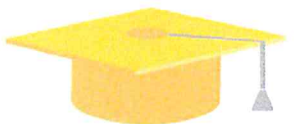
$\frac{S_{CBA}}{S_{DOE}} = 1.44$ (20)

$\frac{S_{CBA}}{S_{DOE}} = \left(\frac{AB}{EO}\right)^2$ (21)

$\left(\frac{AB}{EO}\right)^2 = 1.44$ (22)

$\frac{AB}{EO} = 1.2$ (23)

$AB = 2R$ (24)



נימוק

חיבור זטעק

טעם

$$OE = R + BE$$

(25)

ה'לכה. אפי (23), (24), (25)

$$\frac{2R}{R + BE} = 1.2$$

(26)

חיסוק

$$2R = 1.2R + 1.2BE$$

(27)

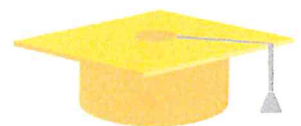
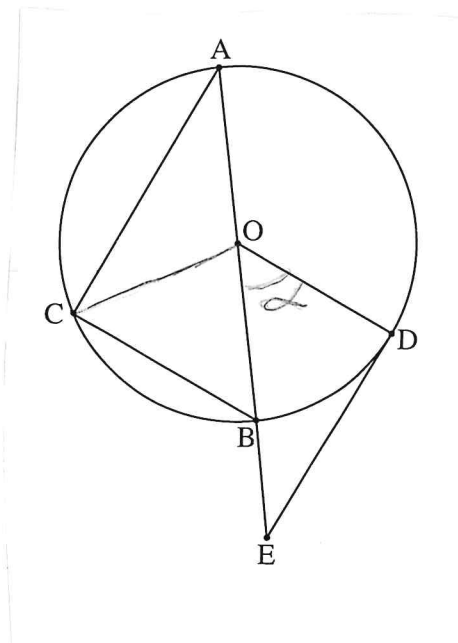
חיסוק

$$\boxed{BE = \frac{2}{3}R}$$

(28)

✓ חיסוק

שכונת כולל הגוספא:



5. בסרטוט שלפניכם מתואר משולש ABC שאורכי הצלעות שלו הם:

$AC = 6, AB = 7, BC = 8$

AD הוא התיכון לצלע BC במשולש ABC.

א. מצאו את גודל הזווית $\angle ABC$.

(2) מצאו את אורך התיכון AD.

(3) מצאו את גודל הזווית $\angle BAD$.

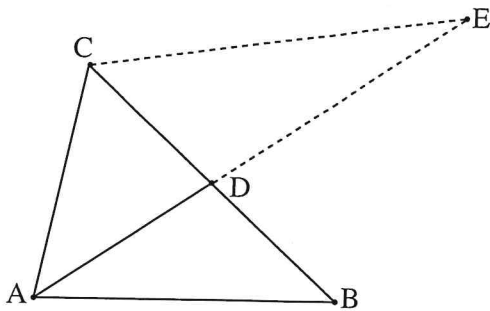
הנקודה E נמצאת על המשך AD, כמתואר בסרטוט.

נתון: שטח המשולש CDE הוא 14.

ב. מצאו את אורך DE.

מן הנקודה C הורידו אנך לתיכון AD, החותך אותו בנקודה F.

ג. מצאו את היחס בין שטח המשולש CDF ובין שטח המשולש CDE.



3. א. (1) הישר AD הוא תיכון של $\triangle ABC$ ועל כן הנוף D

היא אנכית לצלע BC. נסיק מכאן ש: $CD = DB = \frac{BC}{2} = \frac{8}{2} = 4$

במשולש ABC נתון כי $AC = 6, AB = 7, BC = 8$.

נסמן $\angle ABC = \beta$ ונמצא אורכה באמצעות משפט הקוסינוסים

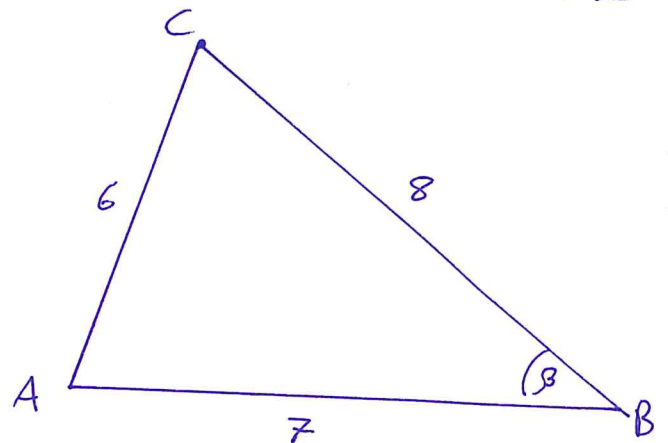
$AC^2 = BC^2 + AB^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos(\beta)$ במשולש ABC:

$6^2 = 8^2 + 7^2 - 2 \cdot 7 \cdot 8 \cdot \cos(\beta)$

$36 = 113 - 112 \cdot \cos(\beta)$

$-77 = -112 \cos(\beta)$

$\cos(\beta) = \frac{11}{16}$



למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



$$\cos(\beta) = \frac{11}{16}$$

$$\beta = 46.57^\circ$$

$$\angle ABC = 46.57^\circ$$

כדומר

5. א. (1) המשק:

(2) נמצא את אורך הצלע AD באמצעות משפט הקוסינוסים

במשולש ADB נזיב את הנגזרים $AB=7$,

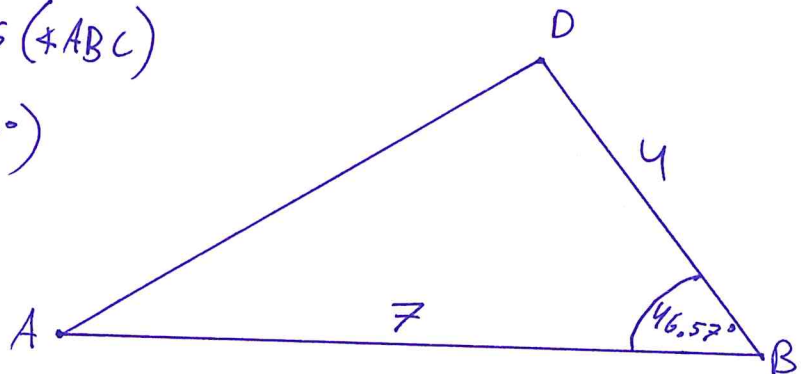
ואת התוצאות מהסעיף הקודם: $\angle ABC = 46.57^\circ, BD=4$

$$AD^2 = BD^2 + AB^2 - 2 \cdot AB \cdot BD \cdot \cos(\angle ABC)$$

$$AD^2 = 4^2 + 7^2 - 2 \cdot 7 \cdot 4 \cdot \cos(46.57^\circ)$$

$$AD^2 = \frac{53}{2} \quad \sqrt{\quad}$$

$$AD = \frac{\sqrt{106}}{2} = 5.148$$



נבחר כפתרון החיובי כיוון
ש AD מהלאת אורך צלע.



5. א. (3) נמצא את אורך הצלע הזווית במצולע המשולש

הסינוסים במשולש ABD:

$$\frac{BD}{\sin(\angle BAD)} = \frac{AD}{\sin(\angle ABC)}$$

נציב את הנתונים והגודל של אורך הצלע הזווית מהסינוסים לעיל:

$$AD = 5.148, \quad BD = 4, \quad \angle ABC = 46.57^\circ$$

$$\frac{4}{\sin(\angle BAD)} = \frac{5.148}{\sin(46.57^\circ)}$$

נבודד את $\angle BAD$:

$$\sin(\angle BAD) = \frac{4 \cdot \sin(46.57^\circ)}{5.148}$$

$$\sin(\angle BAD) = 0.5643$$

$$\angle BAD = 34.35^\circ$$

נמצא את זווית $\angle APB$ במצולע APB סופר זווית במשולש ADB:

$$\angle ADB = 180^\circ - (\angle BAD + \angle ABC) = 180^\circ - (34.35^\circ + 46.57^\circ) = 99.08^\circ$$

הנק' E נמצאת על המשק AD (נתן) ועלן הזווית $\angle ADB$ -! $\angle CDE$ ק'ן זווית

קובקוב' השווה זו לזו:

$$\angle CDE = \angle ADB = 99.08^\circ$$



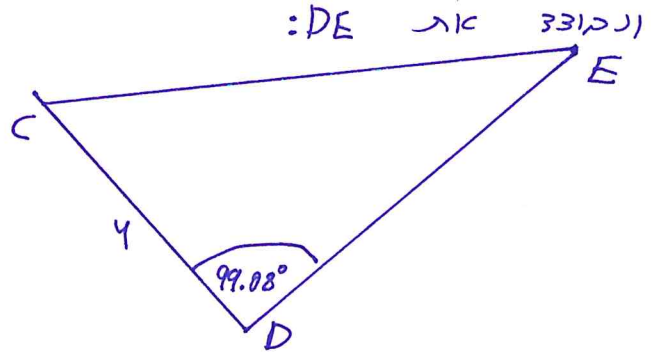
5. ב. נבטא את שטח המשולש CDE:

$$S_{CDE} = \frac{CD \cdot DE \cdot \sin(\angle CDE)}{2}$$

נציב במטל זה $CD=4$, $\angle CDE=99.08^\circ$, $S_{CDE}=14$

$$14 = \frac{4 \cdot DE \cdot \sin(99.08^\circ)}{2}$$

DE = 7.089



ד. נבטא את שטח המשולש CDF:

$$S_{CDF} = \frac{1}{2} \cdot CF \cdot FD$$

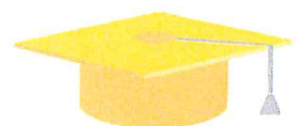
כאשר עפי הנתון שהאנך AD הוא CF נקבע ש CF הוא אגה
עבס'ים FD במשולש CDF. עפי נתון זה נוכס עקבול
ש במשולש CDE האנך CF מהווה אגה עבס'ים DE.

נבטא את שטח המשולש CDE:

$$S_{CDE} = \frac{1}{2} \cdot CF \cdot DE$$

ועכן נוכס עבטא את יחס השטחים:

$$\frac{S_{CDF}}{S_{CDE}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot CF \cdot FD}{\frac{1}{2} \cdot CF \cdot DE} = \frac{FD}{DE}$$



5. ה. המשק: מצאנו כי:

$$\frac{S_{CDF}}{S_{CDE}} = \frac{FD}{DE}$$

נחשב את אורך FD באמצעות משפט ישר שווה CFD .
(כאן איור מטה)
שווה $\angle CDF$ צמודה $\angle ADB$ שווה (אותה מצאנו בסעיף א')
ועכשיו הן משלימות $\delta - 180^\circ$:
 $\angle CDF = 180^\circ - \angle ADB = 180^\circ - 99.08^\circ = 80.92^\circ$

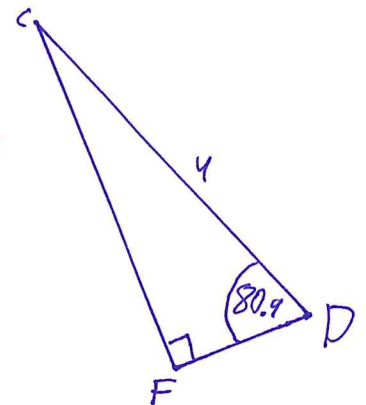
במשפט ישר שווה CFD השווה $\angle CDF$ נמצאת בין היתר CD
(בסעיף א' מצאנו $CD=4$) ענינו FD :
 $\cos(\angle CDF) = \frac{FD}{CD}$

נבדוק את FD ונציב את הנתונים:

$$FD = CD \cdot \cos(\angle CDF) = 4 \cdot \cos(80.92^\circ) = 0.63125$$

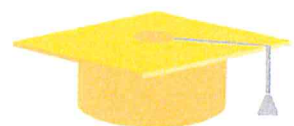
נציב זאת בטיעון עיחס השטחים שמצאנו עדים:

$$\frac{S_{CDF}}{S_{CDE}} = \frac{FD}{DE} = \frac{0.63125}{7.089} = \frac{0.089}{1} = \underline{\underline{0.089}}$$



6. נתונה הפונקצייה: $f(x) = \frac{4x^2 - 1}{x^2 - 1}$.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
- (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.
- (3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.
- ב. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
- ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
- נתונה הפונקצייה $g(x) = -f(x) + k$, k הוא פרמטר.
- נתון: משוואת האסימפטוטה האופקית של הפונקצייה $g(x)$ היא $y = 3$.
- ד. (1) מצאו את k .
- (2) מה הם שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, ומהו סוגה?



$$f(x) = \frac{4x^2 - 1}{x^2 - 1}$$

.6

א. (1) נבדוק איש מספרים מאפסים את המנה:

$$x^2 - 1 = 0$$

$$x^2 = 1$$

$$x = \pm 1$$

כעומד תחום ההגדרה הוא: $x \neq 1$, $x \neq -1$

(2) אסימפטה אנכית נקבע בערכי x המאפסים את המנה:

$$x = 1, x = -1$$

אסימפטה אנכית תתקבל בישר אופייני הפוקציה שאפת כאשר x שואף ל- $\pm \infty$. כעומד בישר השווה עיחס בין מקדמי החלקיות

המבוקש. כעומד נקבע אסימפטה בישר: $y = \frac{4}{1} = 4$

$$f(0) = \frac{0-1}{0-1} = 1 \rightarrow (0, 1)$$

(3) נק' החיתוך עם ציר y:

$$0 = \frac{4x^2 - 1}{x^2 - 1} \quad / \cdot (x^2 - 1)$$

נק' חיתוך עם ציר x:

$$0 = 4x^2 - 1$$

$$\frac{1}{4} = x^2 \quad / \sqrt{\quad}$$

$$x = \pm 0.5 \rightarrow \left(\frac{1}{2}, 0\right), \left(-\frac{1}{2}, 0\right)$$



6. ב. עמציאב נק' הקיצון נמצור אור הפונקציה

ונשוה עאפס:

$$f'(x) = \frac{8x(x^2-1) - 2x(4x^2-1)}{(x^2-1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{8x^3 - 8x - 8x^3 + 2x}{(x^2-1)^2} = \frac{-6x}{(x^2-1)^2}$$

$$f'(x) = 0$$

$$\frac{-6x}{(x^2-1)^2} = 0 \quad / \cdot (x^2-1)^2 \neq 0$$

$$-6x = 0$$

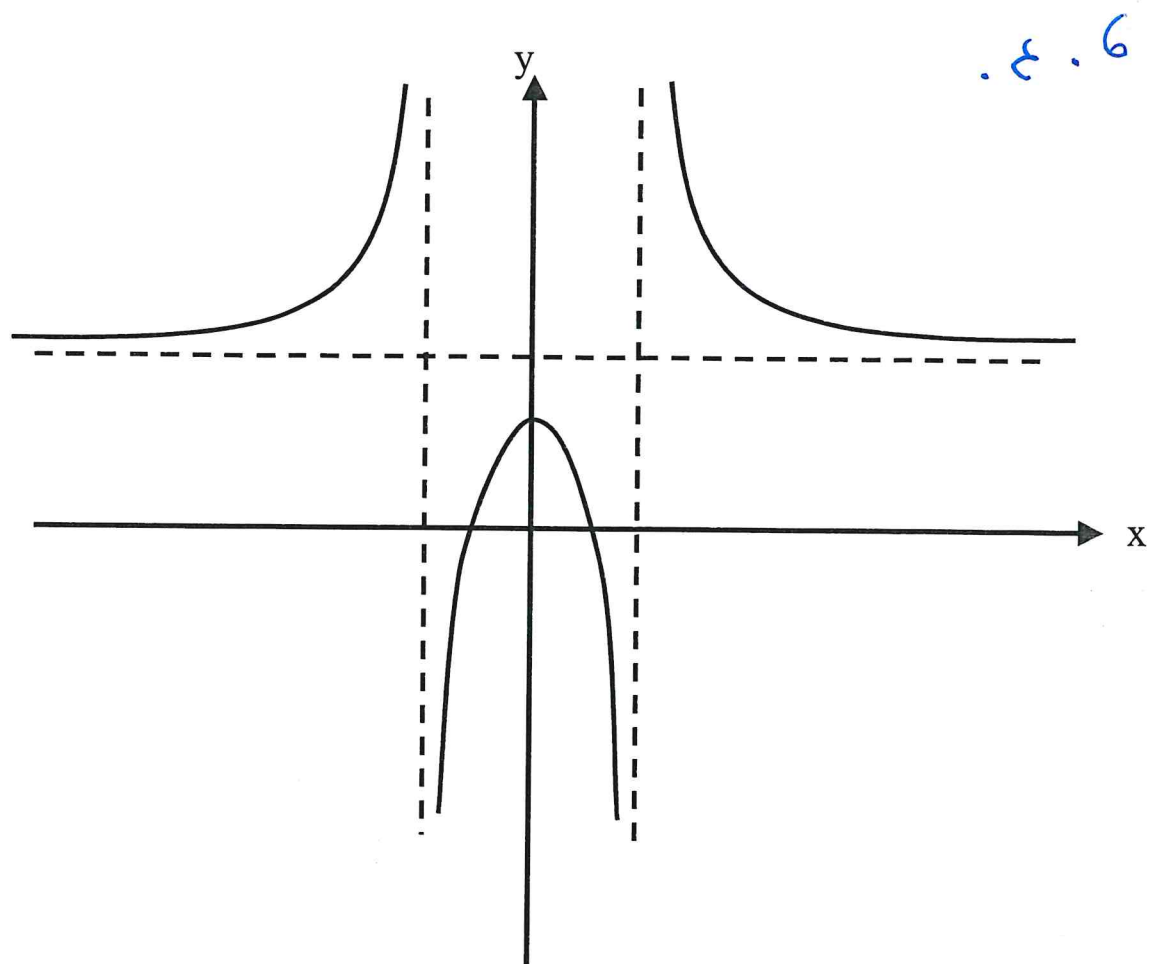
$$x = 0 \quad f(0) = 1 \quad (0, 1)$$

נקבז אור סוד הקיצון בזרת טמלה:

x	-2	-1	-1/2	0	1/2	1	2
f'	+	/	+	0	-	/	-
f	↗	/	↗	max	↘	/	↘

כפואר בנק' **(0, 1)** נקמם מקסימום





למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



6.3. (1) הפונקציה $g(x)$ מהווה שיקוף (כפל ב-1) & $f(x)$

והצבה אנכית:

$$g(x) = -f(x) + k$$

$$g(x) = -\frac{4x^2-1}{x^2-1} + k$$

כאשר x שואף ל- $\pm\infty$ $f(x)$ שואפת ל- $y=4$

ואילו $g(x)$ שואפת ל- $y=3$. נציב זאת ב- $g(x)$:

$$3 = -4 + k$$

$$\boxed{k=7}$$

ונקודת איתו:

$$g(x) = -f(x) + 7$$

כדומה:

(2) שיקוף והצבה אנכית אינם משנים את שיצור ה- x עכ"ל הנצרת מתאפסת ועם נקודת איתו נקודת הקיצון באותו שיצור $x: x=0$.

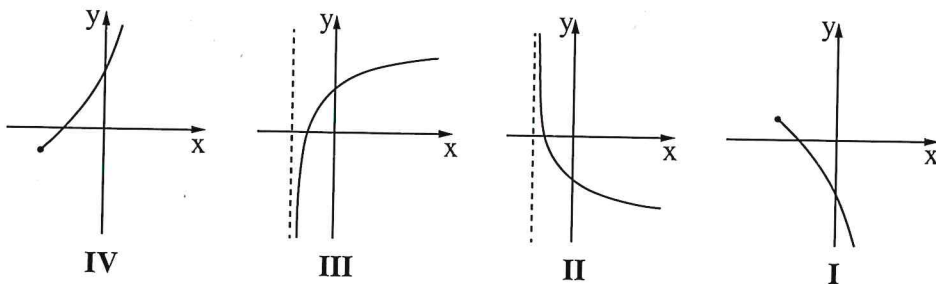
נציב זאת בפונקציה $g(x)$ ונקבל שיצור ה- y :

$$g(0) = -f(0) + 7 = -1 + 7 = 6$$

כדומה, נק' הקיצון של $g(x)$ תהיה ב- $(0,6)$. עקב השיקוף (הכפל במקדם השלילי) נקבל שלו נקודת מינימום.



7. נתונה הפונקצייה $f(x) = x - 2\sqrt{x+a}$, a הוא פרמטר.
 גרף הפונקצייה $f(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודה $(6, 0)$.
- הראו כי $a = 3$.
 - מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 - מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
 - סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
 - אחד מן הגרפים I-IV שבסוף השאלה מתאר את גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$. קבעו איזה מהם, ונמקו את הקביעה.
 - מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, הישר $x = 1$, וציר ה- x .



$$f(x) = x - 2\sqrt{x+a}$$

$$f(6) = 0$$

$$6 - 2\sqrt{6+a} = 0$$

$$6 = 2\sqrt{6+a}$$

$$3 = \sqrt{6+a} \quad / ()^2$$

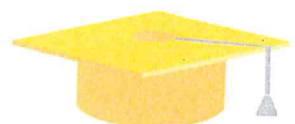
$$9 = 6 + a$$

$$a = 3$$

7. א.

נתון: $f(6) = 0$

באשר לשי האלפיים מילויים
 נוכח להיחזק את שי האלפיים בריבוע
 ונקבע פסוק אמת, כדומה
 הפתרון תקין!



$$f(x) = x - 2\sqrt{x+3}$$

7. ב.

תחום ההגדרה מקיים $x+3 \geq 0$ ועכ"ן $x \geq -3$

$$f(-3) = -3 - 2 \cdot 0 = -3$$

ד. נק' קיצון קצה תחום ההגדרה:

$$(-3, -3)$$

$$f'(x) = 1 - 2 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x+3}}$$

נמצא את הפונקציה:

$$f'(x) = 1 - \frac{1}{\sqrt{x+3}}$$

$$f'(x) = 0$$

נשווה אפסים:

$$1 - \frac{1}{\sqrt{x+3}} = 0$$

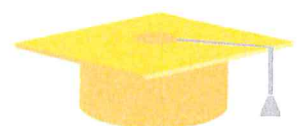
$$1 = \frac{1}{\sqrt{x+3}}$$

$$\sqrt{x+3} = 1 \quad / \quad ()^2$$

הוצע אה בריבוע כאשר שני האפסים מ'אכיים נוגעת פתרון יתקין:

$$x+3=1$$

$$\boxed{x=-2}$$



7. ג. המסק: נציב $x = -2$ במוקציה:

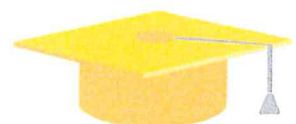
$$f(-2) = -2 - 2\sqrt{-2+3} = -4 \rightarrow (-2, -4)$$

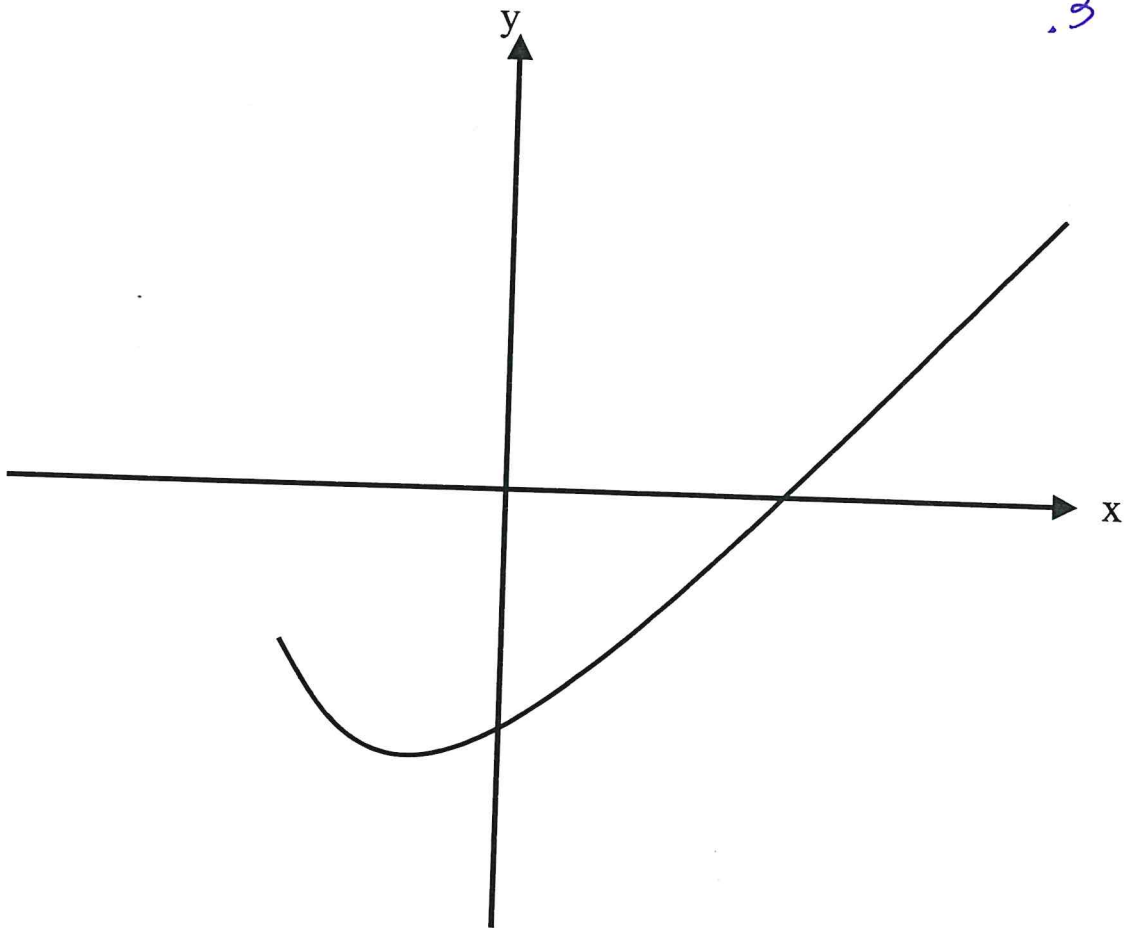
נקבע את סוגה באמצעות טבלה:

x	-3	-2.5	-2	0
$f'(x)$	///	-	0	+
$f(x)$	max	↘	min	↗

כסומי יקבם נק' מינימום ב $(-2, -4)$

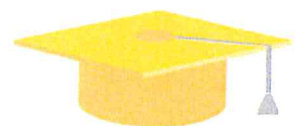
ונקבם נק' מקסימום קצה ב $(-3, -3)$





למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

**הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.**



$$f'(x) = 1 - \frac{1}{\sqrt{x+3}} \quad \text{ז. ה.}$$

עוצרת יש אסימפטוטה אנכית ב שיצור ה- x האופס

את המכנה: $x = -3$ ועכ"ן נשפוט את I ואת II ואת III

ע"מ אין אסימפטוטה אנכית בערך x שלילי. נשים לב

של I ואת II על החיתוך של הנצרה עם ציר y היא שלילי

ועל III ואת החיתוך של הנצרה עם ציר y היא חיובי.

נציב במצורה $x = 0$ ונבדוק מה מתאיים:

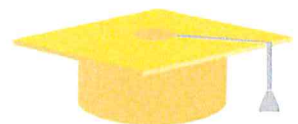
$$f'(0) = 1 - \frac{1}{\sqrt{3}} = 0.422649 > 0 \rightarrow (0, 0.4226)$$

כמוי קבענו על חיתוך עם ציר y חיובי בהתאם לערך

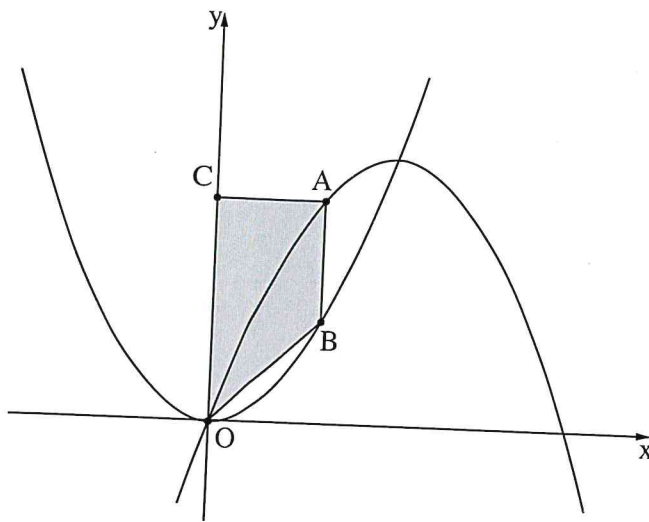
III . הערך המתאיים הוא III .

1. עתיושג השטח נצטר באינטגרל:

$$S = \int_{-2}^1 f'(x) dx = [f(x)]_{-2}^1 = f(1) - f(-2) = -3 - (-4) = 1 \quad \text{יחיד}$$



8. נתונות הפונקציות: $g(x) = x^2$, $f(x) = -x^2 + 9x$.
 נקודה A נמצאת על גרף הפונקצייה $f(x)$ ברביע הראשון מעל לגרף הפונקצייה $g(x)$.
 מן הנקודה A מעבירים שני ישרים:
 ישר המאונך לציר ה-y וחותר אותו בנקודה C,
 וישר המקביל לציר ה-y וחותר את גרף הפונקצייה $g(x)$ בנקודה B (ראו סרטוט).
 הנקודה O היא ראשית הצירים.
 נסמן ב-t את שיעור ה-x של הנקודה A.
 א. הביעו באמצעות t את אורכי הקטעים AC, CO, AB ו-AB.
 ב. מצאו את הערך של t שבעבורו שטח הטרפז ABOC הוא מקסימלי.



8. א. לפי הנתונים, הישר AC מאונך לציר y ועל כן שיעור ה-y של נק' A זהה לשיעור ה-y של נק' C: $y_c = y_A$
 כמו כן, הישר AB מקביל לציר ה-y ועל כן שיעור ה-x של נק' A זהה לשיעור ה-x של נק' B: $x_A = x_B$

$$f(x) = -x^2 + 9x, \quad g(x) = x^2$$



8. א. המשיק $f(x)$ נק' A נמצא עם $f(x)$ ועכ"פ

עכ"פני שיזור ה y בנק' A ונק' C נזיב $X=t$ ב $f(x)$:

$$y_c = y_A = f(t) = -t^2 + 9t$$

נק' B נמצאת עם $g(x)$ ועכ"פ נמצאות שיזור ה y בנק' B

נזיב $X=t$ ב $g(x)$, ונצא ביוון ש $X_A = X_B = t$:

$$y_B = g(t) = t^2$$

אורך הקטע AC יהיה הפרש שיזורי ה x של נק' A ונק' C:
 נקודה C נמצא עם זיב y ועכ"פ $x=0$:

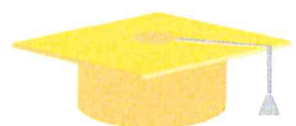
$$AC = X_A - X_C = t - 0 = t$$

אורך הקטע AB יהיה הפרש ערכי ה y של נק' A ונק' B, נצא ביוון ש הקטע מתקבץ עזר y :

$$AB = y_A - y_B = -t^2 + 9t - t^2 = -2t^2 + 9t$$

אורך הקטע BC יהיה הפרש ערכי ה y של נק' C ונק' B. הנק' C נמצאת בראשית הצירים ועכ"פ:

$$0 = y_c - y_b = -t^2 + 9t - 0 = -t^2 + 9t$$



8. ב. נמצור פונקציה המתארת את שטח הטרפז $ABOC$:

$$S_{ABOC} = \frac{(\text{סכום הקטעים})}{2} \cdot (\text{גובה הטרפז}) = \frac{CO+AB}{2} \cdot AC$$

נציב את הקטעים CO ו- AB :

$$S(t) = \frac{-t^2+9t+(-2t^2+9t)}{2} \cdot t = \frac{-3t^2+18t}{2} \cdot t = -1.5t^3+9t^2$$

כמות שטח הטרפז כתלות בערך t נתן $S(t) = -1.5t^3+9t^2$

נמצור את הפונקציה: $S'(t) = -4.5t^2+18t$

נשווה את הנזרת לאפס: $S'(t) = 0$

$$-4.5t^2+18t = 0$$

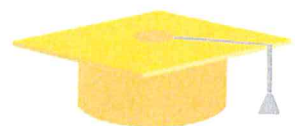
$$t \cdot (-4.5t+18) = 0$$

$$t_1 = 0$$

$$-4.5t+18 = 0$$

$$4.5t = 18$$

$$t_2 = 4$$



המשק
8. ב. נקבע שטח מקסימלי של ריבוע עבור $t=4$

נוכח זאת באזור הנצרת השנייה אפוקריפית

שטח הריבוע:

$$S'(x) = -4.5t^2 + 18t$$

נציב הנצרת השנייה: $t=4$

$$S''(x) = -9t + 18$$

$$S''(4) = -9 \cdot 4 + 18 = -18 < 0$$

כדומה במקרה $t=4$ הנצרת השנייה של S'

ואכן זוהי נקודת מקסימום

