פתרון הבחינה

במתמטיקה

קיץ תשפ"ב, 2022, גרסה א' שאלון: 35582

מוגש ע"י צוות מורי המתמטיקה של "יואל גבע"

1. נתונים שני מעגלים המשיקים זה לזה מבחוץ.

מרכזו של המעגל האחד הוא בנקודה M ומשוואתו היא $(x-a)^2+y^2=r^2$, a הוא פרמטר חיובי.

מרכזו של המעגל האחר הוא בנקודה N ומשוואתו היא $(x-13)^2+y^2=R^2$.

אורכו של הקטע המחבר את מרכזי המעגלים הוא 9 , והיחס בין אורכי הרדיוסים של המעגלים הוא 1:2 , $r<R$.

א. מְצאו את משוואת המעגל שמרכזו N ואת שתי האפשרויות למשוואת המעגל שמרכזו M .

נתון כי $a<13$.

ב. סרטטו במערכת צירים אחת סקיצה של שני המעגלים ושל כל המשיקים המשותפים לשני המעגלים.

ג. מְצאו את משוואת המשיק העובר בנקודה המשותפת לשני המעגלים.

ד. הישר $mx-y+n=0$ הוא משיק משותף לשני המעגלים. מְצאו את m ואת n (שתי אפשרויות).

נתונים שני מעגלים <u>אחרים</u> המשיקים זה לזה מבחוץ.

משוואות המעגלים הן: $(x-t)^2+y^2=r^2$; $(x-k)^2+y^2=R^2$, t ו־ k הם פרמטרים.

ערכי הרדיוסים r ו־ R זהים לאלה שמצאתם בסעיף א.

ה. האם ייתכן כי שני הישרים שאת משוואותיהם מצאתם בסעיף ד משיקים גם למעגלים האלה?

אם כן – מְצאו את t ואת k . אם לא – נַמקו.

א. מרכזי המעגלים: $N(13,0)$, $M(a,0)$

אורך קטע המרכזים הוא 9, כלומר $MN=9$

$$\sqrt{(a-13)^2+0^2}=9 \rightarrow (a-13)^2=9$$

$$a=22 \qquad a=4$$

מכיוון שהמעגלים משיקים מבחוץ, אורך קטע המרכזים שווה לסכום הרדיוסים: $R+r=9$

נתון כי $R=2r$, ולכן: $2r+r=9$

כלומר: $r=3$, $R=6$

מעגל N: $(x-13)^2+y^2=36$

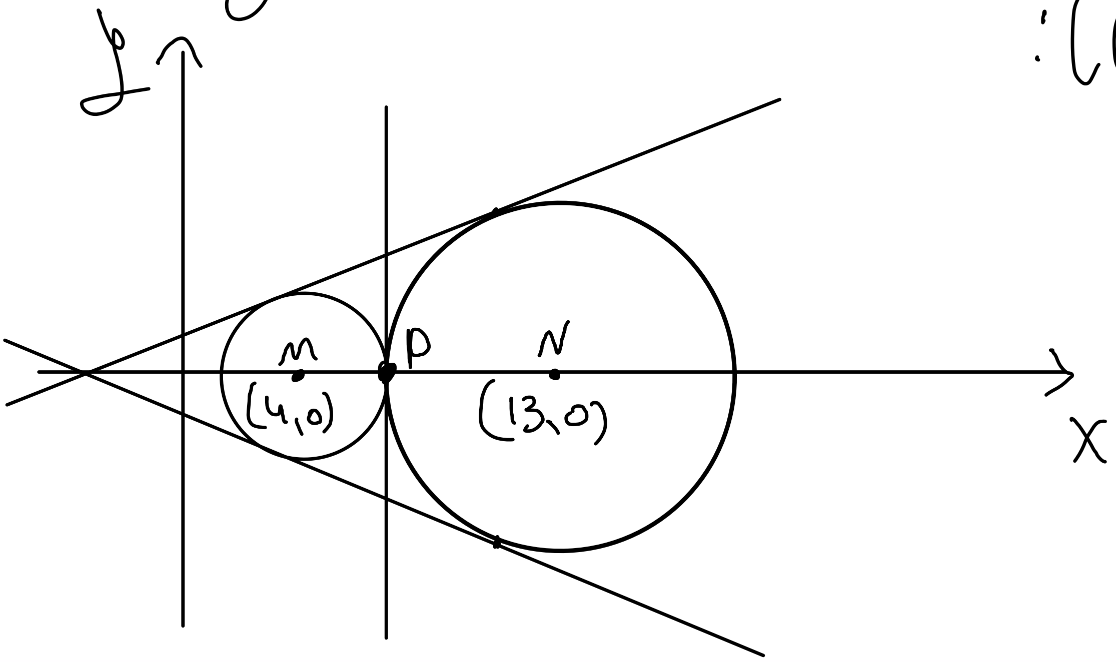
מעגל M: $(x-4)^2+y^2=9$

$(x-22)^2+y^2=9$

ב. נתון $a<b$, כלומר מעגל M הינו

$(x-4)^2+y^2=9$

נשרטט:



ג. נסמן את הנקודה המשותפת לשני המעגלים
באות P (ראה שרטוט). מכיוון שרדיוס
מעגל M הינו 3, שיעור נקודה P הינו $(7,0)$.
המשיק המשותף לשני המעגלים מאונך לציר
x ולכן משוואתו $\boxed{x=7}$

ד. משוואת המשיק המשותף $mx-y+n=0$
נסדר את המשוואה כך ש-y יהיה בסימן
חיובי: $-mx+y-n=0$

מרחק המשיק המשותף ממרכז כל מעגל
שווה לרדיוס של אותו מעגל. ניעזר
בנוסחה לחישוב מרחק נקודה מישר

עבור המשיק העובר מתחת למעגלים נקבל

בנוסחה:

מעגל M:

$$\text{I}\quad 3 = \frac{-4m - n}{\sqrt{m^2+1}}$$

מעגל N:

$$\text{II}\quad 6 = \frac{-13m - n}{\sqrt{m^2+1}}$$

נחלק את המשוואות:

$$\frac{1}{2} = \frac{4m+n}{13m+n} \rightarrow 13m+n = 8m+2n$$

$$n = 5m$$

נציב במשוואה I:

$$3 = \frac{-4m-5m}{\sqrt{m^2+1}}$$

$$9m^2+9 = 81m^2 \rightarrow m^2 = \frac{1}{8}$$

הפתרון נפסל עפ"י הצבה לפני העלאה בריבוע.

$$\cancel{m_1 = \frac{1}{\sqrt{8}}}$$

$$\boxed{m_2 = -\frac{1}{\sqrt{8}} \qquad n = -\frac{5}{\sqrt{8}}}$$

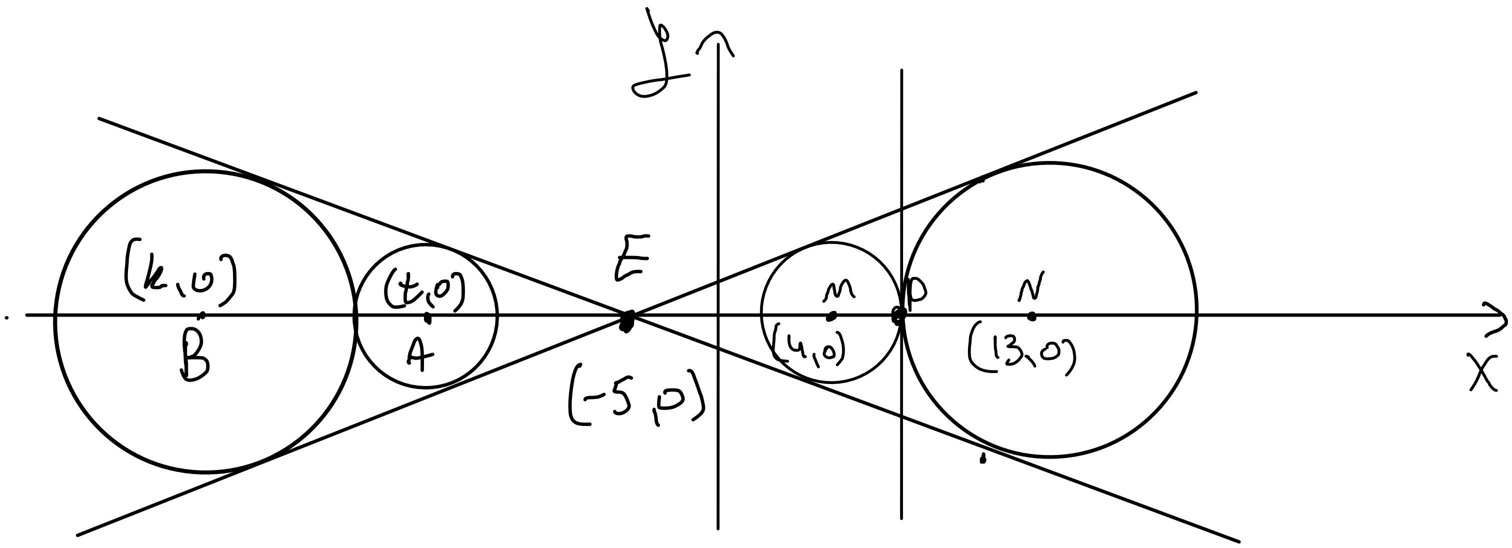
עבור המשיק העובר מעל למעגלים
נשתמש בסימן (-), ונקבל משוואות:

$$\begin{cases} \text{I} & 3 = \dfrac{4m+n}{\sqrt{m^2+1}} \\[2ex] \text{II} & 6 = \dfrac{13m+n}{\sqrt{m^2+1}} \end{cases}$$

נפתור את המשוואות ונקבל כי

$$\boxed{m = \frac{1}{\sqrt{8}} \quad , \quad n = \frac{5}{\sqrt{8}}}$$

ה. נתבונן שוב בשרטוט, נצייר את
המשיקים אותם שרטטנו:



נראה כי משמאל לנקודה E ישנה אפשרות
לשני מעגלים נוספים המשיקים לישרים
של— משוואתם מצאנו בסעיף ד׳.
נמצא את נקודה E לפי חיתוך אחד
המשיקים עם ציר x :

$$-\frac{1}{\sqrt{8}}x+0-\frac{5}{\sqrt{8}}=0 \rightarrow x=-5$$

$$E(-5,0)$$

מטעמי סימטריה מתקיים:

$$BE = NE$$

$$\Downarrow$$

$$-5 - k = 13 - (-5)$$

$$\boxed{k = -23}$$

$$AE = ME$$

$$\Downarrow$$

$$-5 - t = 4 - (-5)$$

$$\boxed{t = -14}$$

2. נתונות ארבע נקודות הנמצאות באותו המישור: $A(4,p,-1)$, $B(7,5,5)$, $C(1,-1,2)$, $D(-2,5,-4)$,

p הוא פרמטר.

א. מִצאו את משוואת המישור $ABCD$.

ב. חַשבו את ערך הפרמטר p .

ג. הוכיחו כי המרובע $ABCD$ הוא ריבוע.

הנקודה S היא קודקוד של פירמידה $SABCD$ שבסיסה $ABCD$.

המקצוע SC מונח על הישר $\underline{x}=(0,-4,1)+t(1,3,1)$.

נתון כי נפח הפירמידה הוא 81 .

ד. מִצאו את שיעורי הנקודה S (שתי אפשרויות).

נתון מישור נוסף π המאונך למקצוע SC .

ה. מִצאו את הזווית שבין המישור $ABCD$ ובין המישור π .

א. ניעזר בנקודות B, C, D ונכתוב הצגה פרמטרית

של המישור: $\underline{X}=(1,-1,2)+t(6,6,3)+k(-3,6,-6)$

אז: $\underline{X}=(1,-1,2)+t(2,2,1)+k(1,-2,2)$

נגדיר את הנורמל למישור (a,b,c):

$$\begin{cases} \text{I} & (a,b,c)(2,2,1)=0 \\ \text{II} & (a,b,c)(1,-2,2)=0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \text{I} & 2a+2b+c=0 \\ \text{II} & a-2b+2c=0 \end{cases}$$

ממשוואה I נקבל $c=-2a-2b$

נציב במשוואה II: $a-2b+2(-2a-2b)=0$

$$3a=-6b \rightarrow a=-2b$$

נציב ונקבל את c באמצעות b:

$c=-2(-2b)-2b \rightarrow c=2b$

הנורמל הינו $(-2b, b, 2b)$

נחלק ב- b והנורמל יהיה $(-2,1,2)$

משוואת המישור: $-2x+y+2z+d=0$

נציב נק' $C(1,-1,2)$ $-2-1+4+d=0$

$d=-1$

משוואת המישור: $\boxed{-2x+y+2z-1=0}$

ב. נציב נק' A במישור: $-2\cdot 4+p+2\cdot(-1)-1=0$

$\boxed{p=11}$

ג. מציאת הוקטורים:

$$\vec{AB} = B - A = (3,-6,6)$$
$$\vec{BC} = C - B = (-6,-6,-3)$$
$$\vec{CD} = D - C = (-3,6,-6)$$
$$\vec{AD} = D - A = (-6,-6,-3)$$

נחשב אורכים:

$$d_{AB} = \sqrt{3^2+6^2+6^2} = 9 \qquad d_{CD} = \sqrt{3^2+6^2+6^2} = 9$$
$$d_{BC} = \sqrt{6^2+6^2+3^2} = 9 \qquad d_{AD} = \sqrt{6^2+6^2+3^2} = 9$$

כל צלעות המרובע שוות ולכן המרובע הוא מעוין. נראה כי ישנה זווית ישרה

$$\vec{AB}\cdot\vec{BC} = (3,-6,6)(-6,-6,-3) = -18+36-18=0$$

מתקיים $\vec{AB} \perp \vec{BC}$ ולכן ABCD ריבוע
(מעוין בעל זווית ישרה אחת).

ד. נפח פירמידה: $V = \frac{B \cdot h}{3}$

שטח הבסיס B: $S_{ABCD} = 9^2 = 81$

נציב $V = 81$, $B = 81$: $81 = \frac{81 \cdot h}{3}$

$$\downarrow$$

$$h = 3$$

כלומר גובה הפירמידה הוא 3.

הנקודה S: $(t, -4+3t, 1+t)$

נציב בנוסחה מרחק נקודה ממישור:

$$3 = \frac{|-2t - 4 + 3t + 2(1+t) - 1|}{\sqrt{2^2+1^2+2^2}}$$

$$3 = \frac{|3t-3|}{3}$$

$$9 = |3t-3|$$

$$9 = 3t-3 \qquad\qquad -9 = 3t-3$$

$$t = 4 \qquad\qquad t = -2$$

$$S(4,8,5) \qquad\qquad S(-2,-10,-1)$$

ה. הזווית המבוקשת הינה זווית בין מישורים, שהינה הזווית החדה בין הנורמלים.

הנורמל למישור π הינו וקטור הכיוון של $SC \leftarrow (1,3,1)$.

הנורמל של מישור $ABCD$ הוא $(-2,1,2)$

$$\cos\alpha = \frac{|(-2,1,2)\cdot(1,3,1)|}{\sqrt{2^2+1^2+2^2}\cdot\sqrt{1^2+3^2+1^2}}$$

$$\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{11}}$$

$$\boxed{\alpha = 72.45^\circ}$$

3. נתונה המשוואה $z^2 + z\bar{z} = z + 2\bar{z} + 9 + 7i$, z הוא מספר מרוכב.

z_1 הוא אחד הפתרונות של המשוואה, והוא מייצג נקודה הנמצאת במישור גאוס ברביע הראשון, על מעגל שמרכזו בראשית הצירים.

א. מִצאו את משוואת המעגל.

חוסמים בַּמעגל ריבוע שאחד מקודקודיו מיוצג על ידי המספר z_1 .

ב. חַשבו את שטח הריבוע.

ג. מִצאו את השיעורים של שאר קודקודי הריבוע.

מכפילים ב־ $r_1 \cdot (\cos(\alpha) + i\sin(\alpha))$ כל אחד מן המספרים המייצגים את שני קודקודי הריבוע שנמצאים ברביעים הראשון והשלישי, ומכפילים ב־ $r_2 \cdot (\cos(\alpha + 30^\circ) + i\sin(\alpha + 30^\circ))$ כל אחד מן המספרים המייצגים את שני קודקודי הריבוע שנמצאים ברביעים השני והרביעי.

הנקודות במישור גאוס המייצגות את התוצאות שהתקבלו לאחר ההכפלה יוצרות מרובע קמור חדש במישור גאוס.

נתון: r_1 ו־ r_2 חיוביים, $r_1 \neq r_2$.

ד. מהו סוג המרובע שהתקבל? נַמקו את התשובה.

נתון כי שטח המרובע שהתקבל גדול פי $\sqrt{3}$ משטח הריבוע שחישבתם בסעיף ב.

ה. חַשבו את $r_1 \cdot r_2$.

א. נסמן $z = x+yi$ ונפתור את המשוואה:

$$(x+yi)^2 + (x+yi)(x-yi) = x+yi+2(x-yi)+9+7i$$

$$x^2+2xyi-y^2+x^2+y^2 = x+yi+2x-2yi+9+7i$$

$$2x^2+2xyi = 3x+9+(7-y)i$$

$$\begin{cases} 2x^2 = 3x+9 & \text{I} \\ 2xy = 7-y & \text{II} \end{cases}$$

$$2x^2-3x-9=0$$

$x_1 = 3$ $\quad \cancel{x_2 = -1.5}$

אין ברביע הראשון

נציב $x=3$ במשוואה מס' 2:

$2\cdot 3y = 7 - y \rightarrow y = 1$

הנקודה הינה $(3,1)$, משוואת המעגל

שמרכזו בראשית הצירים $x^2+y^2=R^2$

נציב את הנקודה: $3^2+1^2=R^2$

$R=\sqrt{10}$

משוואת המעגל $\boxed{x^2+y^2=10}$

ב. בריבוע החסום במעגל, קוטר המעגל

מתלכד עם אלכסון הריבוע (נכיוון שזוית

היקפית שנשענת על קוטר). שטח הריבוע

שווה למחצית מכפלת האלכסונים.

רדיוס המעגל הינו $\sqrt{10}$ ולכן שטח

הריבוע:

$$S=\frac{(2\cdot\sqrt{10})^2}{2}=\boxed{20}$$

ג. לפי סעיף 4 ג', $z_1=3+i$

ולכן קדקוד ראשון הינו $(3,1)$.

אלכסוני הריבוע מתלכדים עם קוטר המעגל

(הסבר בסעיף 4 ג'), והזווית ביניהם ישרה.

לכן, ראשית הצירים תהיה אמצע הקטע

בין הקדקוד שברביע I וברביע III, ומכאן

ששיעורי הקדקוד ברביע III הינם $(-3,-1)$.

מכיוון שאלכסוני הריבוע מאונכים זה לזה,

נקבל את הקדקודים שברביע II ו- IV

ע"י הכפלה ב- $cis90^\circ$ של הקדקודים שברביע

I ו- III, בהתאמה. $cis90^\circ=i$

קדקוד רביע II: $(3+i)\cdot i \rightarrow -1+3i$

קדקוד רביע IV: $(-3-i)i \rightarrow 1-3i$

$(3,1),\ (-1,3),\ (-3,-1),\ (1,-3)$

ד. לאחר שנכפיל את הקדקודים ברביעים I, III ב-$r_1cis\alpha$, נקבל נקודות הנמצאות על מעגל שרדיוסו קבוע. הזווית של ההצגה הקוטבית של שני הקדקודים תגדל ב-α מעלות נגד כיוון השעון, ולכן הקו המחבר ביניהם עדיין יעבור דרך ראשית הצירים.

מאותה הסיבה הקדקודים ברביע II, IV יגדלו ב-$(\alpha+30^\circ)$ מעלות נגד כיוון השעון וימצאו על מעגל שרדיוסו $\sqrt{10}\cdot r_2$ ומרכזו בראשית.

הצירים.

מכיוון ש- $\vec{r_2} \neq \vec{r_1}$ מתקבל מרובע שאלכסוניו חוצים זה את זה, אינם שווים זה לזה, כלומר מתקבל מקבילית.

ה. הזווית בין האלכסונים הינה ישרה, ועוד $30°$ שהוצגו, כלומר $120°$. ולכן הזווית החדה בין האלכסונים הינה $60°$

אורך האלכסונים הינו $2r_2\sqrt{10}$, $2r_1\sqrt{10}$

ולכן

$$S_{\text{מקבילית}} = \frac{2 \cdot r_1\sqrt{10} \cdot 2r_2\sqrt{10} \cdot \sin 60°}{2} = r_1 \cdot r_2 \cdot 10\sqrt{3}$$

$$\frac{S_{\text{מקבילית}}}{S_{\text{ריבוע}}} = \sqrt{3}$$

$$\frac{r_1 \cdot r_2 \cdot 10\sqrt{3}}{20} = \sqrt{3}$$

$$\boxed{r_1 \cdot r_2 = 2}$$

4. נתונה הפונקציה $f(x) = xe^x - 2e^x + 1$ המוגדרת לכל x.

א. **(1)** מִצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לציר ה־ y (אם יש כאלה).

(2) מִצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה־ y.

(3) מִצאו את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקציה $f(x)$.

(4) סַרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x) = \frac{1-e^x}{e^x - x}$ המוגדרת לכל x.

ב. **(1)** מִצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $g(x)$ המאונכות לציר ה־ y.

(2) מִצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה־ x (אם יש כאלה).

(3) הוכיחו כי $g'(x) = \frac{f(x)}{(e^x - x)^2}$.

ג. היעזרו בסקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ וּמִצאו <u>כמה</u> נקודות מקסימום וכמה נקודות מינימום יש לפונקציה $g(x)$. נַמקו את התשובה.

ד. סַרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

ה. חִשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי ציר ה־ x ועל ידי הישר $x = -1$.

א. (1) אין אסימפטוטה $x \to \infty \to y \to \infty \to$

אסימפטוטה $x \to -\infty \to y \to 1 \to \boxed{y=1}$

(2) נציב $x=0$, נקבל $f(0) = 0 - 2\cdot e^0 + 1 = -1$

$\boxed{(0,-1)}$

(3) נגזור:

$$f'(x) = e^x + xe^x - 2e^x = e^x(x-1)$$

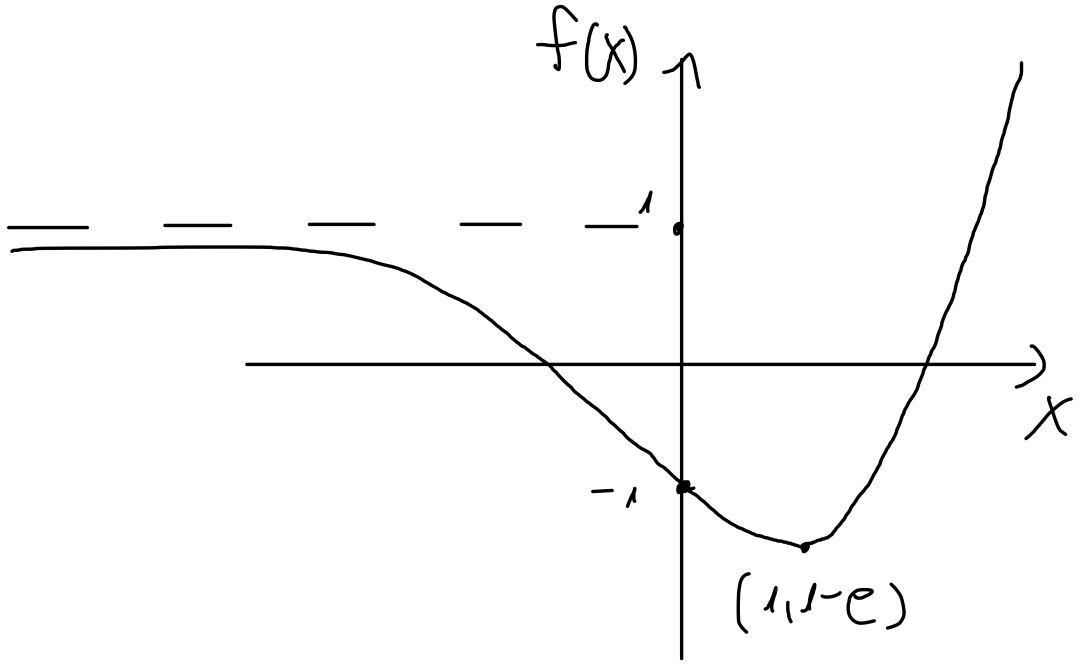
$$0 = e^x(x-1) \to x=1 \to (1, 1-e)$$

עבור $x>1$ נקבל $f'(x)$ חיובי

עבור $x<1$ נקבל $f'(x)$ שלילי

עלייה: $x>1$, ירידה: $x<1$

(ע)



ב. $g(x)=\frac{1-e^x}{e^x-x}$

(1) אסימפטוטה $x\to\infty \to y\to -1 \to y=-1$

אסימפטוטה $x\to -\infty \to y\to 0 \to y=0$

(2) נציב $g(x)=0$:

$$0=1-e^{x}$$

$$e^{x}=1 \rightarrow x=0 \qquad \boxed{(0,0)}$$

(3)

$$g'(x)=\frac{-e^{x}(e^{x}-x)-(e^{x}-1)(1-e^{x})}{(e^{x}-x)^{2}}$$

$$g'(x)=\frac{-e^{2x}+xe^{x}-e^{x}+e^{2x}+1-e^{x}}{(e^{x}-x)^{2}}$$

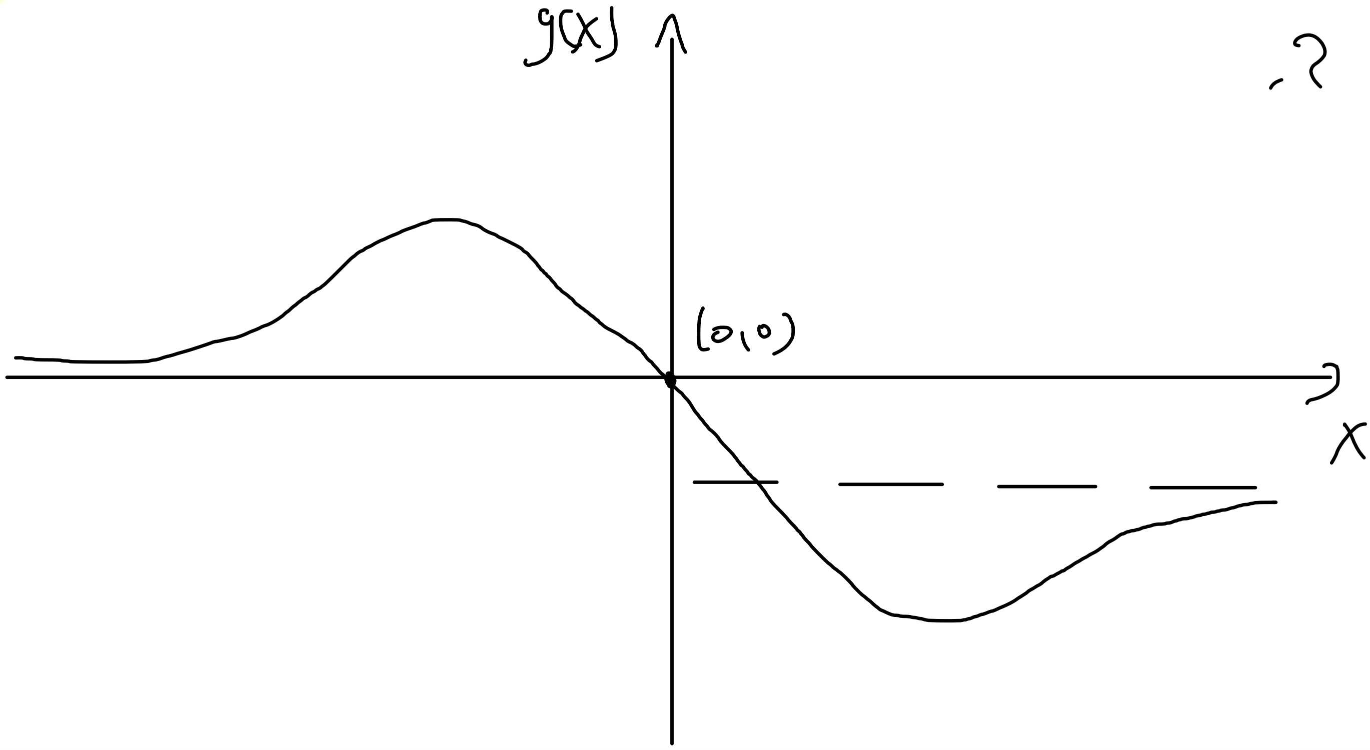
$$g'(x)=\frac{xe^{x}-2e^{x}+1}{(e^{x}-x)^{2}}=\boxed{\frac{f(x)}{(e^{x}-x)^{2}}}$$

ג. לפי הגרף בסעיף א' (4), הגרף של $f(x)$ חותך את ציר x בשתי נקודות, ולכן $g'(x)$ מתאפס בשתי נקודות. ניתן לראות

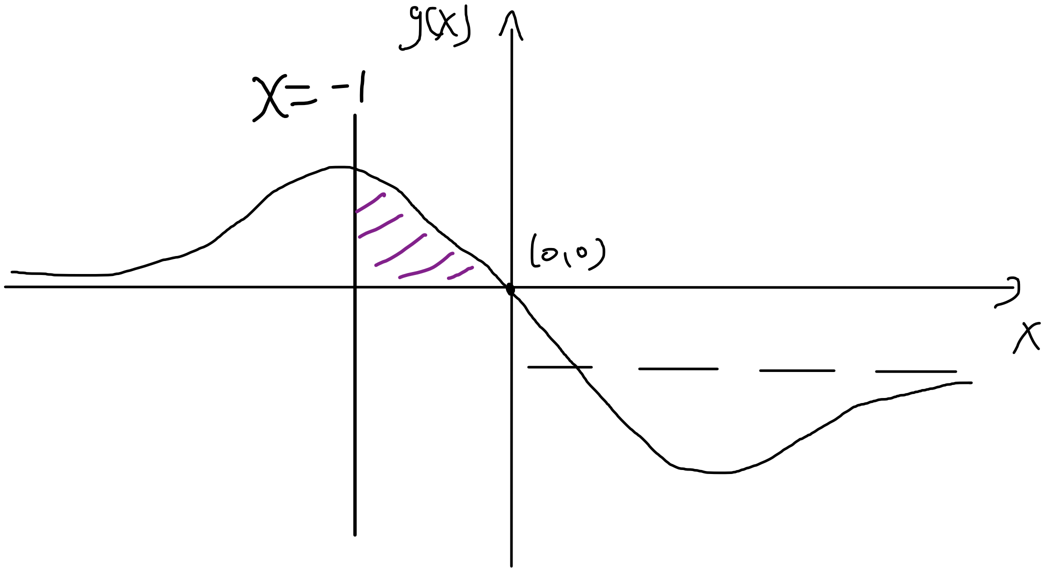
בגרף כי תחומי החיוביות של f(x) נמצאים
מימין ומשמאל לנקודת החיתוך, ותחום
השליליות נמצא בין שתי נקודות החיתוך.
אלה גם תחומי החיוביות והשליליות של g(x).

לכן ל- g(x) נקודת מקסימום אחת
(משמאל לראשית הצירים) ונקודת מינימום
אחת (מימין לראשית הצירים).

ב.



ה. נסמן בגרף את השטח המבוקש.



נחשב ע"י אינטגרל:

$$\int_{-1}^{0}\frac{1-e^x}{e^x-x}\,dx=\int-\left(\frac{e^x-1}{e^x-x}\right)dx$$

מכיוון שהמונה הינו נגזרת של המכנה ניעזר בכלל:

$$\int\frac{f'(x)}{f(x)}\,dx=\ln|f(x)|+C$$

לכן האינטגרל יהיה

$$\left[-\ln(e^x-x)\right]_{-1}^{0}$$

נחשב:

$$-\ln(e^{0}-0)-\left[-\ln(e^{-1}+1)\right]$$

השטח המבוקש הוא

$$\boxed{\ln\left(\frac{1}{e}+1\right)=0.313}$$

יח"ר

5. נתונה הפונקציה $f(x)=x+\ell n(x^2-8)$.

א. **(1)** מְצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מְצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

(3) מְצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקִבעו את סוגה.

(4) סַרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

$f'(x)$ היא פונקציית הנגזרת של הפונקציה $f(x)$.

ב. **(1)** מְצאו את תחום ההגדרה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

(2) מְצאו את משוואות האסימפטוטות של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ המאונכות לצירים.

(3) מְצאו את שיעורי נקודות החיתוך של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(4) סַרטטו סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ אם ידוע כי אין לה נקודות קיצון.

נתונה הפונקציה $g(x)=e^{f(x)}$ המוגדרת באותו התחום כמו הפונקציה $f(x)$.

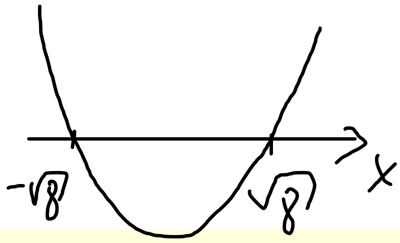
ג. **(1)** מְצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקִבעו את סוגה.

(2) מְצאו את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקציה $g(x)$.

ד. חַשבו את השטח המוגבל על ידי הפונקציה $y=f'(x)\cdot g(x)$, על ידי ציר ה־ x ועל ידי הישרים $x=-4$ ו־ $x=-5$.

א. (1) תחום הגדרה:

$x^2-8>0 \rightarrow$



$x<-\sqrt{8}$ או $x>\sqrt{8}$

(2) אסימפטוטות אנכיות: כאשר $x\to\pm\sqrt{8}$ הביטוי

$\ln(x^2-8)$ שואף ל- $(-\infty)$ ולכן מתקבלת אסימפטוטה

אנכית עבור $x=-\sqrt{8}$, $x=\sqrt{8}$

אסימפטוטה אופקית: כאשר $x \to \infty$
אזי הביטויים $\ln(x^2-8)$, x שואפים ל- ∞.
כאשר $x \to -\infty$ אזי הביטוי $\ln(x^2-8)$ ישאף
לאינסוף, אולם הביטוי x ישאף לאינסוף שלילי
מהר יותר.

בשני המצבים (מימין ומשמאל) לא מתקבלת
אסימפטוטה אופקית.

(3) נגזרת:

$$f'(x) = 1 + \frac{2x}{x^2-8} = \frac{x^2+2x-8}{x^2-8}$$

$$f'(x) = 0 \to 0 = x^2+2x-8$$

$$x = -4 \qquad \cancel{x = 2}$$

לא בתחום ההגדרה

$$f(-4) = -1.92$$

$$(-4, -1.92)$$

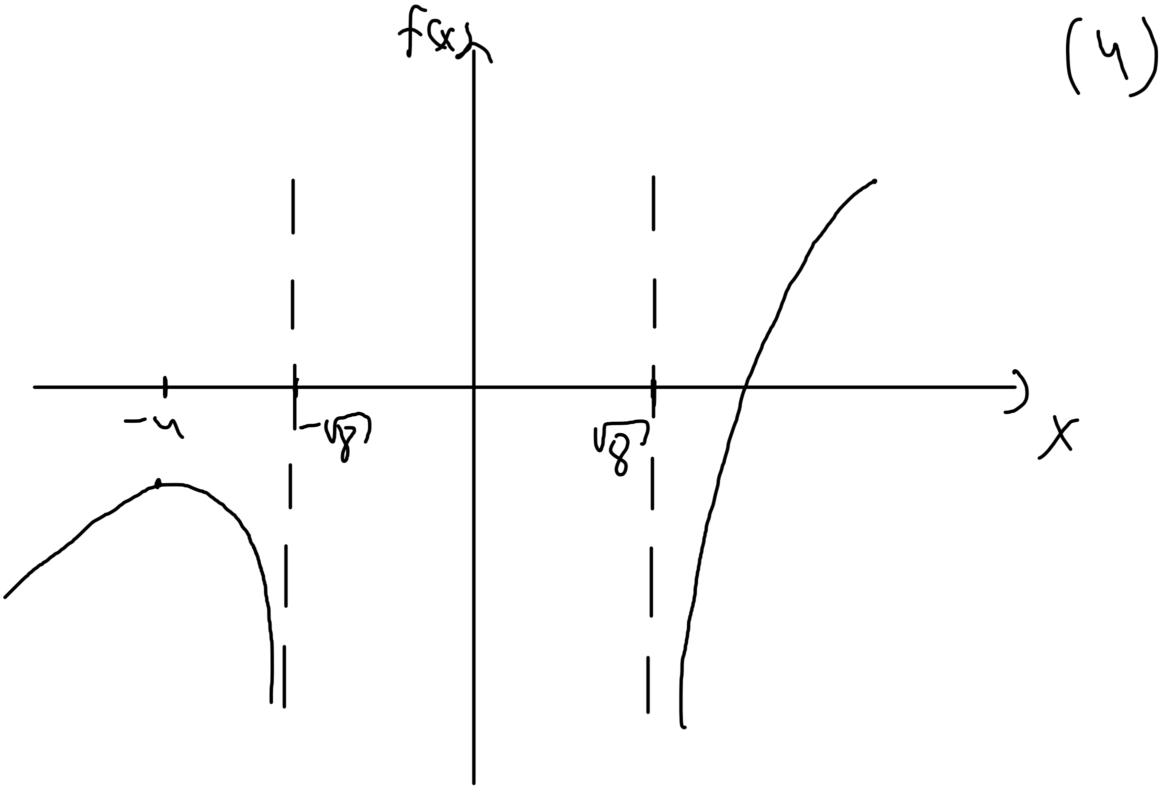
נעזר בטבלה:

x		-4		$-\sqrt{8}$		$\sqrt{8}$	
$f'(x)$	$+$		$-$				$+$
$f(x)$	↗		↘				↗

$f'(-5)>0$, $f'(-3)<0$ $f'(4)>0$

לפונקציה נקודת מקסימום עבור $(-4,-1.92)$

(ד)



ב. (1) $f'(x)=\frac{x^2+2x-8}{x^2-8}$

תחום הגדרה: $x^2-8\neq 0 \rightarrow x\neq \pm\sqrt{8}$

מכיוון שערכים אלו אינם מוגדרים גם ב-$f(x)$, ועלינו להתחשב בתחום ההגדרה של הפונקציה המקורית - תחום ההגדרה של $f'(x)$ יהיה

$$x<-\sqrt{8},\quad x>\sqrt{8}$$

(2) $x=\pm\sqrt{8}$ מאפסים את המכנה ולא מאפסים את המונה ולכן מתקבלת אסימפטוטה אנכית עבור

$$x=\pm\sqrt{8}$$

החזקות הגבוהות נמצאות במונה וגם במכנה לכן נעזר בחלוקת מקדמים ונקבל אסימפטוטה אופקית עבור $\boxed{y=1}$.

(3) $x=0$ אינו בתחום ההגדרה לכן לא יהיה חיתוך עם ציר y.

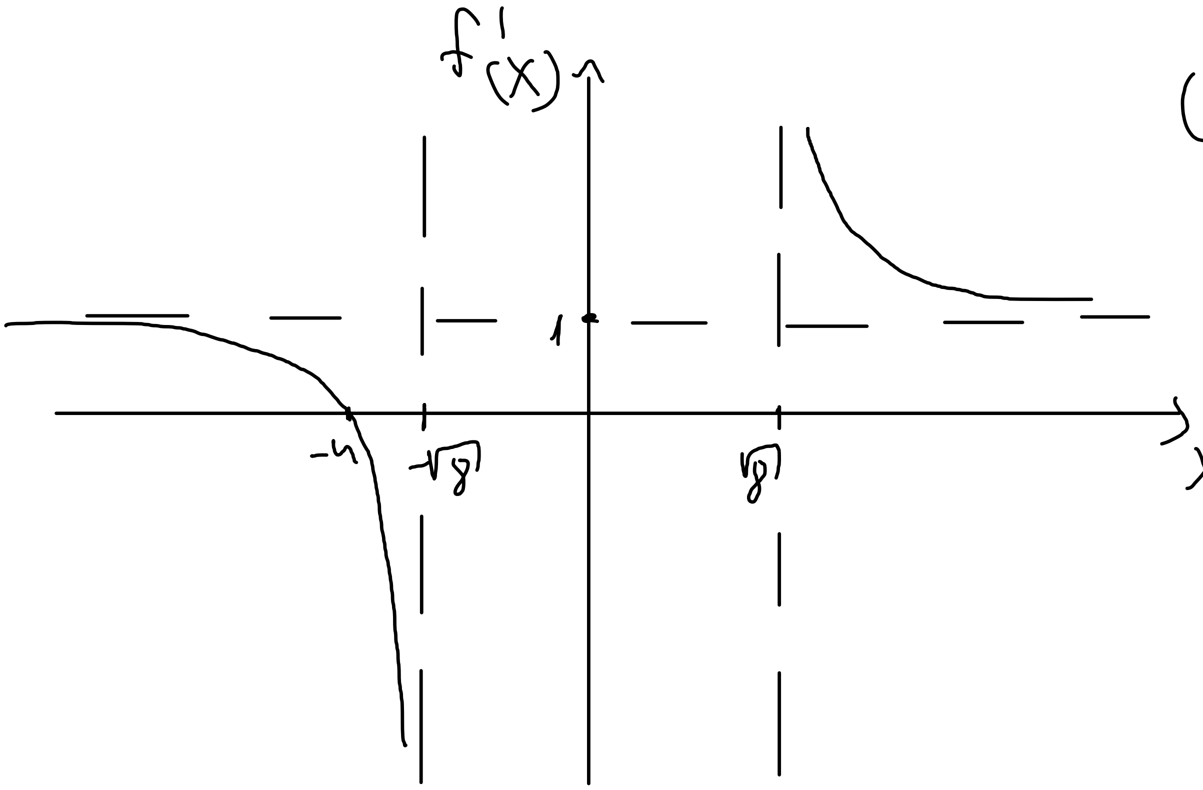
נג'ב $f'(x)=0$:

$$0=x^2+2x-8$$

$x=-4$ ~~$x=2$~~ לא בתחום ההגדרה

$$\boxed{(-4,0)}$$

(4)



ב. (1) $g(x)=e^{f(x)}$

$$g'(x)=f'(x)\cdot e^{f(x)}$$

הנגזרת $g'(x)$ מתאפסת עבור $f'(x)=0$,
כלומר עבור $x=-4$ בלבד.
לפי הגרף מסעיף 4 קודם ניתן לראות כי
$f'(x)$ עובר בנקודה זו מתחום חיובי לשלילי,

ולכן עבור $x=-4$ ל- $g(x)$ יש נקודת מקסימום. נחשב שיעור y:

$$g(-4)=e^{f(-4)}=0.147$$

$$\boxed{(-4,\ 0.147)\ \text{MAX}}$$

(2) תחומי החיוביות והשליליות של $g'(x)$ זהים לאלו של $f'(x)$, ולכן נעזר בגרף מסעיף ב' (4) ונראה כי:

$g(x)$ עולה עבור $\boxed{x<-4,\ x>8}$

ולכן אלו תחומי עלייה של $g(x)$.

ט. $g'(x)<0$ עבור $-4 < x < -\infty$

לכן זהו תחום ירידה של $g(x)$.

ד. $y=f'(x)\cdot e^{f(x)} \Leftarrow y=f'(x)\cdot g(x)$

תחום ההגדרה של y זהה לזה של $f'(x)$ ו- $g(x)$. נמצא את נק' החיתוך

של y עם ציר x: $0=f'(x)\cdot e^{f(x)}$

$$\Downarrow$$

$f'(x)=0$ מתקבל עבור $x=-4$

$(-4,0)$

לפי הגרף של $f'(x)$ בתחום

$-5<x<-4$ $f'(x)$ חיובי, ולכן

גם הפונקציה $y=f'(x)\cdot e^{f(x)}$ חיובית.

כלומר האינטגרל לחישוב השטח:

$$\int_{-5}^{-4} f'(x)\cdot e^{f(x)}\,dx=\left[e^{f(x)}\right]_{-5}^{-4}$$

$$e^{f(-4)}-e^{f(-5)}=0.147-0.114$$

השטח הוא 0.032 יח"ר.