שאלון 35472 מועד
קיץ תשפ״ב

מורים יקרים,
החל משנת 2022, נוספו סמלי שאלון המציינים את השאלונים לפי התוכנית החדשה במתמטיקה.
להלן השינויים:
שאלון 182 (801) שונה ל- 172
שאלון 381 (802) שונה ל- 371
שאלון 382 (803) שונה ל- 372
שאלון 481 (804) שונה ל- 471
שאלון 482 (805) שונה ל- 472
שאלון 581 (806) שונה ל- 571
שאלון 582 (807) שונה ל- 572

בהתאם לכך, מצורף פתרון בחינת בגרות לשאלון 35472 מועד קיץ תשפ״ב.

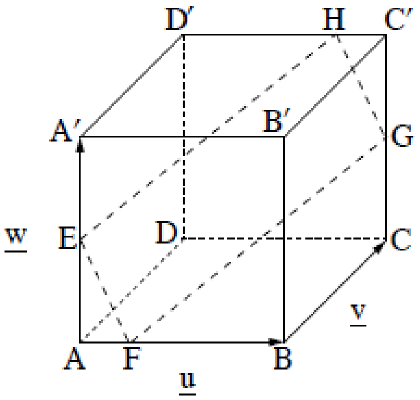
תודה מיוחדת למר עפר ילין על כתיבת הפתרונות ועריכת קובץ זה.

א. (1) נתונה קוביה, שאת אורך צלעה נדע רק בסעיף ב.

בקובייה כל המקצועות שווים כמובן זה לזה,

כאשר המקצועות הצדדים מאונכים לבסיסים.

נרשום בינתיים את מה שידוע, ואת השאר נחשב בהמשך.



$\boxed{\overrightarrow{AB}=\underline{u}}$ $\boxed{|\underline{u}|=?}$ $\boxed{\underline{u}^2=?}$

$\boxed{\overrightarrow{BC}=\underline{v}}$ $\boxed{|\underline{v}|=?}$ $\boxed{\underline{v}^2=?}$

$\boxed{\overrightarrow{AA'}=\underline{w}}$ $\boxed{|\underline{w}|=?}$ $\boxed{\underline{w}^2=?}$

$\underline{u}\cdot\underline{v}=0 \leftarrow \underline{u}\perp\underline{v}$

$\underline{u}\cdot\underline{w}=0 \leftarrow \underline{u}\perp\underline{w}$

$\underline{v}\cdot\underline{w}=0 \leftarrow \underline{v}\perp\underline{w}$

מה עוד ניתן ללמוד מהנתונים ?

הנקודה E **היא אמצע המקצוע** AA'**, ולכן:** $\boxed{\overrightarrow{AE}=\frac{1}{2}\underline{w}}$.

הנקודה G **היא אמצע המקצוע** CC'**, ולכן:** $\boxed{\overrightarrow{CG}=\frac{1}{2}\underline{w}}$.

הנקודה F **מקיימת** $\overrightarrow{AF}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$**, ולכן:** $\boxed{\overrightarrow{AF}=\frac{1}{4}\underline{u}}$.

הנקודה H **מקיימת** $\overrightarrow{D'H}=\frac{3}{4}\overrightarrow{D'C'}$**, ולכן:** $\boxed{\overrightarrow{D'H}=\frac{3}{4}\underline{u}}$.

נביע את הווקטורים $\overrightarrow{EF}$, $\overrightarrow{FG}$, $\overrightarrow{HG}$ **ו-** $\overrightarrow{EH}$ **, באמצעות** $\underline{u}$, $\underline{v}$ **ו-** $\underline{w}$,

$\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{AF}$

$\boxed{\overrightarrow{EF}=\frac{1}{4}\underline{u}-\frac{1}{2}\underline{w}}$

$\overrightarrow{FG}=\overrightarrow{FB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CG}$

$\boxed{\overrightarrow{FG}=\frac{3}{4}\underline{u}+\underline{v}+\frac{1}{2}\underline{w}}$

$\overrightarrow{HG}=\overrightarrow{HC'}+\overrightarrow{C'G}$

$\boxed{\overrightarrow{HG}=\frac{1}{4}\underline{u}-\frac{1}{2}\underline{w}}$

$\overrightarrow{EH}=\overrightarrow{EA'}+\overrightarrow{A'D'}+\overrightarrow{D'H}$

$\boxed{\overrightarrow{EH}=\frac{3}{4}\underline{u}+\underline{v}+\frac{1}{2}\underline{w}}$

תשובה: $\overrightarrow{EF}=\frac{1}{4}\underline{u}-\frac{1}{2}\underline{w}$, $\overrightarrow{FG}=\frac{3}{4}\underline{u}+\underline{v}+\frac{1}{2}\underline{w}$, $\overrightarrow{HG}=\frac{1}{4}\underline{u}-\frac{1}{2}\underline{w}$, $\overrightarrow{EH}=\frac{3}{4}\underline{u}+\underline{v}+\frac{1}{2}\underline{w}$.

(2) על-פי תת סעיף (1) מתקיים $\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{HG}$**, ולכן זוג צלעות נגדיות שווה ומקביל (הסבר גיאומטרי),**

(בווקטורים: שווים באורכם, ובאותו כיוון, ולא על אותו ישר), ומכאן שהמרובע $EFGH$ **הוא מקבילית.**

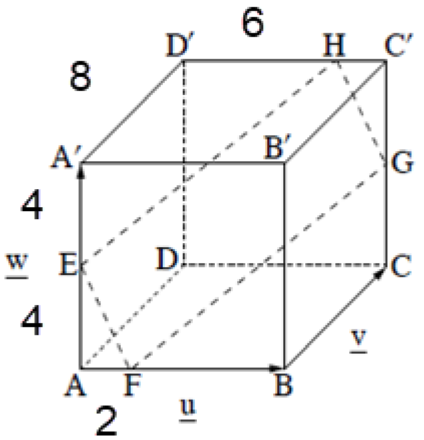
(כמובן, ניתן לראות שמתקיים גם $\overrightarrow{FG}=\overrightarrow{EH}$**.)**

תשובה: המרובע $EFGH$ **הוא מקבילית.**

ב. (1) הנפח של הקובייה הנתונה הוא 512 **.**

מכאן, שאם אורך מקצוע הקובייה הוא a **אז** $a^3=512$ **, ו-** $a=8$ **.**

תשובה: אורך מקצוע הקובייה הוא 8 **.**



(2) נעדכן את הנתונים.

$\boxed{\overrightarrow{AB}=\underline{u}}$ $\boxed{|\underline{u}|=8}$ $\boxed{\underline{u}^2=64}$

$\boxed{\overrightarrow{BC}=\underline{v}}$ $\boxed{|\underline{v}|=8}$ $\boxed{\underline{v}^2=64}$

$\boxed{\overrightarrow{AA'}=\underline{w}}$ $\boxed{|\underline{w}|=8}$ $\boxed{\underline{w}^2=64}$

$\underline{u}\cdot\underline{v}=0 \leftarrow \underline{u}\perp\underline{v}$

$\underline{u}\cdot\underline{w}=0 \leftarrow \underline{u}\perp\underline{w}$

$\underline{v}\cdot\underline{w}=0 \leftarrow \underline{v}\perp\underline{w}$

נחשב את אורכי הווקטורים $\overrightarrow{EF}$ **ו-** $\overrightarrow{EH}$ **.**

$$\boxed{\overrightarrow{EF}=\frac{1}{4}\underline{u}-\frac{1}{2}\underline{w}}$$

$$|\overrightarrow{EF}|=\sqrt{(\frac{1}{4}\underline{u}-\frac{1}{2}\underline{w})^2}$$

$$|\overrightarrow{EF}|=\sqrt{\frac{1}{16}\underline{u}^2+\frac{1}{4}\underline{w}^2}$$

$$|\overrightarrow{EF}|=\sqrt{\frac{1}{16}\cdot 64+\frac{1}{4}\cdot 64}\leftarrow \underline{u}\cdot\underline{v}=0$$

$$\boxed{|\overrightarrow{EF}|=\sqrt{20}}$$

$$\boxed{\overrightarrow{EH}=\frac{3}{4}\underline{u}+\underline{v}+\frac{1}{2}\underline{w}}$$

$$|\overrightarrow{EH}|=\sqrt{(\frac{3}{4}\underline{u}+\underline{v}+\frac{1}{2}\underline{w})^2}$$

$$|\overrightarrow{EH}|=\sqrt{\frac{9}{16}\underline{u}^2+\underline{v}^2+\frac{1}{4}\underline{w}^2}$$

$$|\overrightarrow{EH}|=\sqrt{\frac{9}{16}\cdot 64+64+\frac{1}{4}\cdot 64}$$

$$\boxed{|\overrightarrow{EH}|=\sqrt{116}}$$

(את אורך $\overrightarrow{EF}$ **ניתן לחשב גם במשפט פיתגורס ב-** ΔEAF **,**

העשרה: את אורך $\overrightarrow{EH}$ **ניתן לחשב גם במשפט פיתגורס במרחב.)**

תשובה: $|\overrightarrow{EF}|=\sqrt{20}$ **,** $|\overrightarrow{EH}|=\sqrt{116}$**.**

הערה: בחישובים נעשה שימוש בנוסחת כפל מקוצר: $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc$ **.**

אם לא למדתם את הנוסחה, וזה ממש סבבה בארבע יחידות, אז מומלץ להשתמש בחוק הפילוג המורחב.

$$|\overrightarrow{EH}|=\sqrt{(\frac{3}{4}\underline{u}+\underline{v}+\frac{1}{2}\underline{w})(\frac{3}{4}\underline{u}+\underline{v}+\frac{1}{2}\underline{w})}$$

$$|\overrightarrow{EH}|=\sqrt{\frac{9}{16}\underline{u}^2+\underline{v}^2+\frac{1}{4}\underline{w}^2}$$

התוצאה נראית ממש זהה, כי במקרה זה: $\underline{u}\cdot\underline{v}=\underline{u}\cdot\underline{w}=\underline{v}\cdot\underline{w}=0$ **,**

ואין טעם לרשום את המכפלות המתאפסות.

ג. (1) נחשב את גודל הזווית HEF .

$\boxed{\overrightarrow{AB}=\underline{u}}$ $\boxed{|\underline{u}|=8}$ $\boxed{\underline{u}^2=64}$

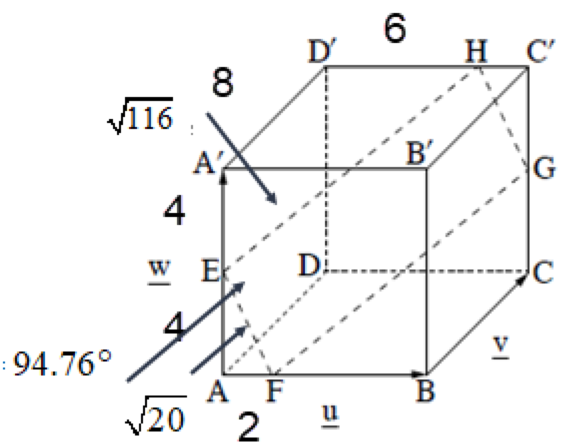
$\boxed{\overrightarrow{BC}=\underline{v}}$ $\boxed{|\underline{v}|=8}$ $\boxed{\underline{v}^2=64}$

$\boxed{\overrightarrow{AA'}=\underline{w}}$ $\boxed{|\underline{w}|=8}$ $\boxed{\underline{w}^2=64}$

$\underline{u}\cdot\underline{v}=0 \leftarrow \underline{u}\perp\underline{v}$

$\underline{u}\cdot\underline{w}=0 \leftarrow \underline{u}\perp\underline{w}$

$\underline{v}\cdot\underline{w}=0 \leftarrow \underline{v}\perp\underline{w}$



$$\cos\sphericalangle HEF=\frac{\overrightarrow{EH}\cdot\overrightarrow{EF}}{|\overrightarrow{EH}|\cdot|\overrightarrow{EF}|}$$

$$\overrightarrow{EH}\cdot\overrightarrow{EF}=(\frac{3}{4}\underline{u}+\underline{v}+\frac{1}{2}\underline{w})\cdot(\frac{1}{4}\underline{u}-\frac{1}{2}\underline{w})$$

$$\overrightarrow{EH}\cdot\overrightarrow{EF}=\frac{3}{16}\underline{u}^2-\frac{1}{4}\underline{w}^2 \quad \leftarrow \underline{u}\cdot\underline{v}=\underline{u}\cdot\underline{w}=\underline{v}\cdot\underline{w}=0$$

$$\overrightarrow{EH}\cdot\overrightarrow{EF}=\frac{3}{16}\cdot 64-\frac{1}{4}\cdot 64$$

$$\boxed{\overrightarrow{EH}\cdot\overrightarrow{EF}=-4}$$

$$\cos\sphericalangle HEF=\frac{-4}{\sqrt{116}\cdot\sqrt{20}}$$

$$\boxed{\sphericalangle HEF=94.76°}$$

תשובה: $\sphericalangle HEF=94.76°$.

(2) נחשב את שטח המקבילית EFGH.

$$S_{EFGH}=EF\cdot EH\cdot\sin\sphericalangle HEF$$

$$S_{EFGH}=\sqrt{20}\cdot\sqrt{116}\cdot\sin 94.76°=48$$

תשובה: שטח המקבילית EFGH **הוא** 48.

א. המחקר בדק את הקשר בין ציוני בחינת הבגרות במתמטיקה (x),
ובין ציוני בחינת הבגרות במדעי המחשב (y) .

האוכלוסייה שנבדקה היא ציוני תלמידים בשנה מסוימת.

התוצאות שהתקבלו הן: ממוצע הציונים במתמטיקה $\bar{x}=64$ **, עם סטיית תקן של** $S_x=14$ **,**

ממוצע הציונים במדעי המחשב $\bar{y}=72$ **, עם סטיית תקן של** $S_y=9$ **,**

ומקדם המתאם הוא $r=0.77$ **(חיובי, ודי גבוה).**

נמצא את משוואת קו הרגרסיה לניבוי הציון במדעי המחשב y **, על פי הציון במתמטיקה** x **.**

נמצא תחילה את שיפוע קו הרגרסיה: $m=r\cdot\frac{s_y}{s_x}=0.77\cdot\frac{9}{14}=0.495$.

נמצא את משוואת קו הרגרסיה, שעובר בנקודת הממוצעים $(64,72)$:

$$y-\bar{y}=m(x-\bar{x})$$
$$y-72=0.495(x-64)$$
$$y-72=0.495x-31.68$$
$$\boxed{y=0.495x+40.32}$$

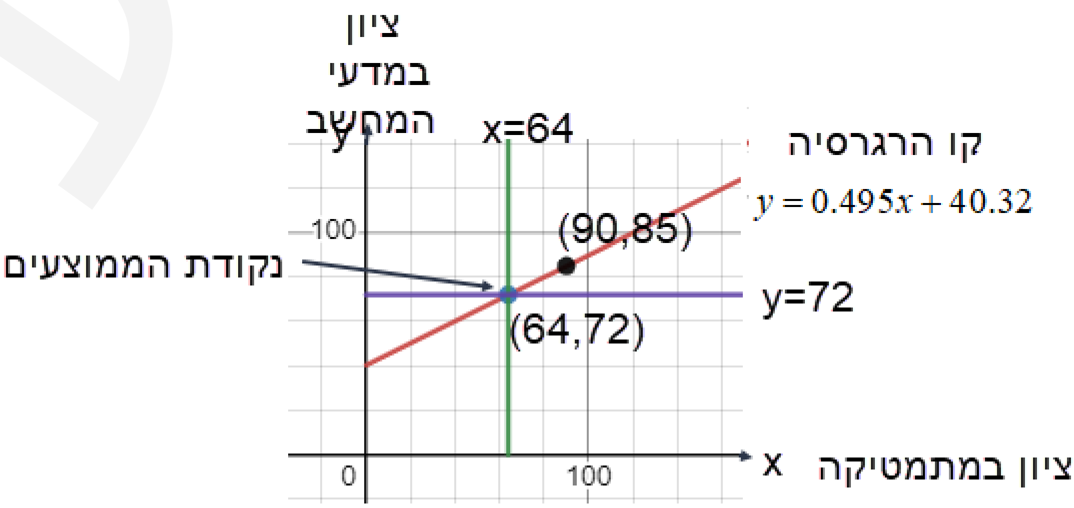
תשובה: משוואת קו הרגרסיה, לניבוי הציון במדעי המחשב y **, על פי הציון במתמטיקה** x **,**
היא $y=0.495x+40.32$.

ב. נמצא מהו הציון (y) **המשוער של דני בבחינת הבגרות במדעי המחשב,**
כאשר נתון שציונו, באותה שנה בבחינת הבגרות במתמטיקה, היה 90 .

נציב $x=90$ **, במשוואת קו הרגרסיה:** $y=0.495\cdot 90+40.32=84.87\approx 85$.

תשובה: הציון המשוער של דני, בבחינת הבגרות במדעי המחשב, הוא בערך 85.

הערה



נכתב ע"י עפר ילין

ג. לאחר שהתברר שהבחינה במתמטיקה, באותה השנה הייתה קשה,

הוסיפו <u>לכל אחד</u> מן הציונים במתמטיקה 4 **נקודות.**

(1) תוספת של קבוע, לכל אחד מן הנתונים, מעלה את הממוצע בדיוק באותו קבוע.

תשובה: ממוצע הציונים במתמטיקה עלה ב- 4 **נקודות (והגיע ל-** $\bar{x} = 68$ **).**

(2) התוספת הקבועה, לכל אחד מן הנתונים, מזיזה את עקומת ההתפלגות ימינה,

אולם אינה משנה את הפיזור ובהתאם סטיית התקן אינה משתנה.

תשובה: S_x **, סטיית התקן של ציוני הבחינה במתמטיקה, לא השתנתה, ונותרה** 14 **(** $S_x = 14$ **).**

(3) מקדם המתאם שווה לממוצע מכפלות ציוני התקן.

$$r = \frac{1}{N \cdot S_x \cdot S_y}\left((x_1-\bar{x})(y_1-\bar{y})+\ldots+(x_N-\bar{x})(y_N-\bar{y})\right)$$

עם השינוי בציוני הבחינה במתמטיקה, עלה גם הממוצע באותו שינוי של 4 **נקודות,**

ולכן הסטייה $(x_N-\bar{x})$ **נותרה ללא שינוי.**

כיוון שבנוסף לא היה שינוי בציוני הבחינה במדעי המחשב, או במספר הנתונים,

הרי שמקדם המתאם (r) **נותר ללא שינוי.**

תשובה: r **, מקדם המתאם, לא השתנה, ונותר** 0.77 **(** $r = 0.77$ **).**

ד. בשנה שלאחר מכן התקבלו בשתי הבחינות אותם הממוצעים וסטיות התקן, כמפורט בתחילת השאלה:

$\bar{x} = 64$ **, עם סטיית תקן של** $S_x = 14$ **,** $\bar{y} = 72$ **, עם סטיית תקן של** $S_y = 9$ **.**

ידוע שמשוואת ישר הרגרסיה של הציונים בשנה זו הייתה $y = mx + 43.2$ **.**

(1) כיוון שקו הרגרסיה עובר בנקודת הממוצעים $(64, 72)$ **, שלא השתנתה, נציב את שיעוריה במשוואה.**

$$72 = m \cdot 64 + 43.2$$

$$28.8 = 64m \quad / : 64$$

$$\boxed{m = 0.45}$$

תשובה: הערך של m **הוא** 0.45.

(2) נמצא את מקדם המתאם (r) **, של הציונים בשנה זו.**

$$m = r \cdot \frac{s_y}{s_x}$$

$$0.45 = r \cdot \frac{9}{14} \quad / : (\frac{9}{14})$$

$$\boxed{r = 0.7}$$

תשובה: מקדם המתאם של הציונים בשנה זו הוא 0.7 **(** $r = 0.7$ **).**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=(4-3x)\cdot e^{3x}$.

תשובה: תחום ההגדרה הוא כל x .

ב. בנקודת חיתוך עם ציר ה- y **מתקיים** $x=0$ **:** $f(0)=(4-3\cdot 0)\cdot e^{3\cdot 0}=4 \quad \rightarrow \boxed{(0,4)}$.

בנקודת חיתוך עם ציר ה- x **מתקיים** $y=0$.

$$(4-3x)e^{3x}=0$$
$$4-3x=0 \quad \leftarrow e^{3x}>0$$
$$4=3x$$
$$x=1\frac{1}{3} \quad \rightarrow \boxed{(1\frac{1}{3},\ 0)}$$

תשובה: $(0,4)$ **,** $(1\frac{1}{3},\ 0)$.

ג. (1)נמצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ **, ונקבע את סוגה.**

$$\boxed{f(x)=(4-3x)\cdot e^{3x}}$$
$$f'(x)=-3\cdot e^{3x}+(4-3x)\cdot 3e^{3x}$$
$$f'(x)=3e^{3x}(-1+4-3x)$$
$$\boxed{f'(x)=3e^{3x}(-3x+3)}$$
$$-3x+3=0 \quad \leftarrow e^{3x}>0$$
$$x=1 \quad \rightarrow \boxed{(1,e^3)}$$
$$\left.\begin{matrix} f'(0)>0 \\ f'(2)<0 \end{matrix}\right\} \boxed{(1,e^3),\quad \max}$$

תשובה: $(1,e^3)$ **, מקסימום.**

(2) נרשום את תחומי העלייה והירידה של $f(x)$ **, המוגדרת לכל** x **, עם נקודת מקסימום** $(1,e^3)$.

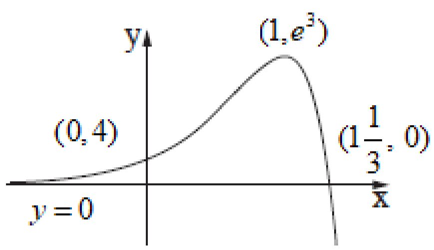
תשובה: $f(x)$ **עולה בתחום** $x<1$ **, ויורדת בתחום** $x>1$.

ד. שתי הצבות, מימין ומשמאל, למציאת אסימפטוטות אופקיות, אם ישנן.

כאשר $x\rightarrow +\infty$ **, למשל** $f(10)=-2.8\cdot 10^{14} \rightarrow -\infty$ **, ואין אסימפטוטה אופקית לימין.**

כאשר $x\rightarrow -\infty$ **, למשל** $f(-10)=+3.2\cdot 10^{-12} \rightarrow 0^+$ **, והישר** $y=0$ **אסימפטוטה אופקית לשמאל.**

$f(x)=(4-3x)\cdot e^{3x}$



תשובה: הסקיצה מעל.

ה. נתונה הפונקציה $g(x)=-2\cdot f(x)-1$ **, שהיא הכפלה פי** (-2) **של** $f(x)$ **,**

וכתוצאה מכך מתחלפים תחומי עלייה וירידה, וסוג הקיצון משתנה,

ולאחר מכן תזוזה אנכית ביחידה אחת, כלפי מטה.

(1) בהתאם נקודת הקיצון היא : $(1,-2e^3-1)$ **, מינימום.**

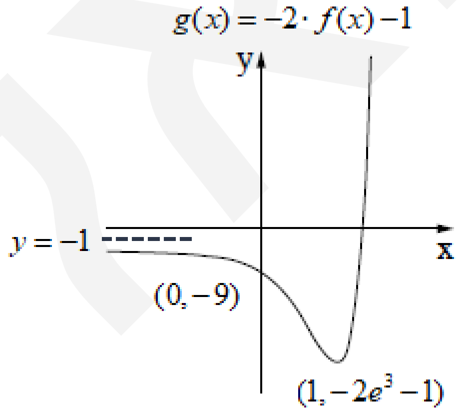
ניתן לראות זאת, גם לפי הנגזרת: $g'(x)=-2\cdot f'(x)$ **,**

כאשר תחומי עלייה וירידה מתחלפים, וסוג הקיצון משתנה, עבור אותו שיעור x **שבו מתאפסת הנגזרת.**

תשובה: $(1,-2e^3-1)$ **, מינימום.**

(2) נראה מספר שיקולים נוספים, לבחירת גרף הפונקציה $g(x)$ **.**

- **ציר** y **:** $\boxed{(0,-9)}$ $\rightarrow$ $g(0)=-2\cdot f(0)-1=-2\cdot 4-1=-9$ **.**
- **כאשר** $x\rightarrow-\infty$ **, למשל** $g(x)\rightarrow-2\cdot 0-1\rightarrow-1$ **, והישר** $y=-1$ **אסימפטוטה אופקית לשמאל.**



III

תשובה: גרף III **מתאר את גרף הפונקציה** $g(x)$ **.**

<u>דרך נוספת להסבר</u>

לפי תת סעיף ה(1) מתקבלת לפונקציה $g(x)$ **נקודת מינימום יחידה ברביע הרביעי, ולכן רק גרף** III **עונה על התנאי הזה לעומת שני הגרפים האחרים, שאינם עונים על תנאי זה (גרף** I **מכיל נקודת מקסימום יחידה ברביע הרביעי, וגרף** II **מכיל נקודת מינימום יחידה ברביע השלישי).**

א. נתונה הפונקציה $\boxed{f(x)=\left(\ell n\,x\right)^3-3\left(\ell n\,x\right)^2}$.

בתחום ההגדרה הביטוי שמקבלת הפונקציה הלוגריתמית צ"ל חיובי.

תשובה: תחום ההגדרה הוא $x>0$.

ב. בנקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x **מתקיים** $y=0$.

$$0=\left(\ell n\,x\right)^3-3\left(\ell n\,x\right)^2$$
$$0=\left(\ell n\,x\right)^2(\ell n\,x-3)$$
$$\ell n\,x=0\quad\rightarrow x=e^0=1\quad\rightarrow \boxed{(1,0)}$$
$$\ell n\,x=3\quad\rightarrow x=e^3\quad\rightarrow \boxed{(e^3,0)}$$

אין נקודת חיתוך עם ציר ה- y **, כי בתחום ההגדרה** $x>0$.

תשובה: $(1,0)$ **,** $(e^3,0)$ **.**

ג. נמצא את שיעור נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ **, ונקבע את סוגן.**

$$f(x)=\frac{3\left(\ell n\,x\right)^2}{x}-\frac{6\ell n\,x}{x}$$
$$\boxed{f'(x)=\frac{3\ell n\,x(\ell n\,x-2)}{x}}$$
$$\ell n\,x=0\quad\rightarrow x=1\quad\rightarrow \boxed{(1,0)}$$
$$\ell n\,x=2\quad\rightarrow x=e^2\quad\rightarrow \boxed{(e^2,-4)}$$
$$\left.\begin{array}{l} f'(0.5)>0 \\ f'(2)<0 \\ f'(8)>0 \end{array}\right\}\boxed{(1,0),\max,(e^2,-4),\min}$$

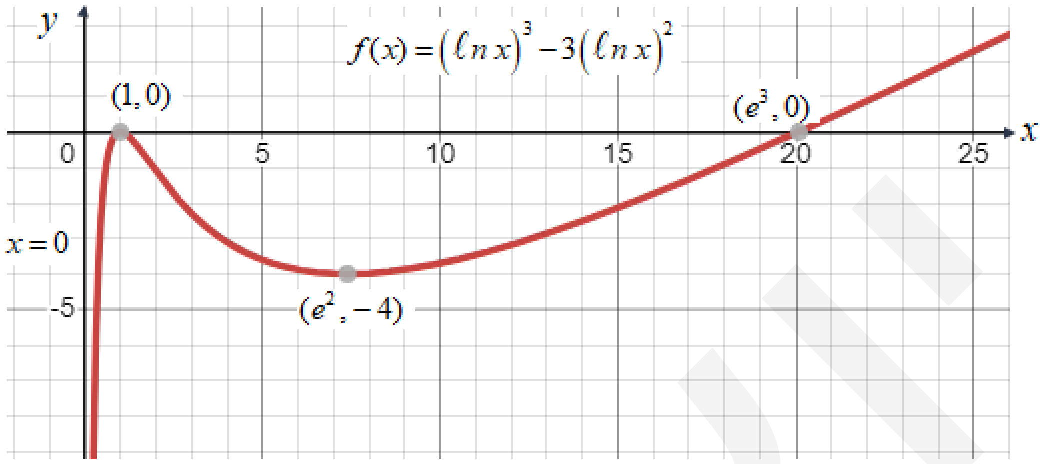
תשובה: $(e^2,-4)$ **מינימום,** $(1,0)$ **מקסימום.**

ד. נסרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

שתי הצבות ליתר ביטחון, בתוך תחום ההגדרה, למציאת אסימפטוטות ולהתמצאות כללית .

כאשר $x \to +\infty$ **, למשל** $f(1000) = 186 \to +\infty$ **, ואין אסימפטוטה אופקית לימין.**

כאשר $x \to 0$ **, למשל** $f(0.00001) = -1923 \to -\infty$ **, והישר** $x = 0$ **אסימפטוטה אנכית.**



ה. (1) $f\,'(x)$ **חיובית, כאשר** $f(x)$ **עולה, ושלילית כאשר** $f(x)$ **יורדת .**

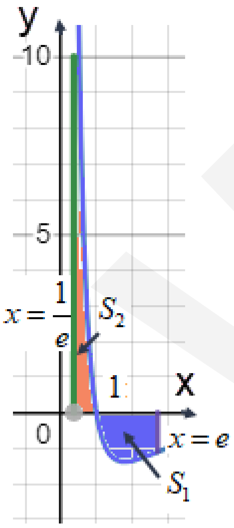
נרשום את תחומי החיוביות והשליליות של פונקציית הנגזרת $f\,'(x)$ **, תוך מבט על הסקיצה של** $f(x)$ **.**

תשובה: פונקציית הנגזרת $f\,'(x)$ **חיובית עבור** $x > e^2$ **או** $0 < x < 1$ **, ושלילית עבור** $1 < x < e^2$ **.**

(2) בתחום $\frac{1}{e} \le x \le 1$ **מתקיים** $f\,'(x) \ge 0$ **, ולכן גרף הנגזרת נמצא מעל ציר ה-** x **.**

בתחום $1 \le x \le e$ **מתקיים** $f\,'(x) \le 0$ **, ולכן גרף הנגזרת נמצא מתחת ציר ה-** x **.**

נחשב את השטח המבוקש, כחיבור של שני שטחים (מצורף גרף הנגזרת, שאין כמובן חובה לציירו).



$$S_1 = \int_1^e (0 - f\,'(x))\,dx$$

$$S_1 = -f(x)\Big]_1^e$$

$$x = e: \quad -\left(\left(\ell n\, e\right)^3 - 3(\ell n\, e)^2\right) = 2$$

$$x = 1: \quad -\left(\left(\ell n\, 1\right)^3 - 3(\ell n\, 1)^2\right) = 0$$

$$S_1 = 2 - 0$$

$$\boxed{S_1 = 2}$$

$$S_2 = \int_{1/e}^1 (f\,'(x) - 0)\,dx$$

$$S_2 = f(x)\Big]_{1/e}^1$$

$$x = 1: \quad \left(\left(\ell n\, 1\right)^3 - 3(\ell n\, 1)^2\right) = 0$$

$$x = \frac{1}{e}: \quad \left(\left(\ell n\, \frac{1}{e}\right)^3 - 3(\ell n\, \frac{1}{e})^2\right) = -4$$

$$S_2 = 0 - (-4)$$

$$\boxed{S_2 = 4}$$

$$S = S_1 + S_2 = 2 + 4 = 6$$

תשובה: השטח המוגבל הוא 6 **יח"ר .**

א. הפונקציות $f(x)$ **ו-** $f'(x)$ **מוגדרות לכל** x .

נתון: $f'(x)=e^{x}-e^{2-x}$.

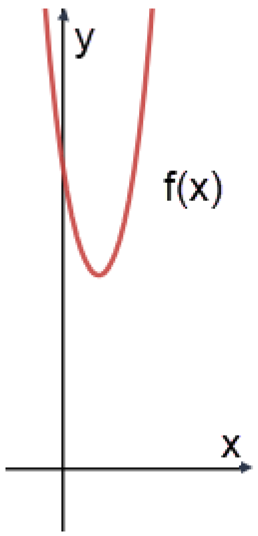
נמצא את שיעור נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ **, ונקבע את סוגה.**

$$\boxed{f'(x)=e^{x}-e^{2-x}}$$
$$0=e^{x}-e^{2-x}$$
$$e^{2-x}=e^{x}$$
$$2-x=x$$
$$2=2x$$
$$x=1$$
$$\boxed{f''(x)=e^{x}+e^{2-x}}$$
$$f''(x)>0 \quad \rightarrow \boxed{x=1,\min}$$

תשובה: $x=1$ **, מינימום .**

ב. נתון כי $f(x)$ **חיובית לכל** x **, ומצאנו כי** $x=1$ **מינימום.**

וסקיצה אפשרית של $f(x)$ **היא:**



תשובה: הסרטוט מעל.

ג. $f(x)$ **היא הפונקציה הקדומה של** $f'(x)$.

$$f(x)=\int f'(x)\,dx$$

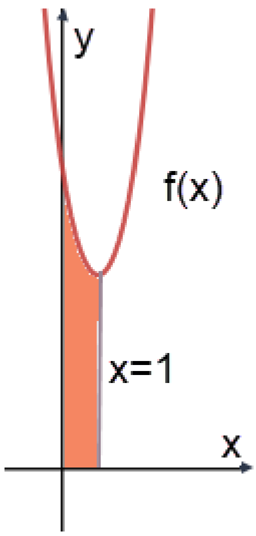
$$f(x)=\int (e^{x}-e^{2-x})\,dx$$

$$f(x)=e^{x}-\frac{e^{2-x}}{-1}+c$$

$$\boxed{f(x)=e^{x}+e^{2-x}+c}$$

תשובה: אפשרות (4) יכולה לתאר את הפונקציה $f(x)$.

ד. (1) נתון כי השטח, הצבוע בכתום משמאל, שווה ל- $e^{2}+e-1$.



$$S=\int_{0}^{1}(e^{x}+e^{2-x}+c-0))\,dx$$

$$S=(e^{x}+\frac{e^{2-x}}{-1}+cx)\Big]_{0}^{1}$$

$$S=(e^{x}-e^{2-x}+cx)\Big]_{0}^{1}$$

$$\left.\begin{aligned}x=1:&\quad e^{1}-e^{2-1}+c\cdot 1=c\\ x=0:&\quad e^{0}-e^{2-0}+c\cdot 0=1-e^{2}\end{aligned}\right\}S=c-(1-e^{2})$$

$$\boxed{S=c-1+e^{2}}$$

$$c-1+e^{2}=e^{2}+e-1$$

$$\boxed{c=e}$$

תשובה: $c=e$.

(2) נציב $c=e$ **ונקבל ש-** $f(x)=e^{x}+e^{2-x}+e$.

בנקודת המינימום מתקיים $x=1$.

$f(1)=e^{1}+e^{2-1}+e=e+e+e=3e$.

תשובה: ערך ה- y **, של נקודת הקיצון של הפונקציה** $f(x)$ **, הוא** $3e$.