יואל גבע
לא מתפשרים.

שאלון 35472 מועד ב׳
קיץ תשפ״ב

מורים יקרים,
החל משנת 2022, נוספו סמלי שאלון המציינים את השאלונים לפי התוכנית החדשה במתמטיקה.
להלן השינויים:
שאלון 182 (801) שונה ל- 172
שאלון 381 (802) שונה ל- 371
שאלון 382 (803) שונה ל- 372
שאלון 481 (804) שונה ל- 471
שאלון 482 (805) שונה ל- 472
שאלון 581 (806) שונה ל- 571
שאלון 582 (807) שונה ל- 572

בהתאם לכך, מצורף פתרון בחינת בגרות לשאלון 35472 מועד ב׳ קיץ תשפ״ב.

תודה מיוחדת למר עפר ילין על כתיבת הפתרונות ועריכת קובץ זה.

א. בפירמידה המשולשת $ABCD$, הפאות ABD ו- ACD הן משולשים שווה שצלעות.

נתון ש- $|\underline{u}|=|\underline{v}|=|\underline{w}|=6$ **, ומכאן שאורכי כל הצלעות, בשתי הפאות האלו, הם** 6 .

כל הזוויות, במשולש שווה צלעות, שוות ל- 60°.

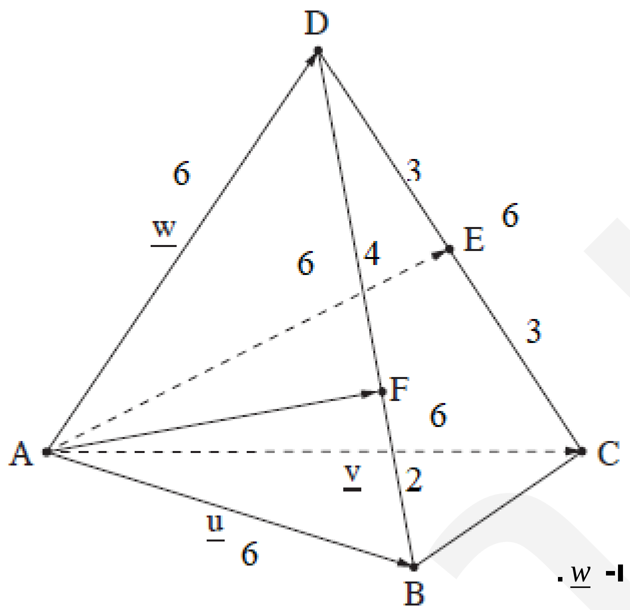
$$\Delta ABD: \quad \underline{u}\cdot\underline{w}=|\underline{u}|\cdot|\underline{w}|\cdot\cos\sphericalangle DAB = 6\cdot 6\cdot\cos 60^\circ = 18$$

$$\Delta ACD: \quad \underline{v}\cdot\underline{w}=|\underline{v}|\cdot|\underline{w}|\cdot\cos\sphericalangle DAC = 6\cdot 6\cdot\cos 60^\circ = 18$$

נתון ש- $\sphericalangle BAC = 45^\circ$ **ובהתאם:**

$$\Delta ABC: \quad \underline{u}\cdot\underline{v}=|\underline{u}|\cdot|\underline{v}|\cdot\cos\sphericalangle BAC = 6\cdot 6\cdot\cos 45^\circ = 18\sqrt{2}$$

תשובה: $\underline{u}\cdot\underline{v}=18\sqrt{2}$, $\underline{u}\cdot\underline{w}=18$, $\underline{v}\cdot\underline{w}=18$.



ב. מה עוד ניתן ללמוד מהנתונים ?

$\boxed{\overrightarrow{AB}=\underline{u}}$ $\boxed{|\underline{u}|=6}$ $\boxed{\underline{u}^2=36}$

$\boxed{\overrightarrow{AC}=\underline{v}}$ $\boxed{|\underline{v}|=6}$ $\boxed{\underline{v}^2=36}$

$\boxed{\overrightarrow{AD}=\underline{w}}$ $\boxed{|\underline{w}|=6}$ $\boxed{\underline{w}^2=36}$

$\underline{u}\cdot\underline{v}=18\sqrt{2}$

$\underline{u}\cdot\underline{w}=18$

$\underline{v}\cdot\underline{w}=18$

(1) נביע את הווקטורים $\overrightarrow{CD}$ **ו-** $\overrightarrow{BD}$ **, באמצעות** $\underline{u}$, $\underline{v}$ **ו-** $\underline{w}$.

$$\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AD}$$

$$\boxed{\overrightarrow{CD}=-\underline{v}+\underline{w}}$$

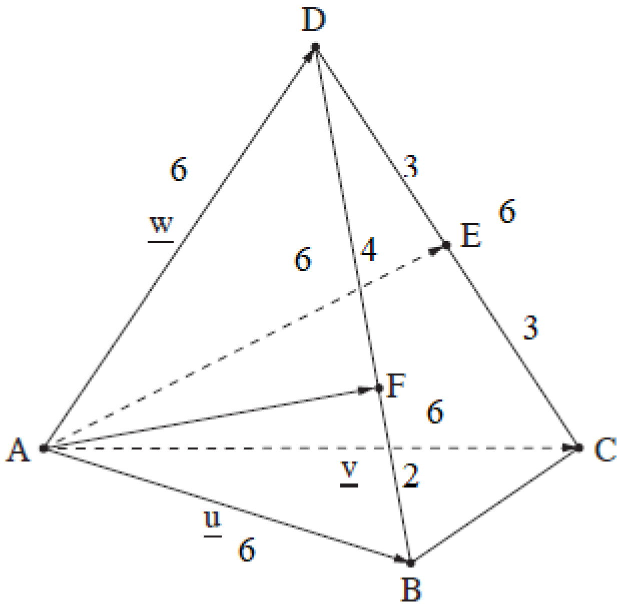
$$\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AD}$$

$$\boxed{\overrightarrow{BD}=-\underline{u}+\underline{w}}$$

תשובה: $\overrightarrow{CD}=-\underline{v}+\underline{w}$, $\overrightarrow{BD}=-\underline{u}+\underline{w}$.

(2) נביע את הווקטורים $\overrightarrow{AE}$ **ו-** $\overrightarrow{AF}$ **, באמצעות** $\underline{u}$, $\underline{v}$ **ו-** $\underline{w}$.

הנקודה E **היא אמצע המקטע** CD.



$$\overrightarrow{AE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$$

$$\boxed{\overrightarrow{AE}=\frac{1}{2}\underline{v}+\frac{1}{2}\underline{w}}$$

או לאט יותר:

$$\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AD}+\frac{1}{2}\overrightarrow{DC}$$

$$\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AD}+\frac{1}{2}(\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AC})$$

$$\overrightarrow{AE}=\underline{w}-\frac{1}{2}\underline{w}+\frac{1}{2}\underline{v}$$

$$\boxed{\overrightarrow{AE}=\frac{1}{2}\underline{v}+\frac{1}{2}\underline{w}}$$

הנקודה F **נמצאת על המקטע** BD **, כך ש-** $BF:FD=1:2$.

$$\overrightarrow{AF}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$$

$$\boxed{\overrightarrow{AF}=\frac{2}{3}\underline{u}+\frac{1}{3}\underline{w}}$$

או לאט יותר:

$$\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AD}+\frac{2}{3}\overrightarrow{DB}$$

$$\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AD}+\frac{2}{3}(\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AB})$$

$$\overrightarrow{AF}=\underline{w}-\frac{2}{3}\underline{w}+\frac{2}{3}\underline{u}$$

$$\boxed{\overrightarrow{AF}=\frac{2}{3}\underline{u}+\frac{1}{3}\underline{w}}$$

תשובה: $\overrightarrow{AE}=\frac{1}{2}\underline{v}+\frac{1}{2}\underline{w}$ **,** $\overrightarrow{AF}=\frac{2}{3}\underline{u}+\frac{1}{3}\underline{w}$.

ג. נבדוק את שלוש הטענות.

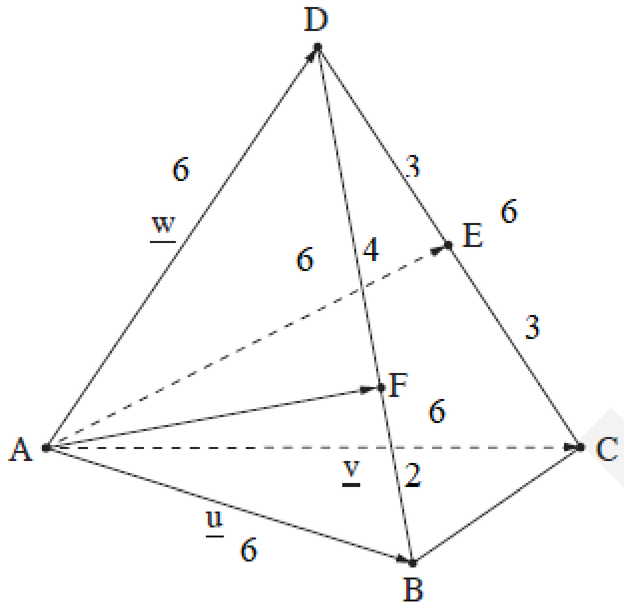
(1) טענה: " $\overrightarrow{CD}$ **מאונך ל-** $\overrightarrow{AE}$ **".**

נשים לב שב- ΔACD **:** AE **הוא תיכון לצלע** CD,

ומכיוון שזה משולש שווה צלעות, הרי שהתיכון מתלכד עם הגובה,

ולכן $\overrightarrow{CD}$ **מאונך ל-** $\overrightarrow{CE}$**, והטענה נכונה.**

או, שלאט יותר:



$\boxed{\overline{AB} = \underline{u}}$ $\boxed{|\underline{u}| = 6}$ $\boxed{\underline{u}^2 = 36}$

$\boxed{\overline{AC} = \underline{v}}$ $\boxed{|\underline{v}| = 6}$ $\boxed{\underline{v}^2 = 36}$

$\boxed{\overline{AD} = \underline{w}}$ $\boxed{|\underline{w}| = 6}$ $\boxed{\underline{w}^2 = 36}$

$\underline{u} \cdot \underline{v} = 18\sqrt{2}$

$\underline{u} \cdot \underline{w} = 18$

$\underline{v} \cdot \underline{w} = 18$

$$\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{CD} = (\frac{1}{2}\underline{v} + \frac{1}{2}\underline{w}) \cdot (-\underline{v} + \underline{w})$$

$$\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{CD} = -\frac{1}{2} \cdot \underline{v}^2 + \frac{1}{2}\underline{v}\underline{w} - \frac{1}{2}\underline{v}\underline{w} + \frac{1}{2}\underline{w}^2$$

$$\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{CD} = -\frac{1}{2} \cdot 36 + \frac{1}{2} \cdot 36$$

$$\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{CD} = 0 \quad \rightarrow \boxed{\overrightarrow{AE} \perp \overrightarrow{CD}}$$

תשובה: הטענה נכונה, $\overrightarrow{CD}$ **מאונך ל-** $\overrightarrow{AE}$.

(2) טענה: " $\overrightarrow{CD}$ **מאונך ל-** $\overrightarrow{AF}$ **".**

$$\overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{CD} = (\frac{2}{3}\underline{u} + \frac{1}{3}\underline{w}) \cdot (-\underline{v} + \underline{w})$$

$$\overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{CD} = -\frac{2}{3}\underline{u}\underline{v} + \frac{2}{3}\underline{u}\underline{w} - \frac{1}{3}\underline{v}\underline{w} + \frac{1}{3}\underline{w}^2$$

$$\overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{CD} = -\frac{2}{3} \cdot 18\sqrt{2} + \frac{2}{3} \cdot 18 - \frac{1}{3} \cdot 18 + \frac{1}{3} \cdot 36$$

$$\overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{CD} \neq 0 \quad \rightarrow \boxed{\overrightarrow{AF} \not\perp \overrightarrow{CD}}$$

תשובה: הטענה אינה נכונה, $\overrightarrow{CD}$ **אינו מאונך ל-** $\overrightarrow{AF}$.

(3) טענה: " $\overrightarrow{CD}$ **מאונך למישור** EAF**".**

כאשר וקטור מאונך למישור, אז הוא מאונך לכל וקטור במישור.

כיוון, שהראינו כי $\overrightarrow{CD}$ **אינו מאונך ל-** $\overrightarrow{AF}$ **שנמצא במישור** EAF,

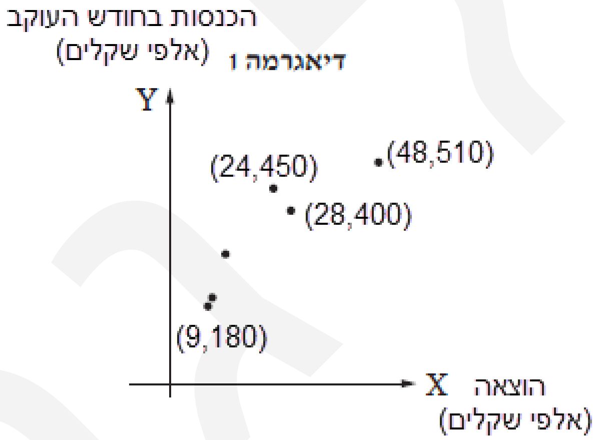
הרי ש- $\overrightarrow{CD}$ **אינו מאונך למישור זה.**

תשובה: הטענה אינה נכונה, $\overrightarrow{CD}$ **אינו מאונך למישור** EAF.

א. מנהל חברה בדק את הקשר בין ההוצאה החודשית של החברה על פרסום מוצריה (x),
ובין ההכנסות מן המכירות שלה בחודש שלאחר מכן (y) . הנתונים הם באלפי שקלים.
האוכלוסייה שנבדקה היא נתונים מכמה חודשים רצופים.

ההוצאה על פרסום (x)	9	10	13	24	28	48
הכנסות ממכירות בחודש שלאחר מכן (y)	180	200	300	450	400	510

התוצאות שהתקבלו הן: ממוצע ההוצאות לחודש על פרסום $\bar{x} = 22$, עם סטיית תקן של $S_x = 13.6$,
ממוצע ההכנסות ממכירות לחודש הוא $\bar{y} = 340$, עם סטיית תקן של $S_y = 123.4$,
דיאגרמה (1) מתאימה לנתונים שבטבלה (שיעורי נקודות הוספו לציור להמחשה),
שמראים כי כאשר ההוצאה גדלה, גדלות גם ההכנסות בחודש שלאחר מכן (למעט חריגה אחת).



תשובה: דיאגרמה (1) מתארת את הקשר בין שני המשתנים.

ב. כפי שאמרנו, ניתן לראות שקיימת מגמה של עלייה, ולכן נצפה לראות מקדם מתאם חיובי.
ניתן גם לראות שאין קו ישר, שעליו תהיינה כל הנקודות (יש גם חודש שבו הייתה ירידה),
ולכן מקדם המתאם אינו דטרמיניסטי $(r = 1)$, ומקדם מתאם $r = 0.9$ נראה מתאים ביותר.
תשובה: $r = 0.9$ הוא מקדם מתאם, שנראה כי מתאים לנתונים.

ג. נמצא את משוואת קו הרגרסיה לניבוי ההכנסה בחודש העוקב y , על פי ההוצאה על פרסום x.

נמצא תחילה את שיפוע קו הרגרסיה: $m = r \cdot \frac{s_y}{s_x} = 0.9 \cdot \frac{123.4}{13.6} \approx 8.166$.

נמצא את משוואת קו הרגרסיה, שעובר בנקודת הממוצעים $(22, 340)$:

$$y - \bar{y} = m(x - \bar{x})$$
$$y - 340 = 8.166(x - 22)$$
$$y - 340 = 8.166x - 179.652$$
$$\boxed{y = 8.166x + 160.348}$$

תשובה: משוואת קו הרגרסיה, לניבוי ההכנסות ממכירות , כתלות בהוצאה על פרסום,
היא $y = 8.166x + 160.348$.

ד. נמצא מהי ההכנסה (y) **המשוערת (באלפי שקלים), בהתאם להוצאה של** $19{,}000$ **שקלים.**

נשים לב שנתון של 19 **הוא בתחום של נתוני ההוצאות שנמדדו, ולכן ניתן להעריך את ההכנסה.**

נציב $x = 19$ **, במשוואת קו הרגרסיה:** $y = 8.166 \cdot 19 + 160.348 = 315.502 \approx 315.5$.

תשובה: ההערכה להכנסות ממכירות, בעבור הוצאה של $19{,}000$ **שקלים לחודש על פרסום,**
היא בערך 315.5 **אלפי שקלים.**

ה. החברה המירה את ההוצאות וההכנסות בשקלים להוצאות והכנסות בדולרים,
כאשר המשמעות היא שכל הנתונים שבטבלה קטנו בערך פי 3 .

(1) חילוק פי מספר קבוע, לכל אחד מן הנתונים, מקטינה את הממוצע בדיוק פי אותו קבוע.

תשובה: ממוצע ההוצאות לפרסום ירד פי 3 **(והגיע ל-** $\bar{x} = 7\frac{1}{3}$**).**

(2) החילוק בקבוע, של כל אחד מן הנתונים, מקטינה את הפיזור של האוכלוסייה פי אותו קבוע.

תשובה: S_x **, סטיית התקן של ההוצאה לפרסום קטנה פי** 3 **(**$S_x = 4\frac{8}{15}$**).**

(3) מקדם המתאם שווה לממוצע מכפלות ציוני התקן.

$$r = \frac{1}{N \cdot S_x \cdot S_y}\left((x_1 - \bar{x})(y_1 - \bar{y}) + \ldots + (x_N - \bar{x})(y_N - \bar{y})\right)$$

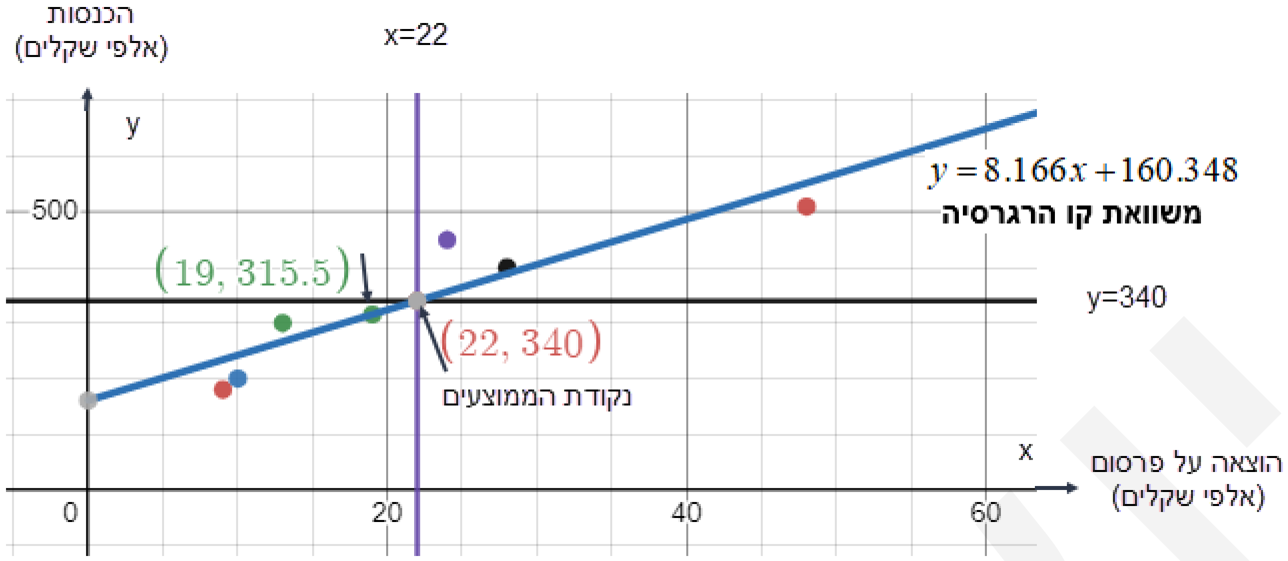
עם השינוי בשיטת הרישום, קטנו גם הסטייה מהממוצע, של $(x_N - \bar{x})$ **ו-** $(y_N - \bar{y})$ **פי** 3,

ובמקביל קטנו גם שתי סטיות התקן פי 3 **, ולכן הן המונה והן המכנה קטנו פי** 9 ,

ומקדם המתאם (r) **נותר ללא שינוי.**

תשובה: r **, מקדם המתאם, לא השתנה (**$r = 0.9$**).**

הערה



הכנסות
(אלפי שקלים)
x=22
y
500
(19, 315.5)
y=8.166x+160.348
משוואת קו הרגרסיה
y=340
(22, 340)
נקודת הממוצעים
x
הוצאה על פרסום
(אלפי שקלים)
0
20
40
60

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\dfrac{x^2}{e^x}$.

e^x **חיובי לכל** x **, ולכן המכנה חיובי ואינו מתאפס.**

(נשים לב ש- $f(x)\ge 0$ **לכל** x**.)**

תשובה: תחום ההגדרה הוא כל x .

ב. בנקודת חיתוך עם ציר ה- x **מתקיים** $y=0$.

$$\frac{x^2}{e^x}=0$$

$$x^2=0 \quad \rightarrow x=0 \quad \rightarrow \boxed{(0,\,0)}$$

תשובה: שיעורי נקודת החיתוך, של גרף הפונקציה $f(x)$ **עם ציר ה-** x **, הם** $(0,\,0)$.

ג. נמצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ **, ונקבע את סוגן.**

$$\boxed{f(x)=\frac{x^2}{e^x}}$$

$$f'(x)=\frac{2xe^x-x^2e^x}{e^{2x}}$$

$$f'(x)=\frac{e^x(2x-x^2)}{e^{2x}}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{2x-x^2}{e^x}}$$

$$2x-x^2=0$$

$$x(2-x)=0$$

$$x=0 \quad \rightarrow \boxed{(0,0)}$$

$$x=2 \quad \rightarrow \boxed{(2,\frac{4}{e^2})}$$

$$\left.\begin{matrix} f'(-1)<0 \\ f'(1)>0 \end{matrix}\right\} \boxed{(0,0),\quad \text{min}}$$

$$\left.\begin{matrix} f'(1)>0 \\ f'(3)<0 \end{matrix}\right\} \boxed{(2,\frac{4}{e^2}),\quad \text{max}}$$

תשובה: שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ **הם** $(2,\dfrac{4}{e^2})$ **מקסימום,** $(0,0)$ **מינימום.**

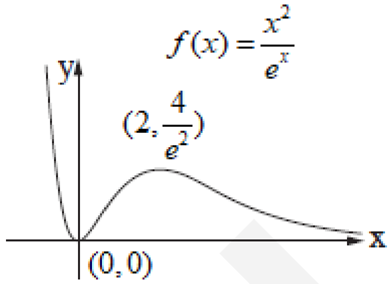
ד. נרשום את תחומי העלייה והירידה של $f(x)$ **, המוגדרת לכל** x **, בהתאם לסוג נקודות הקיצון.**

תשובה: $f(x)$ **עולה בתחום** $0<x<2$ **, ויורדת בתחום** $x>2$ **או** $x<0$.

ה. שתי הצבות, מימין ומשמאל, למציאת אסימפטוטות אופקיות, אם ישנן.

כאשר $x\to+\infty$ **, למשל** $f(10)=+4.5\cdot10^{-3}\to0^{+}$ **, והישר** $y=0$ **אסימפטוטה אופקית לימין.**

כאשר $x\to-\infty$ **, למשל** $f(-10)=2,220,646\to+\infty$ **, ואין אסימפטוטה אופקית לשמאל.**



תשובה: הסקיצה מעל.

ו. נתונה הפונקציה $g(x)$ **, המקיימת** $g(x)=-2f(x)$ **לכל** x .

זו טרנספורמציה של $f(x)$ **לאור ההכפלה פי** (-2) **של** $f(x)$.

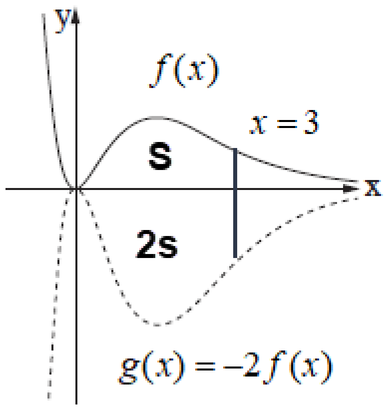
הפונקציה הופכת להיות אי-חיובית, כלומר $g(x)\le0$.

בנוסף, מתחלפים תחומי עלייה וירידה, וסוג הקיצון משתנה

ניתן לראות זאת, גם לפי הנגזרת: $g'(x)=-2\cdot f'(x)$,

כאשר תחומי עלייה וירידה מתחלפים, וסוג הקיצון משתנה, עבור אותו שיעור x **שבו מתאפסת הנגזרת.**

ההכפלה פי (-2) **גם מרחיקה פי** 2 **את גרף הפונקציה מציר ה-** x **, למעט כמובן ההשקה בראשית הצירים.**



תשובה: הסקיצה מעל (כולל סימון מתאים לסעיף ז).

ז. השטח בין $f(x)$ **ציר ה-** x **, והישר** $x=3$ **, שגודלו** S **מסומן בציור.**

השטח בין $g(x)$ **ציר ה-** x **, והישר** $x=3$ **, כפול (עקב ההכפלה פי** (-2) **ולכן הוא** $2S$.

מכאן, שהשטח בין שתי הפונקציות שווה ל- $3S$.

תשובה: השטח המבוקש, בין שתי הפונקציות והישר $x=3$ **, שווה ל-** $3S$.

או בדרך נוספת, כאשר S_1 **הינו השטח המבוקש להבעה באמצעות** S **בסעיף זה:**

$$S=\int_0^3[f(x)]dx$$

$$S_1=\int_0^3[f(x)-g(x)]dx=\int_0^3[f(x)-(-2f(x))]dx=\int_0^3[3f(x)]dx=3\cdot\int_0^3[f(x)]dx=3S$$

א. נתונה הפונקציה $\boxed{f(x)=a+(\ell n\,x)^2}$ **, כאשר** $a>0$ **הוא פרמטר.**

בתחום ההגדרה הביטוי שבתוך הפונקציה הלוגריתמית צ"ל חיובי.

תשובה: תחום ההגדרה הוא $x>0$.

ב. נמצא את שיעור נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ **, ונקבע את סוגה.**

$$\boxed{f'(x)=\frac{2\ell n\,x}{x}}$$

$$\ell n\,x=0 \quad \rightarrow x=1 \quad \rightarrow \boxed{(1,a)}$$

$$\left.\begin{matrix} f'(0.5)<0 \\ f'(2)>0 \end{matrix}\right\} \boxed{(1,a),\min}$$

תשובה: $(1,a)$ **מינימום.**

ג. נתונה הפונקציה $\boxed{g(x)=1+\ell n\,x}$ **, המוגדרת גם היא בתחום** $x>0$.

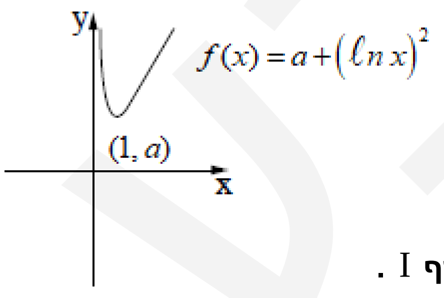
נמצא את תחומי העלייה והירידה שלה.

כיוון שהפונקציה $\ell n\,x$ **עולה לכל** $x>0$ **, ו-** $g(x)$ **היא הזזה אנכית** 1 **יחידה כלפי מעלה של** $\ell n\,x$**,**

אז גם $g(x)$ **עולה תמיד בתחום** $x>0$.

אפשר גם, כמובן, על ידי הנגזרת $g'(x)=\frac{1}{x}$. $x>0$ **ולכן** $g'(x)>0$ **ו-** $g(x)$ **עולה.**

תשובה: $g(x)$ **עולה בתחום** $x>0$ **, ויורדת לאף** x .



IV

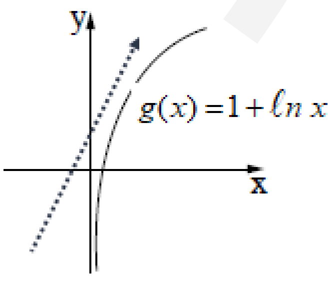
ד. לפונקציה $f(x)=a+(\ell n\,x)^2$ **יש נקודת מינימום** $(1,a)$.

כיוון שנתון כי $a>0$ **, הרי שנקודת המינימום היא ברביע הראשון,**

והגרף המתאים הוא גרף IV .

הפונקציה $g(x)=1+\ell n\,x$ **עולה לכל** $x>0$ **, ולכן הגרף המתאים הוא גרף** I .

תשובה: גרף IV **מתאר את** $f(x)$ **וגרף** I **מתאר את** $g(x)$.



I

ה. הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ נחתכים בשתי נקודות, כאשר $x=e$, הוא שיעור ה- x באחת מהן.

(1) נמצא את a .

$g(e)=1+\ell n\, e=1+1=2$ **, ולכן $(e,2)$ היא אחת מנקודות החיתוך.**

$$f(e)=2 \quad \to 2=a+\left(\ell n\, e\right)^2 \quad \to 2=a+1 \quad \to \boxed{a=1}$$

תשובה: $a=1$.

(2) $f(x)=1+\left(\ell n\, x\right)^2$ **. נמצא את נקודת החיתוך האחרת של הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.**

$$1+\left(\ell n\, x\right)^2=1+\ell n\, x$$

$$\left(\ell n\, x\right)^2-\ell n\, x=0$$

$$\ell n\, x(\ell n\, x-1)=0$$

$$\ell n\, x=0 \quad \to x=1 \quad \to \boxed{(1,1)}$$

תשובה: נקודת החיתוך האחרת, של שני הגרפים, היא $(1,1)$.

(3) נציב $x=2$, שהוא בתחום $1<x<e$ שבין שתי נקודות החיתוך,

כדי לראות איזו פונקציה מעל לשנייה בתחום זה.

$$\left.\begin{aligned} g(2)&=1+\ell n\, 2=1.693 \\ f(2)&=1+(\ell n\, 2)^2=1.48 \end{aligned}\right\} g(2)>f(2)$$

ומכאן ש- $f(x)<g(x)$ בתחום זה בלבד, כי יש רק שתי נקודות חיתוך בין שני הגרפים.

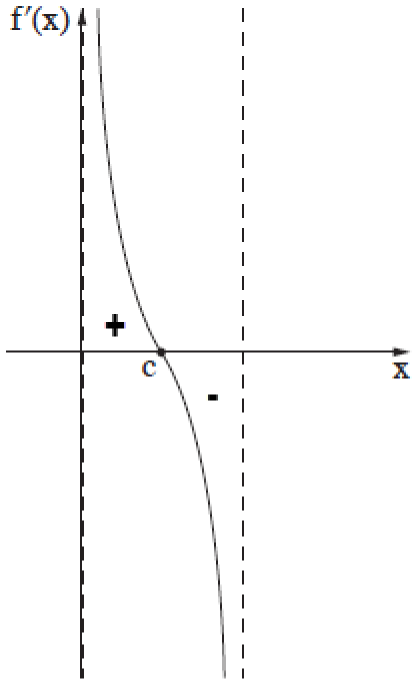
תשובה: $f(x)<g(x)$ בתחום $1<x<e$.

א. משמאל הגרף של $f'(x)$.

בנקודה שבה $x=c$, פונקציית הנגזרת עוברת מחיוביות לשליליות,

ולכן $x=c$ הוא שיעור המקסימום של נקודת הקיצון היחידה של $f(x)$.

תשובה: $x=c$, מקסימום.



ב. נתון: $f(x)=\ell n\,(4x-x^2)$.

בתחום ההגדרה, הביטוי שבתוך הפונקציה הלוגריתמית צ"ל חיובי.

$$4x-x^2>0$$
$$4x-x^2=0$$
$$x(4-x)=0$$
$$x=0, x=4$$

הביטוי $4x-x^2$ הוא של פרבולה הפוכה ("בוכה"),

והוא חיובי בתחום $0<x<4$.

תשובה: תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$ הוא $0<x<4$.

ג. נמצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

בנקודת החיתוך עם ציר ה- x מתקיים $y=0$.

$$\ell n\,(4x-x^2)=0$$
$$4x-x^2=1$$
$$0=x^2-4x+1$$
$$x=3.732 \quad \rightarrow \boxed{(3.732, 0)}$$
$$x=0.268 \quad \rightarrow \boxed{(0.268, 0)}$$

אין נקודות חיתוך עם ציר ה- y , לאור תחום ההגדרה.

תשובה: $(3.732, 0)$, $(0.268, 0)$.

ד. נמצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, ונמצא את ערכו של c .

כזכור $x=c$ מקסימום, וישנה רק נקודת קיצון אחת.

$$f(x)=\ell n\,(4x-x^2)$$

$$\boxed{f\,'(x)=\frac{4-2x}{4x-x^2}}$$

$$4-2x=0$$

$$-2x=-4$$

$$x=2 \quad \to \boxed{c=2}$$

$$f(2)=\ell n\,4 \quad \to \boxed{(2,\ell n\,4)}$$

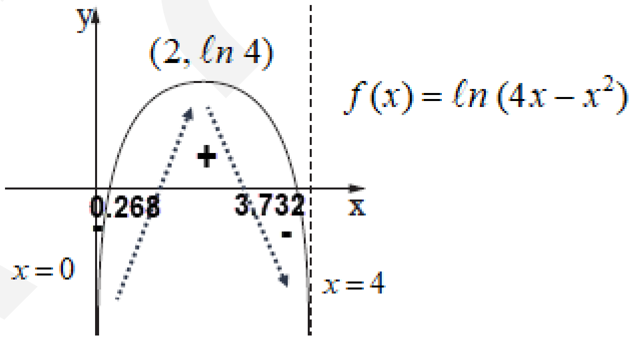
תשובה: $(2,\ell n\,4)$, $c=2$.

ה. נסרטט סקיצה של $f(x)$.

שתי הצבות, קרוב לתחום ההגדרה, למציאת אסימפטוטות אנכיות, אם ישנן.

כאשר $x\to 0^+$ **, למשל** $f(0.00001)=-10\to-\infty$ **, והישר** $x=0$ **אסימפטוטה אנכית.**

כאשר $x\to 4^-$ **, למשל** $f(3.99999)=-10\to-\infty$ **, והישר** $x=4$ **אסימפטוטה אנכית.**



תשובה: הסרטוט מעל (כולל הסברים לסעיף ו.

ו. נתונה הפונקציה $g(x)=f(x)\cdot f\,'(x)$.

ולכן $g(x)$ **חיובית, כאשר** $f(x)$ **חיובית ועולה, או שלילית ויורדת.**

תשובה: $g(x)$ **חיובית עבור** $3.732<x<4$ **או** $0.268<x<2$.

<u>העשרה</u>

אם לפונקציה $h(x)=4x-x^2$ **יש גרף של פרבולה בעלת מקסימום, עם קודקוד** $(2,4)$,

אז לפונקציה $f(x)=\ell n\,h(x)$ **יש, בתחום ההגדרה, מקסימום בנקודה** $(2,\ell n\,4)$.

תחום ההגדרה הוא, כמובן, תחום החיוביות של $h(x)$ **שהוא** $0<x<4$,

כאשר $f\,'(x)=\dfrac{h'(x)}{h(x)}$ **, ותחומי העלייה והירידה זהים במגבלות תחום ההגדרה.**