יואל גבע
לא מתפשרים.

שאלון 35471 מועד ב׳
קיץ תשפ״ב

מורים יקרים,
החל משנת 2022, נוספו סמלי שאלון המציינים את השאלונים לפי התוכנית החדשה במתמטיקה.
להלן השינויים:
שאלון 182 (801) שונה ל- 172
שאלון 381 (802) שונה ל- 371
שאלון 382 (803) שונה ל- 372
שאלון 481 (804) שונה ל- 471
שאלון 482 (805) שונה ל- 472
שאלון 581 (806) שונה ל- 571
שאלון 582 (807) שונה ל- 572

בהתאם לכך, מצורף פתרון בחינת בגרות לשאלון 35471 מועד ב׳ קיץ תשפ״ב.

תודה מיוחדת למר עפר ילין על כתיבת הפתרונות ועריכת קובץ זה.

א. תוכנית האימונים של נועם מתוארת על ידי סדרה חשבונית, כי בכל אימון, החל מהאימון השני,
שחה נועם 50 **מטר __יותר__ מבאימון שקדם לו, ולכן** $d=50$ **.**
המרחק ששחה נועם באימון השמיני גדול פי 2 **מן המרחק ששחה באימון הראשון, לכן:** $a_8=2a_1$ **.**

$$a_8=2a_1$$
$$a_1+7d=2a_1$$
$$7\cdot 50=a_1$$
$$\boxed{a_1=350}$$

תשובה: נועם שחה 350 **מטרים באימון הראשון.**

ב. (1) נבדוק האם ייתכן שבאחד האימונים שחה נועם 830 **מטרים __בדיוק__.**

$$a_n=830$$
$$a_1+(n-1)d=830$$
$$350+50(n-1)=830$$
$$50(n-1)=480 \quad /:50$$
$$n-1=9.6$$
$$\boxed{\cancel{n=10.6}}$$

הפתרון נפסל, כי מספר האימונים צריך להיות שלם וחיובי.
תשובה: לא ייתכן שבאחד האימונים שחה נועם 830 **מטרים בדיוק.**

(2) נבדוק באיזה אימון שחה נועם $1,000$ **מטרים בדיוק.**

$$a_n=1,000$$
$$a_1+(n-1)d=1,000$$
$$350+50(n-1)=1,000$$
$$50(n-1)=650 \quad /:50$$
$$n-1=13$$
$$\boxed{n=14}$$

תשובה: נועם שחה $1,000$ **מטרים בדיוק, באימון ה-** 14**.**

ג. נתון כי החל מהאימון ה- 15 (בדומה לאימון ה- 14) נועם שחה בדיוק $1,000$ מטרים בכל אימון.

ידוע כי עד לתחרות שחה נועם, בכל האימונים, $25,450$ מטר סך הכול.

ב- 14 האימונים הראשונים שחה נועם $9,450$ מטרים $= S_{14} = \frac{14[2\cdot 350+50(14-1)]}{2}$.

לכן, נותרו לו עוד $16,000$ מטרים $= 25,450-9,450$ עד סוף האימון.

כיוון שהוא שחה , בשאר האימונים, $1,000$ מטרים בכל אימון,

אז מספר ימי האימון הנוספים הוא: $16,000:1,000=16$,

וסך כול ימי האימון הוא $14+16=30$.

תשובה: נועם התאמן 30 אימונים, סך הכול, לקראת התחרות.

א. בטבלת השכיחויות מוצגת התפלגות מספר המכוניות למשפחה בישוב א'.

x - מספר המכוניות למשפחה	0	1	2	3	סה"כ
f - מספר המשפחות	30	y	x	6	$36+x+y$

ידוע כי בישוב א' יש בממוצע מכונית אחת למשפחה.

סכום הסטיות מהמוצע הוא אפס.

לכן: $\boxed{x=18} \leftarrow -1\cdot 30+1\cdot x+2\cdot 6=0$.

או לאט יותר:

$$1=\frac{0\cdot 30+1\cdot y+2\cdot x+3\cdot 6}{36+x+y}$$

$$36+x+y=y+2x+18$$

$$-x=-18$$

$$\boxed{x=18}$$

תשובה: $x=18$ **(מספר המשפחות בישוב א', שיש ברשותן** 2 **מכוניות, הוא** 18 **).**

ב. נעדכן את טבלת השכיחויות.

x - מספר המכוניות למשפחה	0	1	2	3	סה"כ
f - מספר המשפחות	30	y	18	6	$54+y$

נתון כי סטיית התקן, של מספר המכוניות במשפחה בישוב א', היא $\frac{6}{7}$.

(1) נמצא את מספר המשפחות ביישוב א'.

$$\frac{6}{7}=\sqrt{\frac{(0-1)^2\cdot 30+(1-1)^2\cdot y+(2-1)^2\cdot 18+(3-1)^2\cdot 6}{54+y}}$$

$$\frac{36}{49}=\frac{72}{54+y} \quad /:36$$

$$\frac{1}{49}=\frac{2}{54+y}$$

$$54+y=98$$

$$\boxed{y=44}$$

ובהתאם, מספר המשפחות הוא $54+44=98$

תשובה: מספר המשפחות בישוב א' הוא 98 .

(2) נעדכן את טבלת השכיחויות.

נוסיף שורה בטבלה, כסיוע לחישוב החציון.

x - **מספר המכוניות למשפחה**	0	1	2	3	**סה"כ**
f - **מספר המשפחות**	30	44	18	6	98
שכיחות מצטברת	30 $(1-30)$	74 $(31-74)$	92 $(75-92)$	98 $(93-98)$	

מספר המכוניות השכיח הוא 1 שכן השכיחות שלו (44 משפחות) היא הגבוהה ביותר.

מספר המכוניות הוא זוגי (98), כאשר: $\frac{n+1}{2}=\frac{98+1}{2}=49.5$.

לכן החציון יהיה ממוצע מספר המכוניות, שבמקום ה- 49 וה- 50,

כאשר מסדרים את מספר המכוניות מקטן לגדול (או מגדול לקטן).

במקרה זה, הנתון ה- 49 וגם הנתון ה- 50 הוא 1 ולכן זהו החציון.

תשובה: בישוב א' – השכיח הוא השכיח הוא 1 (מכונית אחת למשפחה),

והחציון הוא גם 1 (מכונית אחת למשפחה).

ג. גם בישוב ב' יש משפחות שאין ברשותן מכוניות כלל, ומשפחות שיש ברשותן מכונית אחת עד שלוש.

מספר המכוניות ביישוב ב' שווה למספר המכוניות ביישוב א', כלומר 98 .

החציון של מספר המכוניות למשפחה ביישוב ב' הוא 0.5 .

כיוון שהחציון אינו אחד מהנתונים, כלומר אינו מספר מכוניות של אף משפחה (אינו שלם),

אז הוא ממוצע של שני נתונים – במקרה הזה של 0 מכוניות ו- 1 מכונית.

כיוון שמספר המשפחות שווה בשני היישובים,

הרי שהחציון הוא ממוצע מספר המכוניות, שבמקום ה- 49 וה- 50.

מכאן שלחצי מהמשפחות יש פחות ממכונית אחת, כלומר ל- 49 משפחות אין מכונית,

ול- 49 משפחות יש מכונית אחת או יותר (יש לפחות משפחה אחת עם מכונית אחת).

תשובה: ל- 49 משפחות ביישוב ב' אין מכוניות כלל.

א. לשירה יש סל ובו x כדורים, 12 ירוקים והשאר אדומים.

ההסתברות להוצאת שני כדורים ירוקים, עם החזרה, היא 0.36 .

אם p היא ההסתברות להוצאת כדור ירוק, אז $p^2 = 0.36$ ו- $p = 0.6$.

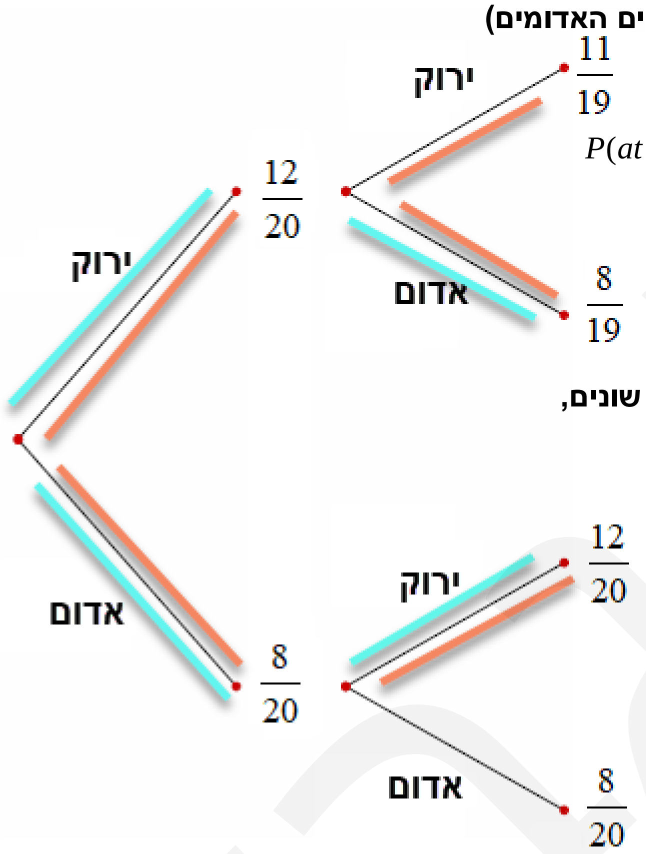
לכן מספר הכדורים בסל הוא $12 : 0.6 = 20$, ומכאן ש- $x = 20$.

תשובה: $x = 20$ (בסל יש 12 כדורים ירוקים, ו- 8 כדורים אדומים).

ב. נבנה עץ אפשרויות מתאים, עם החזרה עבור כדור אדום בלבד.

המאורע "הוצאת כדור ירוק אחד לפחות" (שלושת המסלולים האדומים)

הוא המאורע המשלים ל"הוצאת שני כדורים אדומים".



$$P(at\ least\ 1\ green\ ball) = 1 - p(2\ red\ balls) = 1 - \frac{8}{20} \cdot \frac{8}{20} = 0.84$$

תשובה: ההסתברות היא 0.84 .

ג. נחשב את ההסתברות ששירה הוציאה שני כדורים בצבעים שונים,

אם ידוע ששירה הוציאה לפחות כדור ירוק אחד.

אלו שני המסלולים הירוקים, משלושת המסלולים האדומים.

$$P(different\ colers\ /\ at\ least\ 1\ green\ ball) =$$

$$= \frac{P(different\ colers \cap at\ least\ 1\ green\ ball)}{P(at\ least\ 1\ green\ ball)} =$$

$$= \frac{\frac{12}{20} \cdot \frac{8}{19} + \frac{8}{20} \cdot \frac{12}{20}}{0.84} = \frac{\frac{234}{475}}{0.84} = \frac{78}{133}$$

תשובה: ההסתברות היא $\frac{78}{133}$.

ד. לשירה יש סל נוסף, שגם בו 12 כדורים ירוקים, ו- 8 כדורים אדומים.

מסל זה שירה מוציאה שני כדורים, <u>עם החזרה</u>, כאשר מהסל הראשון היא מוציאה באופן שתואר בסעיף ב.

נחשב את ההסתברות שכל ארבעת הכדורים שהוציאה שירה, משני הסלים, היו באותו צבע.

$$p(4\ balls\ of\ the\ same\ color) = p(4\ red\ balls) + p(4\ green\ balls) =$$

$$= (\frac{12}{20} \cdot \frac{11}{19}) \cdot (\frac{12}{20} \cdot \frac{12}{20}) + (\frac{8}{20} \cdot \frac{8}{20}) \cdot (\frac{8}{20} \cdot \frac{8}{20}) = \frac{297}{2,375} + \frac{16}{625} = \frac{1,789}{11,875}$$

תשובה: ההסתברות, להוצאת ארבעה כדורים באותו הצבע, היא $\frac{1,789}{11,875}$.

א. המעגל עובר בנקודות O , C, E **ו-** A .

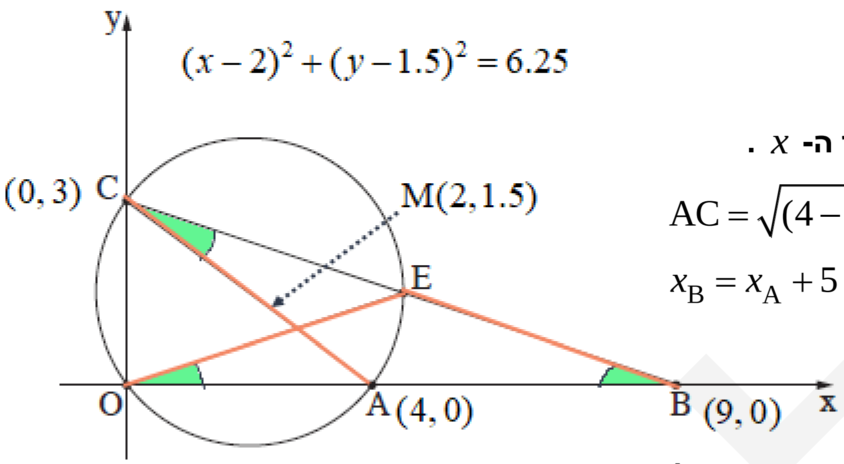
נתון כי $\angle EOB = \angle EBO$.

$\angle EOB = \angle ECA$ **(זוויות היקפיות שוות, כי נשענות על אותה קשת** EA **)**

ולכן , $\angle ECA = \angle EBO$ **(כלל המעבר) .**

מכאן שב- ΔABC **יש שתי זוויות שוות, ולכן הוא משולש שווה שוקיים, שבו** AC = AB .

תשובה: הוכחנו כי AC = AB .



ב. נתון C(0, 3) , A(4, 0)

נמצא את שיעורי הנקודה B **, הנמצאת על ציר ה-** x .

$$AC = \sqrt{(4-0)^2+(0-3)^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$AC = AB \rightarrow \quad x_B = x_A + 5 = 4 + 5 = 9 \rightarrow \boxed{B(9,0)}$$

תשובה: B(9, 0) .

ג. נוכיח כי AC **הוא קוטר במעגל, ונמצא את משוואת המעגל.**

(1) $\angle COA = 90°$ **, כי הצירים מאונכים זה לזה.**

לכן, AC **הוא קוטר במעגל, כי הוא נשען על זווית היקפית ישרה.**

תשובה: הוכחנו ש- AC **הוא קוטר במעגל.**

(2) נמצא את מרכז המעגל, שהוא אמצע הקוטר AC .

$$\left.\begin{aligned} x_M &= \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{4+0}{2} = 2 \\ y_M &= \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{0+3}{2} = 1.5 \end{aligned}\right\} M(2,1.5)$$

נמצא את רדיוס המעגל, למשל את MA .

$$MA = \sqrt{(2-4)^2+(1.5-0)^2} = 2.5$$

תשובה: משוואת המעגל היא $(x-2)^2+(y-1.5)^2=6.25$.

ד. נתון כי שיעור ה- x של הנקודה E הוא 4.5.

ניתן לראות ש- $x_E = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{9+0}{2} = 4.5$, ולכן הנקודה E היא אמצע הקטע BC.

מכאן ש- OE הוא תיכון לצלע BC ב- ΔCOB, ולכן הוא מחלק אותו לשני משולשים שווי שטח.

ואם שטח ΔEOB שווה לשטח ΔCOE, אז שטח ΔCOB גדול פי 2 משטח ΔEOB.

תשובה: שטח ΔCOB גדול פי 2 משטח ΔEOB.

ה. נחשב את גודל $\sphericalangle EOB$.

$\sphericalangle EOB$ היא הזווית שבין OE לכיוון החיובי של ציר ה- x,

ולכן נוח לחשב אותה באמצעות הקשר $m = \tan\alpha$.

נמצא את שיעורי הנקודה E.

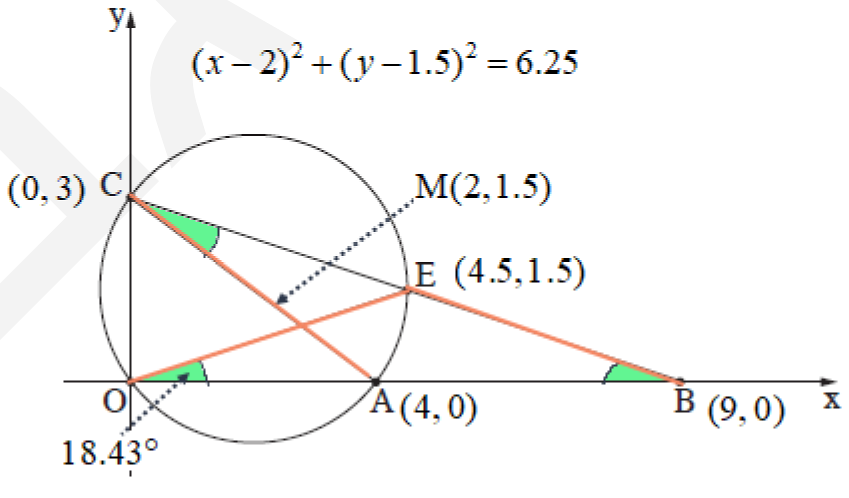
הנקודה E היא אמצע הקטע BC, ולכן $y_E = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{0+3}{2} = 1.5$, ו- $E(4.5, 1.5)$.

$$m_{EO} = \frac{y_E - y_O}{x_E - x_O} = \frac{1.5-0}{4.5-0} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{3} = \tan\sphericalangle EOB$$

$$\sphericalangle EOB = 18.43^\circ$$

תשובה: $\sphericalangle EOB = 18.43^\circ$.



א. נתון ש- CB **מקביל לציר ה-** x ,

לכן: $\sphericalangle CED = \sphericalangle AOD$ **, ו-** $\sphericalangle DCE = \sphericalangle DAO$ **(זוויות מתחלפות שוות בין ישרים מקבילים)**

$\Delta CED \sim \Delta AOD$ **(משפט דמיון זווית זווית)**

תשובה: הוכחנו ש- $\Delta CED \sim \Delta AOD$.

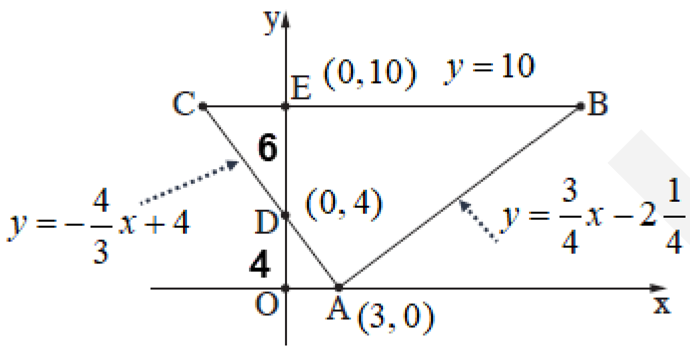
ב. נתון כי משוואת הישר AC **היא** $y=-\frac{4}{3}x+4$ **ו-** $\frac{DO}{DE}=\frac{2}{3}$.

(1) $\frac{2}{3}=\frac{OD}{ED}=\frac{AD}{CD}=\frac{AO}{CE}$ **(יחסי צלעות מתאימות במשולשים דומים).**

הנקודה D **נמצאת על ציר ה-** y **ועל הישר** $y=-\frac{4}{3}x+4$,

ומכאן ששיעוריה $D(0,4)$ **ו-** $OD=4$.

$$\frac{4}{ED}=\frac{2}{3} \quad \to \boxed{ED=6}$$



תשובה: אורך הקטע DE **הוא** 6 .

(2) $x_E = x_D + 6 = 4+6 = 10 \quad \to E(0,10)$

מכיוון ש- CB **מקביל לציר ה-** x ,

הרי ששיעורי ה- y **של הנקודות שעליו שווים, ומשוואתו היא** $y=10$.

תשובה: משוואת הישר CB **היא** $y=10$.

ג. נתון: הצלע AB **מאונכת לצלע** AC **, ולכן מכפלת השיפועים** (-1) .

שיפוע הצלע AC **הוא** $-\frac{4}{3}$ **, ולכן שיפוע הצלע** AB **, המאונכת לה, הוא** $+\frac{3}{4}$ **(שיפוע הופכי לנגדי).**

הנקודה A **נמצאת על ציר ה-** x **, ולכן** $y_A=0$.

$$0=-\frac{4}{3}x+4$$

$$\frac{4}{3}x=4 \quad /:(\frac{4}{3})$$

$$x=3 \quad \to A(3,0)$$

נמצא את משוואת הישר AB **, בעזרת** $m_{AB}=\frac{3}{4}$ **, והנקודה** $A(3,0)$.

$$y-0=\frac{3}{4}(x-3) \quad \to \boxed{y=\frac{3}{4}x-2\frac{1}{4}}$$

תשובה: משוואת הישר AB **היא** $y=\frac{3}{4}x-2\frac{1}{4}$.

ד. נחשב תחילה את $\sphericalangle ODA$.

$$AO = x_A - x_O = 3 - 0 = 3$$

$\underline{\Delta AOD}$

$$\tan\sphericalangle ODA = \frac{OA}{OD}$$

$$\tan\sphericalangle ODA = \frac{3}{4}$$

$$\sphericalangle ODA = 36.87^\circ$$

זוויות קודקודיות שוות זו לזו, ולכן $\sphericalangle CDE = \sphericalangle ODA = 36.87^\circ$.

תשובה: גודל הזווית CDE **הוא** 36.87°.

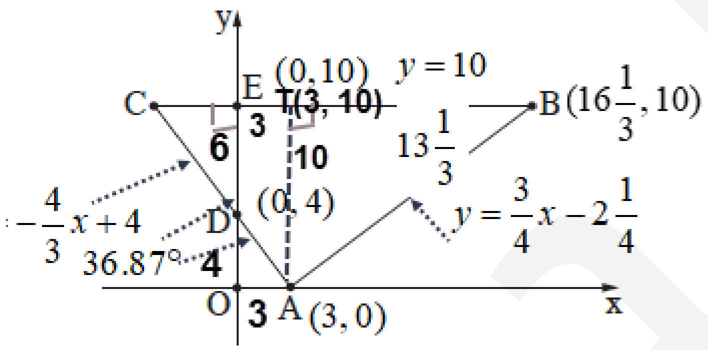
ה. נחשב את שטח המרובע $ADEB$ **, על ידי חיבור שטח המשולש** ABT **והטרפז** $ADET$.

(בניית עזר) $AT \perp BC \quad \rightarrow T(3,10)$

$$10 = \frac{3}{4}x - 2\frac{1}{4}$$

$$12\frac{1}{4} = \frac{3}{4}x \quad /:(\frac{3}{4})$$

$$x = 16\frac{1}{3} \quad \rightarrow B(16\frac{1}{3}, 10)$$



$$BT = x_B - x_T = 16\frac{1}{3} - 3 = 13\frac{1}{3}$$

$$AT = y_T - y_A = 10 - 0 = 10$$

$$S_{\Delta ABT} = \frac{13\frac{1}{3}\cdot 10}{2} = 66\frac{2}{3}$$

$$ET = x_T - x_E = 3 - 0 = 3$$

$$S_{ADET} = \frac{(6+10)\cdot 3}{2} = 24$$

$$S_{ADEB} = 66\frac{2}{3} + 24 = 90\frac{2}{3}$$

תשובה: שטח המרובע $ADEB$ **הוא** $90\frac{2}{3}$.

דרך נוספת: מהשלב של אחרי מציאת שיעורי הנקודה B. $\frac{AO}{CE} = \frac{2}{3}$ **, ולכן אם** $AO = 3$ **אז** $CE = 4.5$.
מציאת שטח משולש ΔCDE **, מציאת שטח משולש** ΔABC**, ולבסוף חיסור שטחים.**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{2x-b}{x-4}+1$.

בתחום ההגדרה מכנה שונה מאפס: $x-4\neq 0 \quad \to x\neq 4$.

תשובה: תחום ההגדרה: $x\neq 4$.

ב. נתון כי גרף הפונקציה $f(x)$ **עובר בנקודה** $(0, 2.5)$ **, שעל ציר ה-** y .

$$2.5=\frac{2\cdot 0-b}{0-4}+1$$

$$1.5=\frac{b}{4}$$

$$\boxed{b=6}$$

תשובה: $b=6$.

ג. נציב $b=6$ **ונקבל** $f(x)=\frac{2x-6}{x-4}+1$.

נמצא אסימפטוטות המאונכות לצירים, של הפונקציה $f(x)$.

אסימפטוטה מאונכת לציר ה- x **: הישר** $x=4$ **, (מספר זה מאפס מכנה ולא מונה).**

אסימפטוטה מאונכת לציר ה- y **: הישר** $y=3$.

(הביטוי השמאלי שואף ל- 2 **כאשר** $x\to\infty$ **, ולכן** $f(x)\to 2+1=3$ **)**

הערה – לא נדרשים הסברים בבגרות.

תשובה: $y=3, x=4$.

ד. נמצא את שיעורי נקודת חיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ **עם ציר ה-** x **, בו מתקיים :** $y=0$.

$$0=\frac{2x-6}{x-4}+1$$

$$0=2x-6+x-4$$

$$10=3x \quad \to x=3\frac{1}{3} \quad \to \boxed{(3\frac{1}{3}, 0)}$$

תשובה: $(3\frac{1}{3}, 0)$.

ה. נמצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$, אם יש כאלה.

$$f'(x)=\frac{2(x-4)-(2x-6)}{(x-4)^2}$$

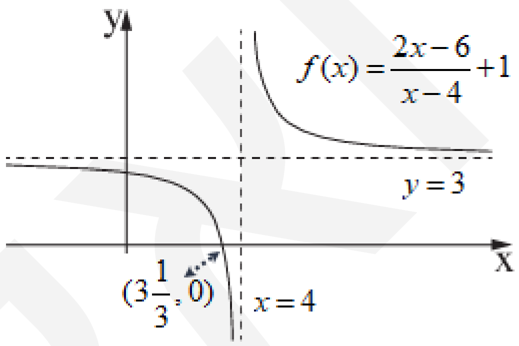
$$f'(x)=\frac{2x-8-2x+6}{(x-4)^2}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{-2}{(x-4)^2}}$$

מכאן שהנגזרת שלילית לכל $x\neq 4$, ואין תחומי עלייה.

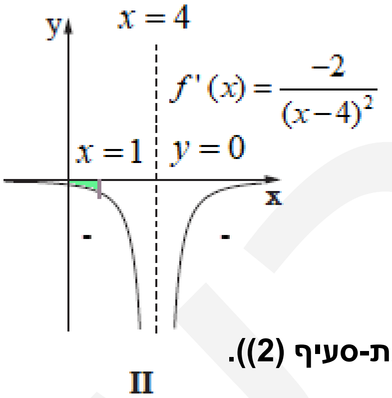
תשובה: $f(x)$ יורדת עבור $x>4$ או $x<4$, ועולה לאף x.

ו. הסקיצה המתאימה.



תשובה: השרטוט מעל.

ב. (1) כאשר מציירים, או בוחרים, את גרף הנגזרת $f'(x)=\frac{-2}{(x-4)^2}$, נעזרים בשיקולים הבאים:



- **תחום הגדרה: $x\neq 4$**
- **אסימפטוטות: $x=4$, $y=0$.**
- **נקודות אפס: אין.**
- **סימני נגזרת, בהתאם לעלייה/ירידה של $f(x)$,**

$f'(x)<0$ כאשר $x\neq 4$.

תשובה: הגרף המתאים הוא גרף II (בסרטוט מופיע כבר השטח עבור תת-סעיף (2)).

(2). נחשב את השטח המבוקש (צבוע בירוק):

$$S=\int_0^1(0-f'(x))\,dx=-f(x)]_0^1$$

$$\left.\begin{aligned}x=1\quad -f(1)&=-2\frac{1}{3}\\ x=0\quad -f(0)&=-2.5\end{aligned}\right\}S=-2\frac{1}{3}-(-2.5)=\frac{1}{6}\rightarrow\boxed{S=\frac{1}{6}}$$

תשובה: גודל השטח, המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$,

על ידי הישר $x=1$, ועל ידי הצירים, הוא $\frac{1}{6}$.

א. נתונה הפונקציה $f(x)=(x-3)\cdot\sqrt{2x}$.

בתחום ההגדרה, ביטוי בתוך השורש הוא אי-שלילי.

$$2x\ge 0$$

$$\boxed{x\ge 0}$$

תשובה: $x\ge 0$.

ב. נמצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

בנקודת החיתוך עם ציר ה- y **מתקיים** $x=0$ **ונקבל את הנקודה** $(0,0)$ **.**

בנקודת החיתוך עם ציר ה- x **מתקיים** $y=0$ **ונקבל את הנקודות** $(0,0)$ **,** $(3,0)$ **.**

תשובה: $(0,0)$ **,** $(3,0)$.

ג. נמצא את שיעורי כל נקודות הקיצון ונקבע את סוגן. $(0,0)$ **בהכרח נקודת קיצון קצה.**

$$f'(x)=\sqrt{2x}+\frac{\cancel{2}(x-3)}{\cancel{2}\sqrt{2x}}$$

$$f'(x)=\frac{2x+x-3}{\sqrt{2x}}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{3x-3}{\sqrt{2x}}}$$

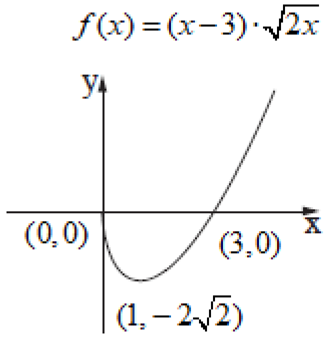
$$0=3x-3\quad\rightarrow -3x=-3\quad\rightarrow x=1\quad\rightarrow (1,-2\sqrt{2}\approx -2.828)$$

$$f'(0.5)<0\,,\ f'(2)>0\quad\rightarrow \boxed{(1,-2\sqrt{2}\approx -2.828),\min}$$

כיוון שהפונקציה יורדת מנקודת הקצה $(0,0)$ **לנקודת המינימום, הרי שנקודת הקצה היא נקודת מקסימום.**

תשובה: $(1,-2\sqrt{2}\approx -2.828)$ **מינימום ,** $(0,0)$ **מקסימום.**

ד. נסרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.



תשובה: הסרטוט מעל.

ה. נתונה הפונקציה $g(x)$, המקיימת $g(x)=-f(x)$.

זו טרנספורמציה של $f(x)$ לאור ההכפלה פי (-1) של $f(x)$,

כאשר שני הגרפים סימטריים זה לזה ביחס לציר ה- x .

תחום ההגדרה נשאר $x\ge 0$.

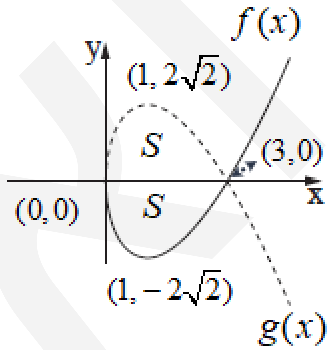
תחומי החיוביות והשליליות מתחלפים, ללש שינוי בנקודות האפס.

בנוסף, מתחלפים תחומי עלייה וירידה, וסוג הקיצון משתנה.

$(1, 2\sqrt{2}\approx 2.828)$ מקסימום , $(0,0)$ מינימום.

ניתן לראות זאת, גם לפי הנגזרת: $g'(x)=-f'(x)$,

כאשר תחומי עלייה וירידה מתחלפים, וסוג הקיצון משתנה, עבור אותו שיעור x שבו מתאפסת הנגזרת.



תשובה: הסקיצה מעל (כולל סימון מתאים לסעיף ו).

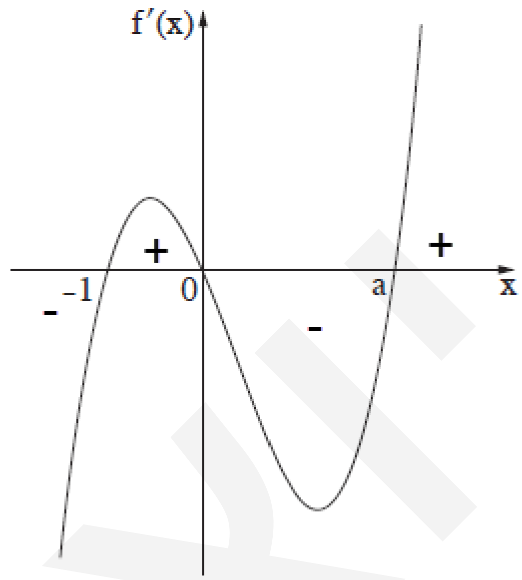
ו. השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי ה- x , שגודלו S, מסומן בציור.

השטח בין $g(x)$ וציר ה- x שווה לו (עקב הסימטריה לציר ה- x), ולכן הוא גם S .

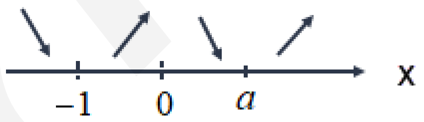
מכאן, שהשטח בין שתי הפונקציות שווה ל- $2S$.

תשובה: השטח המוגבל על ידי הגרפים, של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$, שווה ל- $2S$.

א. בשרטוט הנתון , מסומנות נקודות האפס הנתונות של $f\,'(x)$.



על-פי סימני הנגזרת, ניתן לקבוע את תחום העלייה והירידה של $f(x)$.



תשובה: עבור $f(x)$: $x=-1$, $x=a$ שניהם מינימום , $x=0$ מקסימום.

ב. נתון כי הפונקציה היא $f(x)=3x^4-4x^3-12x^2+12$.

(1) נמצא את a , על-פי שיעורי ה- x , שבהם $f\,'(x)=0$.

$$\boxed{f\,'(x)=12x^3-12x^2-24x}$$

$$0=12x^3-12x^2-24x$$

$$0=12x(x^2-x-2)$$

$$0=12x(x-2)(x+1)$$

$$x=0,\max$$

$$x=2 \quad \rightarrow \boxed{a=2} \quad \rightarrow x=2,\max$$

$$x=-1,\min$$

שיעורי ה- x תואמים את הגרף הנתון.

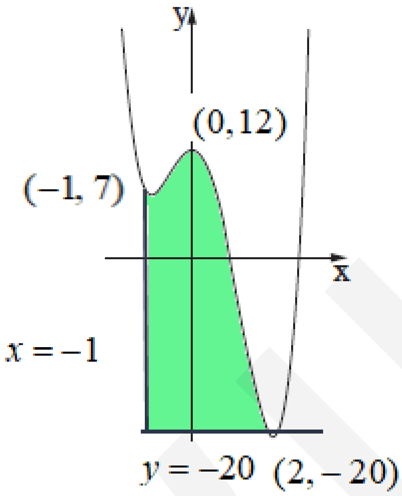
תשובה: $a=2$.

(2) נציב ב- $f(x)$ ונקבל: $(2,-20)$ מינימום, $(0,12)$ מקסימום, $(-1,7)$ מינימום.

תשובה: $y=-20$ מינימום , $y=12$ מקסימום , $y=7$ מינימום.

ג. גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- x בשתי נקודות שונות.

$$f(x)=3x^4-4x^3-12x^2+12$$



תשובה: הסרטוט מעל (כולל סימון השטח עבור סעיף ד).

ד. בנקודת המינימום, המשיק הוא פונקציה קבועה $y=-20$.

$$S=\int_{-1}^{2}(3x^4-4x^3-12x^2+12-(-20))dx$$

$$S=\int_{-1}^{2}(3x^4-4x^3-12x^2+12+20)dx$$

$$S=\int_{-1}^{2}(3x^4-4x^3-12x^2+32)dx$$

$$S=\left(\frac{3x^5}{5}-\frac{\cancel{4}x^4}{\cancel{4}}-\frac{12x^3}{3}+32x\right)\Big]_{-1}^{2}$$

$$S=\left(\frac{3x^5}{5}-x^4-4x^3+32x\right)\Big]_{-1}^{2}$$

$$\left.\begin{array}{l} x=2: \quad 35.2 \\ x=-1: \quad -29.6 \end{array}\right\}$$

$$S=35.2-(-29.6)=64.8\rightarrow \boxed{S=64.8}$$

תשובה: השטח המוגבל הוא 64.8 .