

פתרון הבחינה

במתמטיקה

קיץ תשפ"ב, 2022, מועד ב, שאלון: 35381

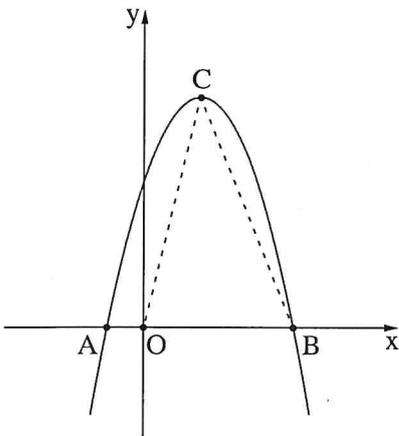
מוגש ע"י צוות מורי המתמטיקה של "יואל גבע"

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



אלגברה



1. לפניכם סרטוט של הפרבולה $y = -x^2 + 3x + 4$.

A ו-B הן נקודות החיתוך של הפרבולה עם ציר ה-x, כמתואר בסרטוט.

א. מצאו את שיעורי הנקודות A ו-B.

הנקודה C היא קודקוד הפרבולה.

ב. (1) מצאו את שיעורי הנקודה C.

(2) מצאו את תחום הירידה של הפרבולה.

הנקודה O היא ראשית הצירים.

ג. מצאו את שטח המשולש BCO.

א. הנקודות A ו-B הן נקודות החיתוך של הפרבולה עם ציר ה-x. לכן שיעור ה-y שלהן הוא 0. נציב $y=0$ במשוואת הפרבולה:

$$-x^2 + 3x + 4 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4(-1) \cdot 4}}{2(-1)} = \frac{-3 \pm 5}{-2}$$

$$x_1 = -1 \quad x_2 = 4$$

עבור הנקודה A נמצא את שיעורי הנקודה A הם $(-1, 0)$. לכן שיעורי הנקודה A הם $(-1, 0)$.

הנקודה B נמצא את שיעורי הנקודה B היא $(4, 0)$. לכן שיעורי הנקודה B היא $(4, 0)$.

| | | |
|-----------|------------|--------|
| $B(4, 0)$ | $A(-1, 0)$ | השאלה! |
|-----------|------------|--------|



ב. (1) כפי שצוין את שינוי ה- x קודקוד הפרקולה

ניצני בנוסחה

$$x = \frac{-b}{2a}$$

$$x = \frac{-3}{2(-1)} = \frac{-3}{-2} = 1.5$$

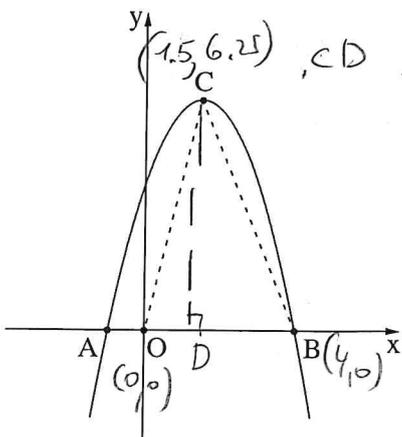
לציב $x=1.5$ במשוואת הפרקולה ונמצא את שינוי ה- y

$$y = -1.5^2 + 3 \cdot 1.5 + 4 = 6.25$$

תשובה: שינוי הקודקודים הם $(1.5, 6.25)$

(2) הפרקולה יוצרת אימין אנקודת הקודקוד, ולכן גרמים היווצר הוא $x > 1.5$.

תשובה: $x > 1.5$



(ג) נרצה שאם אנקודה s על צלע CB נסמל CD ,

הנוסחה לחישוב שטח משולש היא:

$$S = \frac{\text{צלע } \times \text{גובה הצלע}}{2}$$

$$S_{\Delta OCB} = \frac{OB \cdot CD}{2}$$



$$OB = X_{(B)} - X_{(0)} = 4 - 0 = 4$$

$$CD = Y_{(C)} - Y_{(D)} = 6.25 - 0 = 6.25$$

$$\sum_{\Delta} BCO = \frac{4 \cdot 6.25}{2} = 12.5$$

טלוקה: שטח המשולש הוא 12.5



2. בתחרות רובוטיקה הגיעו כמה קבוצות לשלב הגמר. הן דורגו על פי הישגיהן בתחרות, וכל אחת מהן קיבלה פרס כספי לפי מקומה בדירוג הסופי: הקבוצה שדורגה במקום הראשון קיבלה את הפרס הראשון, הקבוצה שדורגה במקום השני קיבלה את הפרס השני וכן הלאה.
- הפרסים מהווים סדרה חשבונית: הפרס הראשון הוא הגבוה ביותר, וכל פרס אחריו קטן מקודמו במספר שקלים קבוע. הקבוצה שדורגה במקום השלישי קיבלה פרס של 1,300 שקלים.
- הקבוצה שדורגה במקום השישי קיבלה פרס של 850 שקלים.
- א. מצאו מה היה גובה הפרס שקיבלה הקבוצה שדורגה במקום הראשון.
- ב. הקבוצה שדורגה במקום האחרון קיבלה פרס של 400 שקלים.
- ג. מצאו כמה קבוצות הגיעו לשלב הגמר.
- ד. מה היה סכום הכסף הכולל של הפרסים שחולקו לכל הקבוצות שהגיעו לשלב הגמר?

א. הפרס של הקבוצה שדורגה במקום הראשון הוא 1300 שקלים.
 $a_3 = 1300$

הפרס של הקבוצה שדורגה במקום השני הוא 850 שקלים.
 $a_6 = 850$

קיבלנו:

$$\begin{cases} a_3 = 1300 \\ a_6 = 850 \end{cases}$$

נמצא בנוסחה הכללית בסדרה חשבונית:

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_3 = a_1 + (3-1)d = a_1 + 2d$$

$$a_6 = a_1 + (6-1)d = a_1 + 5d$$

נקבל מעיכת של 2 משוואות גטני נפתור:



$$\begin{cases} a_1 + 2d = 1300 \\ a_1 + 5d = 850 \quad / -1 \end{cases}$$

$$+ \begin{array}{r} a_1 + 2d = 1300 \\ -a_1 - 5d = -850 \\ \hline -3d = 450 \quad / : -3 \\ d = -150 \end{array}$$

נ"ב א $d = -150$ האחר והמשולש ונקרא :

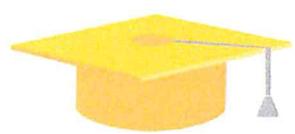
$$\begin{array}{r} a_1 + 5(-150) = 850 \\ a_1 - 750 = 850 \quad / +750 \\ a_1 = 1600 \end{array}$$

תשובה: שארה הכנסה של הנקובה שצונגה במקור היא 1600 שקלים.

הנקובה שצונגה במקור האחרון קיזזה פה $a_n = 400$ שקלים, חבן $a_n = 400$ שקלים. נשזר בנוסחת האיבר הנ"ל ונקרא :

$$a_1 + (n-1)d = 400$$

1 נ"ב; $a_1 = 1600$ $d = -150$



נקרא:

$$1600 + (n-1)(-150) = 400$$

$$1600 - 150n + 150 = 400$$

$$-150n = -1350 \quad /: -150$$

$$n = 9$$

משקנה: 9 קבוצות הגיעו זקנו העמך.

ג. זקנו זמבוא אר הסכום הנולד מחוק זכר הקבוצה
ניצרי קנוסתר הסכום ט סגנה חטבאניר.

$$\sum_n = \frac{n [2a_1 + d(n-1)]}{2}$$

מספר הקבוצות שהגיעו זקנו העמך סגנה חטבאניר
9 זקנו זמבוא אר \sum_9

נציר קנוסתר: $a_1 = 1600$

$d = -150$

$n = 9$

נקרא



$$S_9 = \frac{9 [2 \cdot 1600 + (9-1)(-150)]}{2}$$

$$S_9 = \frac{9 [3200 + 8 \cdot (-150)]}{2} = \frac{9 \cdot 2000}{2} = 9000$$

תשובה: סכום הנסף הנטול מחולק הוא 9000 שקלים.



3. מספר התושבים בעיר מסוימת גדל בכל שנה ב- 6%.
- ב- 1.1.2010 בְּדָקוּ וּמְצָאוּ שֵׁשׁ בְּעִיר 320,400 תושבים.
- א. מצאו מה היה מספר התושבים בעיר 10 שנים אחרי הבדיקה.
- ב. מצאו מה היה מספר התושבים בעיר בתאריך 1.1.2000.
- ג. מצאו באיזו שנה מספר התושבים בעיר היה כ- 381,602 תושבים.

א. מספר התושבים גדל כל שנה ב- 6% ולכן

$$q = \frac{100+6}{100} = 1.06$$

התאריך 1.1.2010 היו בעיר 320,400 תושבים
ולכן $M_0 = 320,400$

עלינו למצוא מה היה מספר התושבים לאחר 10 שנים,
ולכן $t = 10$.

כדי למצוא את מספר התושבים לאחר 10 שנים,
עלינו למצוא את M_{10} .

מטרי אנטיות העצומה והצרכי:

$$M_t = M_0 q^t$$

לציג!

$$M_0 = 320400$$

$$q = 1.06$$

$$t = 10$$



נקודת !

$$M_{10} = 320400 \cdot 1.06^{10}$$

$$M_{10} = 573788$$

משאבה!

| |
|---------------------------------|
| מספר התשלומים לאחר 10 שנים הוטל |
| 573,788 תשלומים |

ב. עינינו זמבא מה היה מספר התשלומים קטלוג
1.200 בומר 10 שנים לפני הקציקה.

אם כן נמצא את M_{-10} .

נציק קנוסחה!

$$M_0 = 320400$$

$$q = 1.06$$

$$t = -10$$

נקודת !

$$M_{-10} = 320400 \cdot 1.06^{-10}$$

$$M_{-10} = 178,910$$

משאבה!

| |
|----------------------|
| קטלוג 1.200 היה מספר |
| 178,910 תשלומים |



ג. חשבו את המצטבר באמצעות שיעור הריבוי הנמוך

ב - 381,602 ₪, נאמר

$$M_t = 381,602$$

גובה הנוסחה $M_0 q^t = 381,602$

נ"כ $M_0 = 320,400$

$q = 1.06$

$320,400 \cdot 1.06^t = 381,602$ / : 320,400

$$1.06^t = \frac{381,602}{320,400}$$

$$1.06^t = 1.1910$$

נ"כ t הוא שיעור הריבוי הנמוך

$t=2$

$$1.06^2 = 1.1236$$

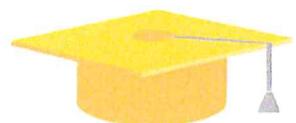
$t=3$

$$1.06^3 = 1.191$$

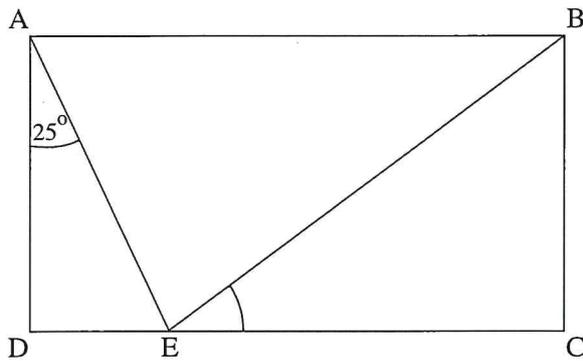
קבלנו $t=3$, נאמר זאת 3 שנים אוטומטית הקבוצה

יהיה מספר הריבוי 381,602 ₪, נאמר בטור 2013

תשובה: טור 2013

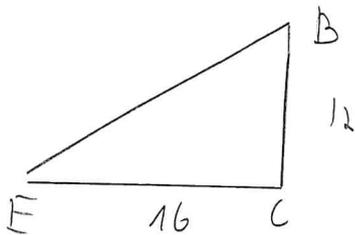


טריגונומטרייה



4. לפניכם מלבן ABCD .
 E היא נקודה על הצלע CD .
 נתון : $BC = 12$ ס"מ ,
 $CE = 16$ ס"מ .
 א. מצאו את אורך הקטע BE .
 ב. מצאו את גודל הזווית BEC .
 נתון : $\angle DAE = 25^\circ$.
 ג. (1) מצאו את אורך הקטע AE .
 (2) חשבו את היקף המשולש ABE .

א. נמצא את BE במשולש ישר הזווית BEC
 כ"טו ע"פ הנתון $BC=12$ $CE=16$



נידתי במשפט פיתגורוס:

$$BE^2 = 12^2 + 16^2$$

$$BE^2 = 400$$

$$BE = \sqrt{400} = 20$$

$BE = 20$

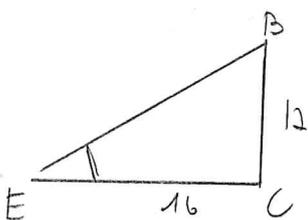
 א"ט/קה!

ב. נמצא את הזווית BEC במשולש ישר הזווית

BCE, כ"טו ע"פ הנתון $BC=12$ $CE=16$

נמצא את הזווית בע"פ ה-tan.

$$\tan \angle BEC = \frac{12}{16}$$

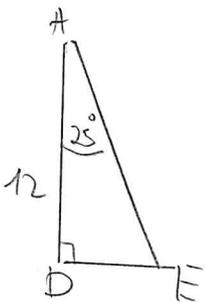


* $\angle BEC = 36.87^\circ$

$\angle BEC = 36.87^\circ$

תשובה:

ע, (1) נמצא את AE במשולש ישר הזווית ADE
 נאטו $\angle DAE = 25^\circ$ ע"י הנתון.
 הנתון $AD = BC = 12$ הנתון הנתון הנתון הנתון



נמצא את AE באמצעות \cos .

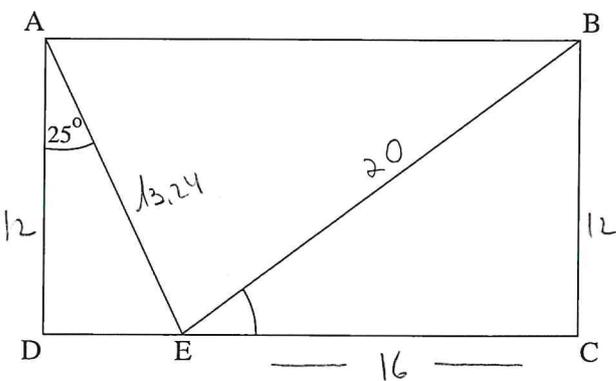
$\cos 25^\circ = \frac{12}{AE}$

$AE = \frac{12}{\cos 25^\circ}$

$AE = 13.24$

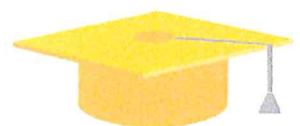
$AE = 13.24$

תשובה:

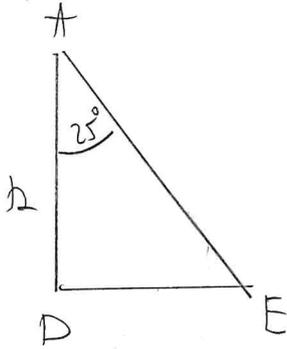


(2) חישבו את היתר במשולש ABE
 נתון $AD = 12$, $AC = 20$
 נמצא את AE באמצעות \cos
 $AE = 13.24$
 נמצא את BE באמצעות \sin
 $\sin 25^\circ = \frac{BE}{20}$
 $BE = 8.45$
 היתר = $AB + AE + BE$
 נמצא את AB באמצעות \cos
 $\cos 25^\circ = \frac{AD}{AB}$
 $AB = 13.24$
 היתר = $13.24 + 13.24 + 8.45 = 34.93$

$CD = CE + DE$



נמצא את DE במשולש יטו הזווית ADE



נתון: $\angle DAE = 25^\circ$
 $AD = 12$

ניסוי קטן, ציור ה-tan

$$\tan 25^\circ = \frac{DE}{12} \quad / \cdot 12$$

$$DE = 12 \cdot \tan 25^\circ$$

$$DE = 5.596$$

$$AB = CD = 16 + 5.596 = 21.596$$

נתון סעיף ג) $AE = 13.24$

נתון $BE = 20$

היקף המשולש הוא:

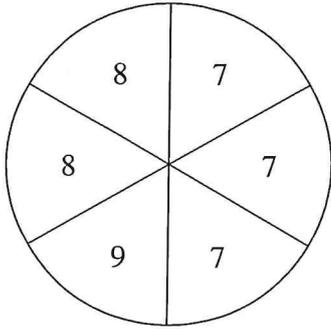
$$\text{היקף} = AB + AE + BE$$

$$\text{היקף} = 21.596 + 13.24 + 20 = 54.84$$

תשובה: היקף משולש ABE הוא 54.84



הסתברות וסטטיסטיקה



5. נתון גלגל המחולק לשש גזרות שוות.

על כל אחת מן הגזרות רשום אחד המספרים 7, 8, או 9.
המספר 7 רשום על שלוש גזרות, המספר 8 רשום על שתי גזרות
והמספר 9 רשום על גזרה אחת, כמתואר בסרטוט שלפניכם.
כאשר מסובבים את הגלגל פעם אחת הוא נעצר באקראי על אחד המספרים
(הגלגל אינו נעצר על הקווים המפרידים בין הגזרות).

מסובבים את הגלגל פעם אחת.

א. מהי ההסתברות שהגלגל ייעצר על המספר 9?

ב. מהי ההסתברות שהגלגל ייעצר על המספר 8?

ג. מהי ההסתברות שהגלגל ייעצר על מספר אי-זוגי?

מסובבים את הגלגל פעמיים.

ד. מהי ההסתברות שהגלגל ייעצר בשתי הפעמים על המספר 8?

ה. מהי ההסתברות שסכום שני המספרים שעליהם ייעצר הגלגל יהיה 16?

א. המספר 9 מופיע 1 גזרה מתוך 6 הגזרות.
ולכן ההסתברות שהגלגל ייעצר על המספר 9 היא
1 מתוך 6, כלומר $\frac{1}{6}$.
 $P = \frac{1}{6}$ מטובה!

ב. המספר 8 מופיע 2 גזרות מתוך 6 הגזרות.
ולכן ההסתברות שהגלגל ייעצר על המספר 8 היא 2
מתוך 6, כלומר $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

ג. המספרים האי-זוגיים (7 ו-9) מופיעים 4 גזרות
מתוך 6 הגזרות, ולכן ההסתברות שהגלגל ייעצר על

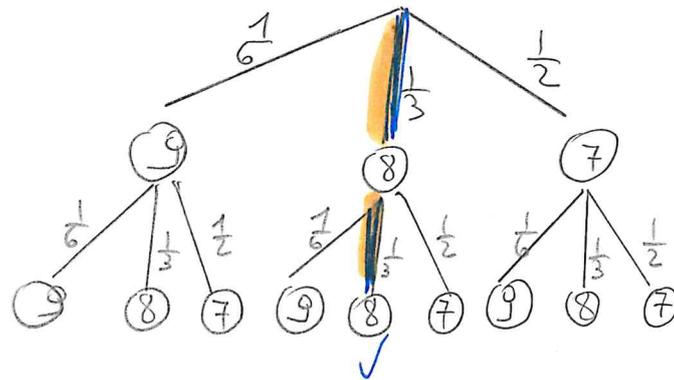


מספר אי צליל היא 4 מתוך 6, כלומר, $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

$$P = \frac{2}{3}$$

תשובה:

צ.י. נפתרו בעזרת ציטוט מתוך (אנטי גס זלל) ציטוט מתוך (צ.י.)



סיבוק (אטון)
סיבוק טני

ההסתברות שהצליל יוצר 8 הוא $\frac{1}{3}$ והסתברות שהצליל יוצר 8 הוא $\frac{1}{3}$

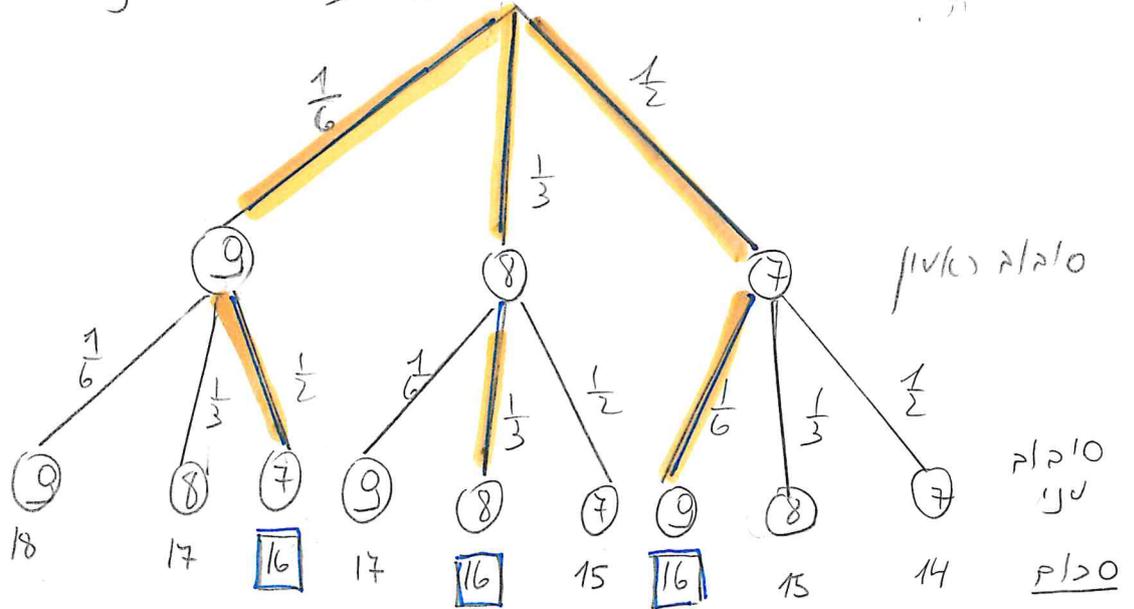
$$P(8,8) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$$

$$P = \frac{1}{9}$$

תשובה



האילו מתקבל מהסתברות סכומי שני המספרים יהיה 16.



קובלנו 3 אסטרטגיות שבהן מתקבל סכום 16:

$$P(7,9) \quad P(8,8) \quad P(9,7)$$

$$P(7,9) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$$

$$P(8,8) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$$

$$P(9,7) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$$

$$P\left(\begin{matrix} \text{סכום} \\ 16 \end{matrix}\right) = \frac{1}{12} + \frac{1}{9} + \frac{1}{12} = \frac{5}{18}$$

$$P = \frac{5}{18}$$

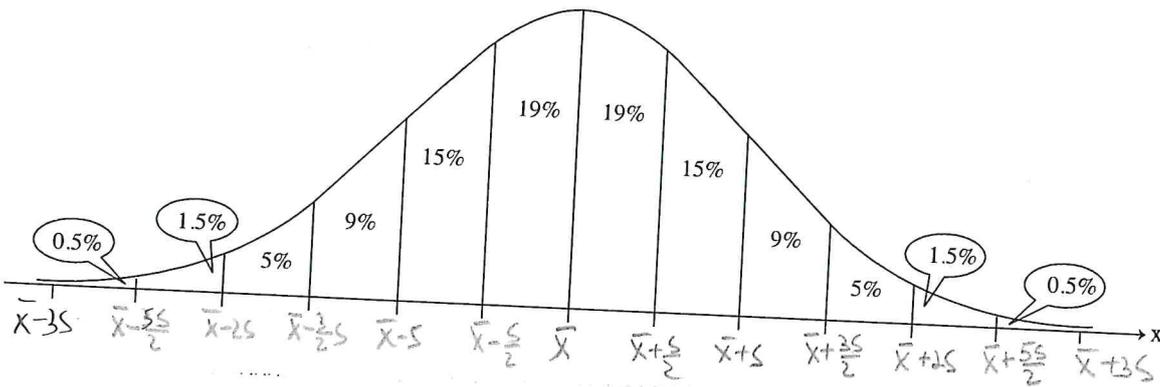
תשובה

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



6. הגובה של קבוצת בניינים מתפלג נורמלית.
ידוע כי 16% מן הבניינים גבוהים מ-183 ס"מ, ו-7% מהם נמוכים מ-163 ס"מ.
- חשבו את סטיית התקן של גובהי הבניינים בקבוצה.
 - חשבו את הגובה הממוצע של הבניינים בקבוצה.
 - מצאו מה אחוז הבניינים בקבוצה שגובהם בין 167 ס"מ ל-187 ס"מ.
 - ידוע שבקבוצה יש 300 בניינים.
על פי גרף ההתפלגות הנורמלית, כמה בניינים בקבוצה גבוהים מ-167 ס"מ ונמוכים מ-187 ס"מ?
לפניכם גרף ההתפלגות הנורמלית מודף הנוסחאות. השתמשו בו בחישוביכם.



א. נצוב את היעילות בערך ההתפלגות הנורמלית.

16% העקבות מ-183 :

נחנא את האחוזים מצד ימין של הערך ;
זכ טעיה ר - 16%.

$$0.5\% + 1.5\% + 5\% + 9\% = 16\%$$

נמקם את העקב 183 סמ מתח ר $\bar{x} + S$.

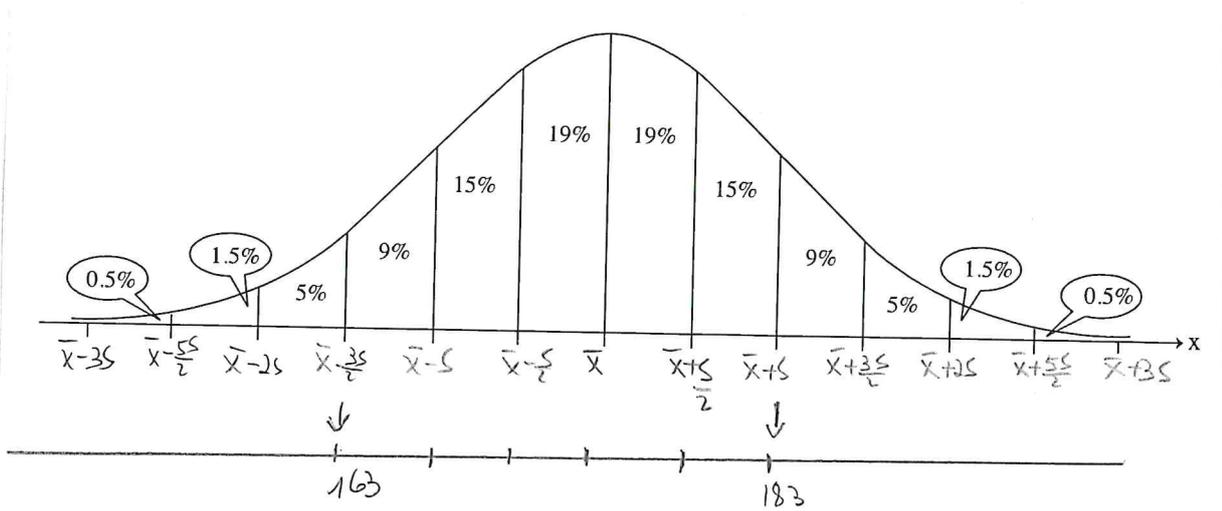
7% הנמוכים מ-163 :

נחנא את האחוזים מצד שמאל של הערך זכ טעיה ר - 7%.

$$0.5\% + 1.5\% + 5\% = 7\%$$

נמקם את העקב 163 מתח ר - $\bar{x} - \frac{3S}{2}$





(1) נתקב את סטיות היתקן!

ההפרט בין 2 העקריות הנטויה הוא
 $183 - 163 = 20$

אספיה חצויה סטיות היתקן טיט בין 2 נטויה
 העקריות הוא 5

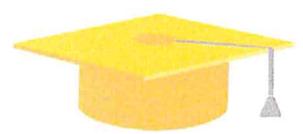
$$\frac{\text{חצויה סטיות היתקן}}{\text{העקריות}} = \frac{20}{5} = 4$$

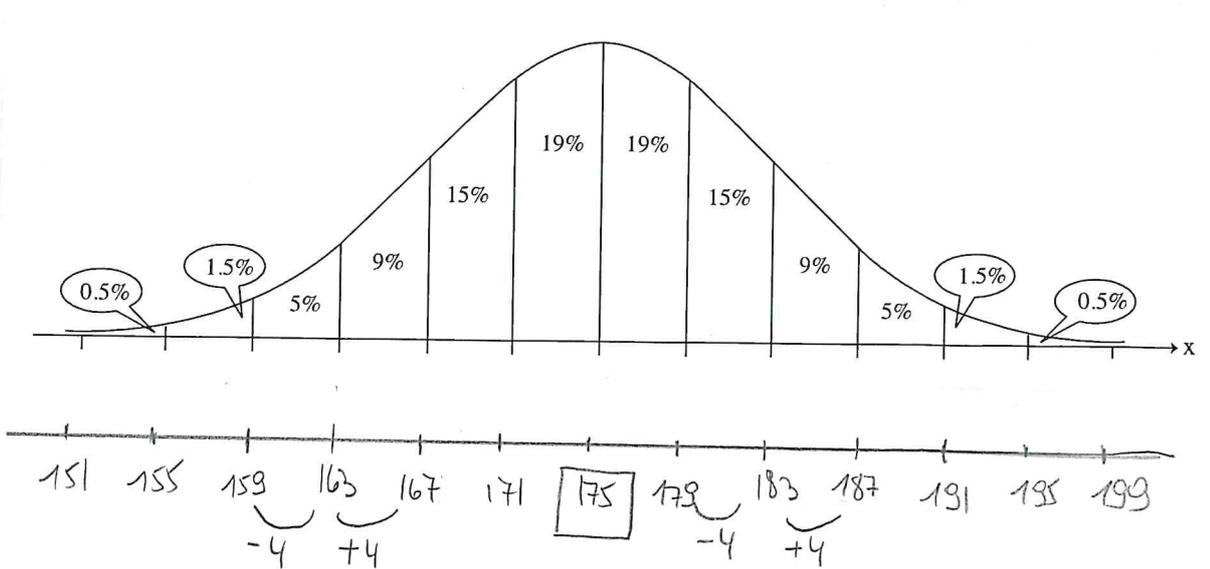
נתן טיט חצויה סטיות היתקן הוא 4 סה
 נתן סטיות היתקן הוא 4×2 נטויה 8

משוקפה: סטיות היתקן הוא 8 סה

(2) כפי אמצוא אל העלמה האמלוצג נוסיל

אל העקריות האמלואים זכר אל סטיות היתקן





הצורה הגדולה ביותר של הממוצע הוא 175 סה"כ

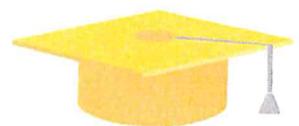
הממוצע: 175 סה"כ

ב, אחיזת היגוי של הממוצע בין 167 סה"כ ל-187 סה"כ
ערכי היגוי: הוא:

$$15.1 + 19.1 + 19.1 + 15.1 + 9.1 = 77.7$$

הממוצע: אחיזת הממוצע הוא 77.7

ג. בקבוצה יש 300 אנשים. 77.7 אחוז מהם לבוים
נ - 167 ונמוכים נ - 183.
אם ניק שנינו לחצונו כמה הם 77.7 אחוז מהם 300



77% מחיר 300 גרם !

$$\frac{77}{100} \cdot 300 = 231$$

231 גרם אקוים קין 167 סה"כ - 187 סה"כ משוקק

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

**הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.**

