

## פתרון הבחינה

# במתמטיקה

קיץ תשפ"ב, ב, 2022, מועד א, שאלון: 35581

מוגש ע"י צוות מורי המתמטיקה של "יואל גבע"

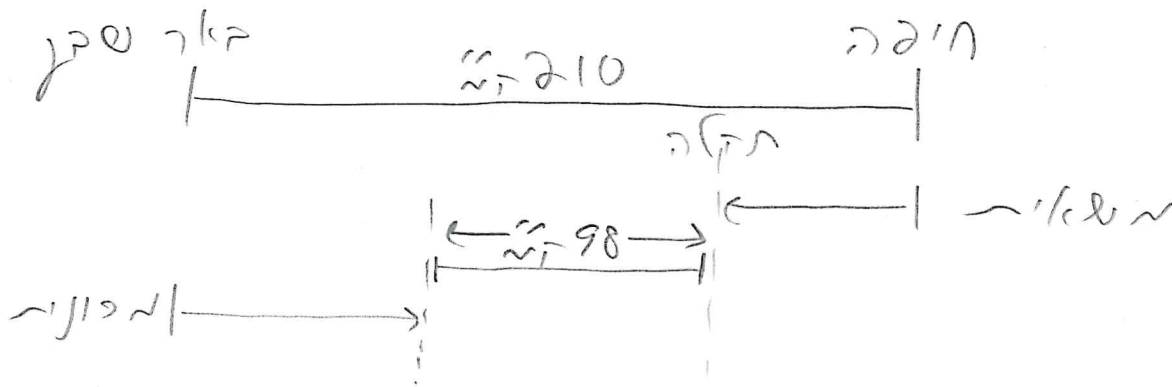
למידע על פסיכומטרי  
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.  
אל תתפשר עליה.



1. מכונית יצאה מכאר שבע לחיפה במהירות קבועה  $v_1$ . באותו הזמן בדיוק יצאה משאית מחיפה לבאר שבע במהירות קבועה  $v_2$ . המרחק בין חיפה לבאר שבע הוא 210 ק"מ. המשאית נעצרה בצד הדרך עקב תקלה, לפני שחלפה המכונית על פניה. באותו הזמן המרחק בין המשאית לבין המכונית היה 98 ק"מ.
- א. הביעו באמצעות  $v_1$  ו- $v_2$  את הזמן שחלף מרגע תחילת הנסיעה ועד שנעצרה המשאית בצד הדרך. זמן שהיית המשאית בצד הדרך היה גדול פי 1.5 מן הזמן שחלף מרגע יציאתה מחיפה עד לרגע עצירתה. המשאית יצאה שוב לדרך באותה המהירות,  $v_2$ , בדיוק ברגע שבו חלפה המכונית על פניה.
- ב. מצאו את היחס בין מהירות המכונית לבין מהירות המשאית.
- ג. 140 דקות לאחר שיצאה המשאית שוב לדרך, היא הגיעה לבאר שבע. מצאו את מהירות המכונית ואת מהירות המשאית.

פתרון:  
נניח:



א. (נסמן  $t$  - הזמן עד לתקלה ב- $t$ . ככיוף  
הצרכים של המשאית ושל המכונית הוא  $210-98$   
וזמן נסיון המשאית - צרכים:

$$t \cdot v_1 + t \cdot v_2 = 210 - 98$$

$$\Downarrow$$

$$t = \frac{112}{v_1 + v_2}$$

הזמן עד שתגיע  
המשאית:



ה. הזמן שבו הגנונה גברה לא 98  
הקטנות היו לגיטימיים זמן השלוא קרוב

הגדלה הוא  $1.5 \cdot \frac{112}{V_1+V_2}$

נרשם משוואה ככה:

$$1.5 \cdot \frac{112}{V_1+V_2} \cdot V_1 = 98 \quad (V_1+V_2)$$

$$168V_1 = 98V_1 + 98V_2$$

$$70V_1 = 98V_2$$



$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{98}{70} = \frac{7}{5} = 1.4$$

היחס בין מהירות הגנונה למהירות

המשואה הוא  $\boxed{\frac{7}{5} = 1.4}$

ג. הציון שגברה המשואה גם זמן הוא:

$$V_2 \cdot \frac{112}{V_1+V_2}$$

$$270 - \frac{112V_2}{V_1+V_2}$$

הציון שגברה זה אקטור הוא:



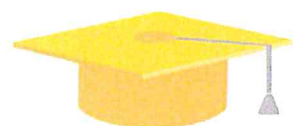
(צ"ב אה היום מסוף ב' ינה בל:

$$210 - \frac{112V_2}{1.4V_2 + V_2} = \frac{490}{3}$$

ונשוב לשאלה צ"ב:

$$V_2 \cdot \frac{140}{60} = \frac{490}{3} \Rightarrow V_2 = 70 \Rightarrow V_1 = 98$$

מהירות המשאית	70 קמ"ש
מהירות המנוע	98 קמ"ש





2. סדרה I היא סדרה הנדסית אין-סופית שאיבריה הם  $a_1, a_2, a_3, \dots$  ומנתה היא  $9 \cdot r^2$ .  
נתון:  $0 < r < \frac{1}{3}$ .

בין כל שני איברים בסדרה I הקניסו איבר נוסף, ונוצרה סדרה הנדסית חדשה יורדת, סדרה II, שאיבריה הם  $b_1, b_2, b_3, \dots$  ומנתה היא q.

א. (1) הביעו את q באמצעות r.

(2) הסבירו מדוע שתי הסדרות I ו-II מתכנסות.

נתון כי סכום סדרה II גדול פי  $\frac{4}{3}$  מסכום סדרה I.

ב. חשבו את q.

נתון כי סכום האיברים במקומות הזוגיים בסדרה II הוא 15.

ג. מצאו את סכום כל האיברים של סדרה II במקומות שמתחלקים ב-5 ( $b_5, b_{10}, b_{15}, \dots$ ).

ד. מצאו בסדרה II את היחס בין האיבר החמישי לבין סכום כל האיברים שאחרי איבר זה.

ה. הוכיחו כי בכל סדרה הנדסית מתכנסת היחס בין איבר כלשהו לבין סכום כל האיברים שאחרי

אינו תלוי במיקום של האיבר בסדרה.

10 (1) נתון:  $Q_a = 9r^2, b_3 = a_2, b_1 = a_1$

$$q^2 = \frac{b_3}{b_1} = \frac{a_2}{a_1} = Q_a = 9r^2 \rightarrow \boxed{q = 3r} \quad q = -3r$$

מתקין כי נכנס לאחור  
אנחנו עוברים מ b ו a  
אז q ו r תלוי

א (2) נתון  $0 < r < \frac{1}{3} \rightarrow 0 < r^2 < \frac{1}{9} \rightarrow 0 < 9r^2 < 1 \rightarrow \boxed{0 < Q_a < 1}$

$\boxed{0 < q < 1} \leftarrow 0 < 3r < 1 \leftarrow 0 < r < \frac{1}{3}$

מאחר ונתון q ו a שט גסריות בין 0 ו 1, הסדרה מתכנסת.



$$\frac{4}{3} = \frac{\sum_{II}}{\sum_{I}} = \frac{\frac{a_1}{1-3r}}{\frac{a_1}{1-9r^2}} = \frac{1-9r^2}{1-3r} = 1+3r$$

II	I	
$b_1 = a_1$	$a_1$	איור I
$q = 3r$	$Q_1 = 9r^2$	נ/ג

$$\frac{4}{3} = 1+3r \rightarrow 4 = 3+9r \rightarrow r = \frac{1}{9} \rightarrow \boxed{q = 3r = \frac{1}{3}}$$

סכום איברי קסרה II

3

15 איברי קסרה  
b

$$\sum_{\infty} = \frac{\frac{a_1}{3}}{1-\frac{1}{9}} = 15$$

איור I :  $b_2 = b_1 \cdot q = \frac{a_1}{3}$   
נ/ג :  $q^2 = 9r^2 = \frac{1}{9}$

$$\frac{a_1}{3} = 15 \cdot \frac{8}{9}$$

$$a_1 = 15 \cdot \frac{8}{3} = 40$$

$$\boxed{a_1 = 40}$$

סכום האיברים קסרה II באיור I שמתחילים ב 5

$$\sum_{\infty} = \frac{\frac{40}{3^4}}{1-\frac{1}{3^5}} = \frac{60}{121}$$

איור I :  $b_5 = b_1 \cdot q^4 = a_1 \left(\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{40}{3^4}$   
נ/ג :  $q^5 = \left(\frac{1}{3}\right)^5 = \frac{1}{3^5}$



$$\frac{b_5}{b_6} = \frac{b_5}{\frac{b_5}{1-q}} = \frac{b_5(1-q)}{b_5} = \frac{1-q}{q} = \frac{1-\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}} = 2 \quad 3$$

איך  
השיי  
והשיי  
בסדרה

ב) נזכיר סדרה הנדסית מתכנסת  $C_n$   
שייאה  $-1 < q < 1$

$$\frac{C_n}{C_{n+1}} = \frac{C_n}{\frac{C_n}{1-q_c}} = \frac{C_n(1-q_c)}{C_n} = \frac{1-q_c}{q_c}$$

תוצאה  
שאם גילוי  
? n  
שמע הינה קבועה!

למידע על פסיכומטרי  
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.  
אל תתפשר עליה.



3. נטע משחקת במשחק מסוים. במשחק זה יש בדיוק שלוש תוצאות אפשריות: ניצחון, תיקו והפסד. ההסתברות שנטע תנצח במשחק גדולה פי 3 מן ההסתברות שהיא תפסיד במשחק. נסמן ב- $p$  את ההסתברות שנטע תפסיד במשחק ( $p > 0$ ). בשאלה כולה תוצאות המשחקים אינן תלויות זו בזו.

נתון שאם נטע משחקת 2 משחקים בזה אחר זה, ההסתברות שהיא תנצח במשחק אחד לפחות היא  $4.5p$ .

א. מצאו את הערך של  $p$ .

נטע שיחקה 5 משחקים בזה אחר זה.

ב. מצאו את ההסתברות שנטע תנצח ב-3 משחקים לפחות.

ג. מצאו את ההסתברות שנטע תנצח בשלושת המשחקים הראשונים לפחות.

ד. (1) מצאו את ההסתברות שנטע לא תפסיד בשום משחק.  
(2) ידוע כי נטע הפסידה במשחק אחד לפחות. מהי ההסתברות שהיא ניצחה בשלושת המשחקים הראשונים וקיבלה תוצאת תיקו במשחק האחרון?

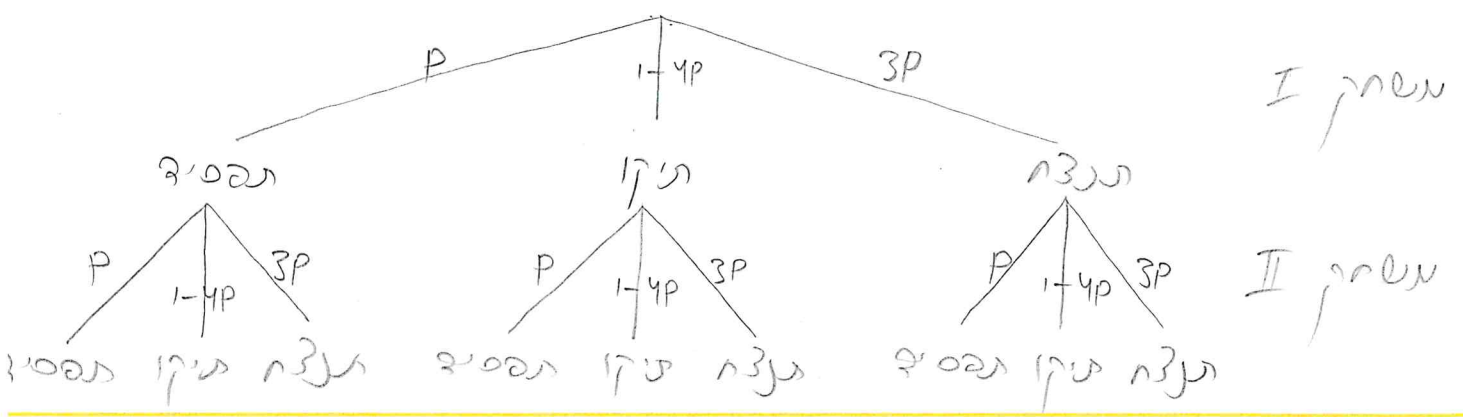
פתרון:  
נשמע קטן כי נטע - המשחק אינו תלוי - פי 3.5  
וכן כסימון הנתון והמארג המשפטי זהילוף ההסתברות למצא את הטיקו במשחק יחיד.

$P(\text{תפסיד במשחק}) = p \Rightarrow P(\text{תיקו במשחק}) = 3p$

נתון:  
ההסתברות שנטע תנצח במשחק גדולה פי 3 מן ההסתברות שהיא תפסיד במשחק.

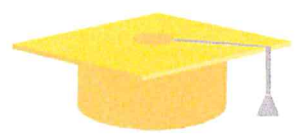
$P(\text{טיקו}) = 1 - P(\text{תפסיד}) - P(\text{תנצח}) = 1 - p - 3p = 1 - 4p$

נפרט כעת את הנתון והמארג המשפטי של המשחק הראשון  
דקיאציה - 8:



למידע על פסיכומטרי  
ביואל גבע ←

**הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.  
אל תתפשר עליה.**



המשך הסרטון בעמ' 102...

נשאלת בתוך סדרה של 2 משחקים  
 כמה אתה צריך, הסיכויים שאתה תצליח הם 4.5P  
 מה צריך לך, לפי ביטוי זה שאתה צריך:

$$P(\text{קצת משחקים, קצת משחקים, קצת משחקים, קצת משחקים}) = P(\text{קצת משחקים} \cup \text{קצת משחקים} \cup \text{קצת משחקים}) =$$

הסיכויים של אי קצת משחקים = 5P

$$\downarrow = P(\text{קצת משחקים}) + P(\text{קצת משחקים}) + P(\text{קצת משחקים}) =$$

הסיכויים של קצת משחקים = 4.5P

$$\downarrow = 3P + (1-4P) \cdot 3P + P \cdot 3P =$$

$$= -9P^2 + 6P$$

נשווה לתוך 4.5P

$$-9P^2 + 6P = 4.5P \quad / -4.5P$$

$$-9P^2 + 1.5P = 0$$

$$-9P(P - \frac{1}{6}) = 0$$

$$\downarrow \quad \uparrow \quad \rightarrow \quad \boxed{P = \frac{1}{6}}$$

נניח  $0 < P$





ג. ההסתברות שגלע יעצתה 3-משחקים לפחות.  
גלע שיחקו 5 משחקים קודם אזי זה.

מאובו ק-5 "נסיונות" גדלי ולעניי (טכנאי-המשחק אינן גלויים  
זו קדי לפי הנתון), שית אפשרויות-זכור ומשלימות גדל "נסיון":  
"תענה" או "לא תענה"

לומר מאובו ההפלטת-הניסוי.

נשמע אחר כך בניסוח-הניסוי ההפלטת-הניסוי:

$P(\text{תענה}) = 3 \cdot P = 3 \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$	0	1	2	3	4	5
	5	4	3	2	1	0

מס' ההפלטות: 0 1 2 3 4 5  
מס' הנסיונות: 5 4 3 2 1 0

ההסתברות שגלע יעצתה 3-משחקים לפחות:  
הסתברות של אימים מאורעות-זרים (לפחותה גדלה זכור לפחותה אחת):

$$P(\text{תענה 3-משחקים לפחות}) = P_5(3) + P_5(4) + P_5(5) = \binom{5}{3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \binom{5}{4} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^1 + \left(\frac{1}{2}\right)^5 =$$

$$= 10 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 + 5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 + \left(\frac{1}{2}\right)^5 = 16 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 = 2^4 \cdot \frac{1}{2^5} = \frac{1}{2} = 0.5$$

ההסתברות שגלע יעצתה 3-משחקים לפחות היא 0.5.

המשך הסדרון קשה היא...

נחידע על פסיכומטרי  
ביואל גבע ←

**הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.**  
אל תתפשר עליה.



ג. ההסתברות שיש עננה שלוש המשקפים הוא 0.125

$$P\left(\begin{matrix} \text{עננה} \\ \text{המשקף} \\ \text{המשקף} \\ \text{ללא} \end{matrix}\right) = P\left(\begin{matrix} \text{עננה I} \\ \text{עננה II} \\ \text{עננה III} \\ \text{עננה IV או V} \\ \text{עננה VI או VII} \end{matrix}\right) =$$

הסתברות של מאורע א' ולעיתים

$$= P(\text{עננה I}) \cdot P(\text{עננה II}) \cdot P(\text{עננה III}) \cdot P\left(\begin{matrix} \text{עננה} \\ \text{עננה} \\ \text{עננה} \\ \text{עננה} \end{matrix}\right) \cdot P\left(\begin{matrix} \text{עננה} \\ \text{עננה} \\ \text{עננה} \\ \text{עננה} \end{matrix}\right) =$$

הסתברות של אירועי מאורעות זרים

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 = \frac{1}{8} = 0.125$$

ההסתברות שיש עננה שלוש המשקפים הוא 0.125

1.2. ההסתברות שיש לא עננה שלוש המשקפים היא 0.875

$$P\left(\begin{matrix} \text{עננה} \\ \text{עננה} \\ \text{עננה} \end{matrix}\right) = P(\text{עננה}) + P(\text{עננה}) = (1-4p) + 3p = 1 - 4 \cdot \frac{1}{6} + 3 \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{5}{6}$$

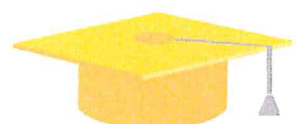
שוק מפורז והסתברות ג' ונ"ה  
הסתברות להצלחה:  $\frac{5}{6}$ , "כשלוש"  $1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$   
ברוט: 5 הצלחות - כנ"ל, משמש:

$$P\left(\begin{matrix} \text{עננה} \\ \text{עננה} \\ \text{עננה} \end{matrix}\right) = \left(\frac{5}{6}\right)^5 = \frac{3125}{7776} \approx 0.4188$$

ההסתברות שיש לא עננה שלוש המשקפים היא 0.4188

למידע על פסיכומטרי  
ביואל גבע ←

**הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.**  
**אל תתפשר עליה.**



המשקף הפיזיקלי קצת קטן...



2, 3, ירוש כי נלע הבסירה גמלק אקא לבחור.  
מהו ההסתברות להט ניצמה ד-3 המשקם היואלנים  
וקולנה טעא- טקו גמלק האמון.

מפוקר ההסתברות מונוקור.

האט נמלד אר ההסתברות שלע הבסירה גמלק אקא לבחור:  
נשמט גמלק של מר הבסיר יקור- וקורבירות של האורן הנלנים:

$$P(\text{נלע הבסירה גמלק אקא לבחור}) = 1 - P(\text{נלע לבסירה גמלק אקא לבחור}) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^5 = \frac{4651}{7776}$$

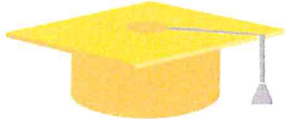
כסת:

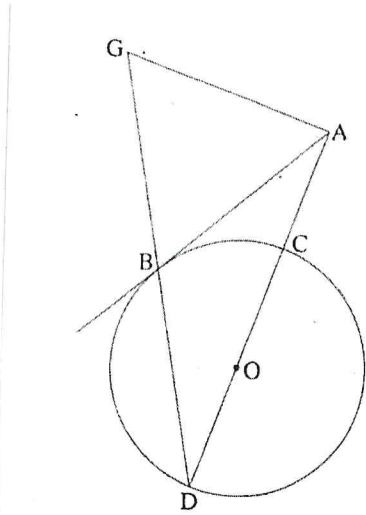
$$P(\text{נלע ניצמה ד-3 המשקם היואלנים וקורבירות טקו גמלק האמון} \mid \text{נלע הבסירה גמלק אקא לבחור}) = \frac{P(\text{נלע הבסירה גמלק אקא לבחור})}{P(\text{גמלק אקא לבחור})} =$$

$$= \frac{P(\text{נלע ניצמה ד-3 המשקם היואלנים וקורבירות טקו גמלק האמון})}{P(\text{נלע הבסירה גמלק אקא לבחור})} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{3}}{\left(\frac{4651}{7776}\right)} = \frac{54}{4651} \approx 0.012$$

- ההסתברות לניצמה גמלק יחיד:  $3p = 3 \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$
- ההסתברות לטקו גמלק יחיד:  $1 - 4p = 1 - 4 \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$
- ההסתברות להבסיר גמלק יחיד:  $p = \frac{1}{6}$

הינן כי נלע הבסירה גמלק אקא לבחור -  
ההסתברות שלע ניצמה ד-3 המשקם היואלנים  
וקולנה טעא- טקו גמלק האמון היא:  $\frac{54}{4651} \approx 0.012$





4. נתון מעגל שרדיוסו R ומרכזו O.  
 מנקודה A שמחוץ למעגל יוצאים שלושה ישרים:  
 הישר AB משיק למעגל בנקודה B,  
 הישר AD עובר דרך מרכז המעגל O וחותך את המעגל בנקודות C ו-D,  
 והישר AG מאונך לישר AD (ראו סרטוט).  
 הנקודות B, D ו-G נמצאות על ישר אחד, כמתואר בסרטוט.  
 נסמן:  $\angle ADB = \alpha$ .  
 א. הביעו את כל זוויות המשולש ABG באמצעות  $\alpha$ .  
 ב. הוכיחו:  $\frac{AB}{AC} = \frac{DB}{BC}$ .  
 נתון:  $AG = 7$ ,  $AC = \frac{1}{2}DC$ .  
 ג. חשבו את R.  
 נסמן ב-S את שטח המשולש BDC.  
 ד. (1) הוכיחו:  $\triangle ADG \sim \triangle BDC$ .  
 (2) הביעו את שטח המשולש ADG באמצעות S.

פתרון:

נימוק

טענה

נתון  
 נתון  $AG \perp AD$   
 נתון AD חוצה BC בהתאם לתנאי  
 בנייה עזר (נאו שטח קטן המיון  
 נתון  
 זווה היזם - הנשקף על זווה.  
 לפי (3), (5).  
 זווה קטנה שלמה  $180^\circ$   
 זווה בין שני זווה. לפי (3), (4), (5)

- (1)  $AB \sim \triangle GAD$   
 (2)  $\angle GAD = 90^\circ$   
 (3)  $DC = 2R$   
 (4)  $BC \parallel AD$   
 (5)  $\angle ADB = \alpha$   
 (6)  $\angle BDC = 90^\circ$   
 ↓  
 (7)  $\angle GBC = 90^\circ$   
 (8)  $\angle ABC = \angle ADB = \alpha$



<p style="text-align: center;"><u>נימוק</u></p> <p>מיטת 5/1 - אפי (8, 7)</p> <p>השאלה 5/1 - בשאלה AGP</p> <p>8 - 180. אפי (5, 2)</p> <p>השאלה 5/1 - בשאלה ABG</p> <p>5 - 180 אפי (10, 9)</p>	<p style="text-align: center;"><u>תשובה</u></p> <p><math>\angle ABG = 90^\circ - \alpha</math> (9)</p> <p><math>\angle AGB = 90^\circ - \alpha</math> (10)</p> <p><math>\angle BAG = 2\alpha</math> (11)</p> <p style="text-align: center;">נ.ש.ל. כן</p>
<p>כל זווית שווה אקומה</p> <p>משפט זמנין 5.5. אפי (12, 8)</p> <p>יחס הזווית המשולשת</p> <p>במשולשים זווית. אפי (13)</p>	<p><math>\angle BAC = \angle BAD</math> (12)</p> <p><math>\triangle BAC \sim \triangle DAB</math> (13)</p> <p><math>\frac{AB}{AC} = \frac{DB}{BC}</math> (14)</p> <p style="text-align: center;">נ.ש.ל. כן</p>
<p>נתון</p> <p>נתון</p> <p>אפי (3), (15) - אישוק</p> <p>יחס הזווית המשולשת</p> <p>במשולשים זווית. אפי (13)</p> <p>השאלה 5/1 - בשאלה ABG</p> <p>יש זווית שווה. אפי (16, 10, 9)</p>	<p><math>AC = \frac{1}{2} DC</math> (15)</p> <p><math>AG = 7</math> (16)</p> <p><math>AC = R</math> (17)</p> <p><math>\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AB}</math> (18)</p> <p><math>AB = AG = 7</math> (19)</p>



נימוק

חישוק. אפי (3), (15)

חיבור הטריג. אפי (3), (20)

הצגה ביהס טא (18)

חישוק

ענה

$AC = R$  (20)

$AD = 3R$  (21)

$\frac{7}{R} = \frac{3R}{7}$  (22)

$R = \frac{7}{\sqrt{3}}$  (23)

נ.ט.ל. נ

נימוק

טא אופל טאווה אעצמו

אפי (2), (6)

משפט פמיון s.s. אפי (25), (26)

$S_{BDC} = S$  (24)

$\angle ADG = \angle BDC$  (25)

$\angle GAD = \angle DBC = 90^\circ$  (26)

$\triangle ADG \sim \triangle BDC$  (27)

נ.ט.ל. נ (1)

חישוק. אפי (21), (23)

משפט פיתגורס במשולש ADF

אפי (2)

חישוק. אפי (16), (28), (29)

יחס הסתים של משולש קולתיק

שלוה אריבנת. יחס הפאקת הנאיילת

אפי (27)

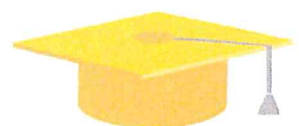
$AD = 3R = 7\sqrt{3}$  (28)

$GD^2 = AD^2 + AG^2$  (29)

||

$GD = 14$  (30)

$\frac{S_{ADG}}{S_{BDC}} = \left(\frac{GD}{DC}\right)^2$  (31)



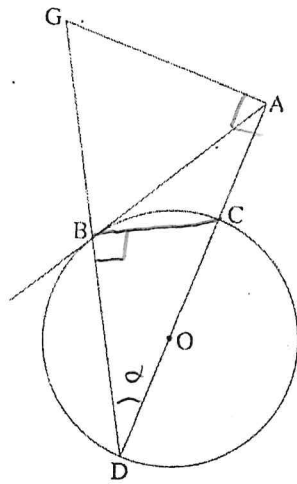


נלחזק  
חישוב

אלו  
$$S_{\text{מסג}} = \left(\frac{14}{2 - \frac{2}{\sqrt{3}}}\right)^2 \cdot S = 35 \text{ (32)}$$

נחזק 3' (2)

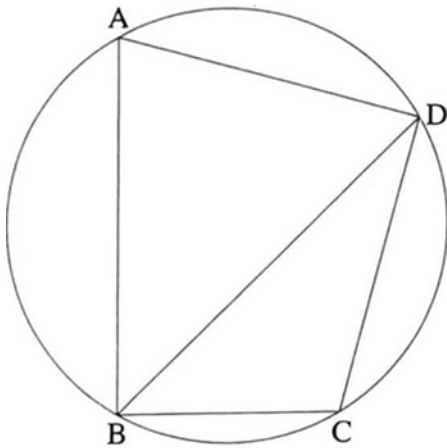
שיטות עם המוסר:



למידע על פסיכומטרי  
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.  
אל תתפשר עליה.





5. מרובע ABCD חסום במעגל שרדיוסו R ומרכזו O (ראו סרטוט).

נסמן:  $\angle DAB = \alpha$ ,  $\alpha$  היא זווית חדה.

א. הביעו את אורך האלכסון BD באמצעות  $\alpha$  ו-R.

נתון:  $BC = R$ ,  $CD = R\sqrt{2}$ .

ב. חשבו את  $\alpha$ .

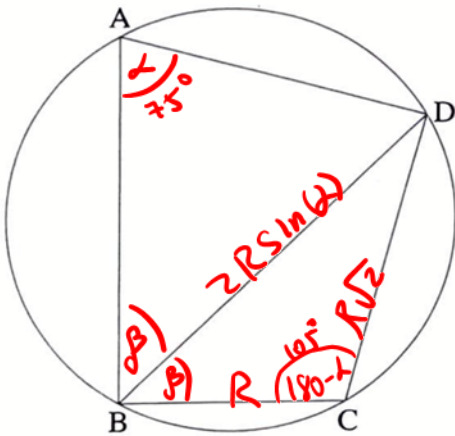
נתון: BD הוא חוצה זווית ABC.

ג. חשבו את גודל הזווית ABD.

נסמן ב- $h_1$  את הגובה שיורד מקודקוד A במשולש ABD,

וב- $h_2$  את הגובה שיורד מקודקוד O במשולש BOD.

ד. חשבו את  $\frac{h_1}{h_2}$ .



אם נשתמש ב- $\Delta ABD$  חסום במעגל, נקבל סינוסים

$$\frac{BD}{\sin(\alpha)} = 2R \rightarrow \boxed{BD = 2R \sin(\alpha)}$$

ב- $\Delta BDC$  חסום במעגל, נקבל סינוסים

$$\angle BDC = 180 - \alpha \leftarrow 180^\circ - \alpha$$

נשתמש ב- $\Delta BDC$  חסום במעגל, נקבל סינוסים:

$$BD^2 = CD^2 + CB^2 - 2 \cdot CD \cdot CB \cdot \cos(180 - \alpha)$$

$$(2R \sin \alpha)^2 = R^2 + (R\sqrt{2})^2 - 2 \cdot R \cdot R\sqrt{2} \cdot (-\cos \alpha) \quad | : R^2$$

$$4 \sin^2 \alpha = 1 + 2 + 2\sqrt{2} \cos \alpha$$

$$4(1 - \cos^2 \alpha) = 3 + 2\sqrt{2} \cos \alpha$$

$$4 - 4 \cos^2 \alpha = 3 + 2\sqrt{2} \cos \alpha$$

$$0 = 4 \cos^2 \alpha + 2\sqrt{2} \cos \alpha - 1$$

$$\cos \alpha = 0.2588$$

$$\boxed{\alpha = 75^\circ}$$

$$\cos \alpha = -0.9659$$

$$\alpha = 165^\circ$$

(כאן  $\alpha$  תהיה)

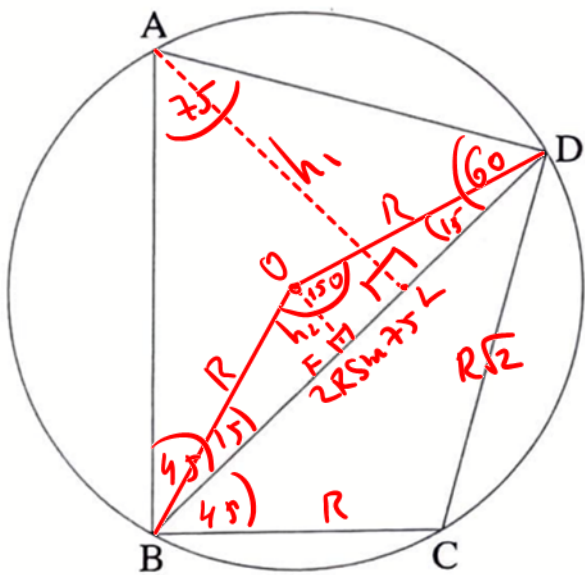


$\angle DBC = \angle DBA = \beta$  ס'יון  $\angle$

(כדי) לא לשלם הס'יונים?  $\triangle BCD$  כתיב (או) א כ  $\beta$

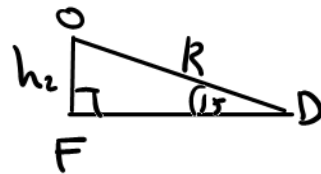
$$\frac{DC}{\sin \beta} = 2R \rightarrow \frac{R\sqrt{2}}{\sin \beta} = 2R \rightarrow \sin \beta = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \beta = 45^\circ, 135^\circ$$

$\angle ABD = 45^\circ$  , ס'יון



$h_2$  אכא  $\angle$

$\angle BOD = 2 \angle BAD = 60^\circ$  מרכזי זווה כי 2 להיקנה  
הנשטן א אנה קט.



$\triangle ODF$

$$\sin(15) = \frac{h_2}{R} \rightarrow h_2 = R \sin(15)$$

$h_1$  אכא  $\angle$

$\triangle ABD$

$$\frac{AD}{\sin(45)} = 2R \rightarrow AD = 2R \sin 45 = R\sqrt{2}$$

$\triangle ADL$

$$\sin(60) = \frac{h_1}{AD} \rightarrow h_1 = \sin(60) \cdot R\sqrt{2} = \frac{R \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$





$$\frac{h_1}{h_2} = \left| \frac{\frac{R\sqrt{3}}{\sqrt{2}}}{R\sin(60^\circ)} \right| = 3 + \sqrt{3} = 4.732$$

למידע על פסיכומטרי  
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.  
אל תתפשר עליה.



**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות**

6. נתונה הפונקצייה  $f(x) = 3x + \frac{3}{x}$ .

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $f(x)$ .
- (2) האם הפונקצייה  $f(x)$  היא זוגית, אי-זוגית או לא זוגית ולא אי-זוגית? הוכיחו את התשובה.
- (3) מצאו את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקצייה  $f(x)$ .

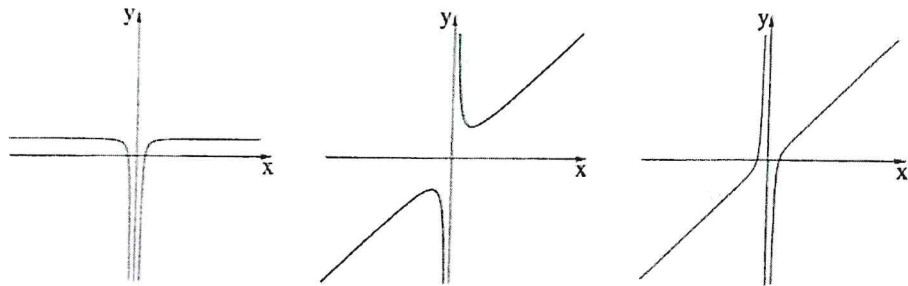
נתונות שתי פונקציות:  $f'(x)$  ו-  $g(x)$ .

$f'(x)$  היא פונקציית הנגזרת של  $f(x)$ , ו-  $g(x)$  מקיימת  $g(x) = f(x) \cdot f'(x)$ .

הפונקציות  $f'(x)$  ו-  $g(x)$  מוגדרות באותו התחום כמו הפונקצייה  $f(x)$ .

- ב. כל אחד מן הגרפים III-I, שלפניכם מתאר את אחת הפונקציות  $f(x)$ ,  $f'(x)$  ו-  $g(x)$ .

לכל אחת מן הפונקציות פתבו איזה גרף מתאר אותה. נמקו את התשובה.



גרף III

גרף II

גרף I

- ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של הפונקצייה  $g(x)$  עם ציר ה-  $x$ .
- ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי הפונקצייה  $g(x)$ , על ידי ציר ה-  $x$  ועל ידי הישרים  $x = \frac{1}{2}$  ו-  $x = 2$ .

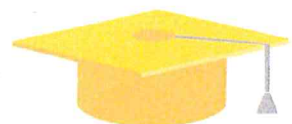
ה. נתון:  $I < a$  הוא פרמטר. חשבו את  $\int_{\frac{1}{a}}^a g(x) dx$ .

נתונה הפונקצייה  $h(x) = \int_1^x f'(t) dt$ . נתון כי הפונקצייה  $h(x)$  מוגדרת בתחום  $1 \leq x$ .

- ו. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה  $h(x)$ , וקבעו את סוגה.

6 א(1)  $|x \neq 0|$

6 א(2)  $f(-x) = -3x - \frac{3}{x}$   
 $-f(x) = -(3x + \frac{3}{x}) = -3x - \frac{3}{x}$   
 $f(-x) = -f(x)$   
 הפונ' אי זוגית



6.13)

$$f'(x) = 3 - \frac{3}{x^2} \rightarrow f'(x) = \frac{3x^2 - 3}{x^2}$$

$$f'(x) = 0: 3x^2 - 3 = 0 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = \pm 1$$

x	$x < -1$	$-1 < x < 0$	$0 < x < 1$	$x > 1$
$f'(x)$	+	-	-	+
$f(x)$	↗	↘	↘	↗

$$\begin{aligned} f'(2) &= + \\ f'(\frac{1}{2}) &= - \\ f'(-\frac{1}{2}) &= - \\ f'(-2) &= + \end{aligned}$$

אזורים:  $x < -1$  ו  $1 < x$   
 גבולות:  $-1 < x < 0$  ו  $0 < x < 1$

7) \* הערך היחיד המינימום לתחומי העולה והירידה של  $f(x)$  שמוצאו בסוף קוצם הוא זה ולכן:  $|f(x) - I|$

\* ניתן לומר של  $f(x)$  יש אט אלקויר  $y=3$  (לכיוון ואלוקר המקבילים של הבסיוויים עם העוקר העולה ביוגר המ 3.) זהו III הוא המצוי עם אט אלק ולכן:  $|f(x) - III|$

הערה: אפסר לומר שזהו III הייבב פון ציגיר וכוונתו ומוא אי ציגיר, מוא זיהו ציגיר

\* נמר לנא אור זהו I שימאר אר  $f(x)$  ולכן:  $|f(x) - I|$



6)  $g(x) = 0$

$f(x) \cdot f'(x) = 0$

$\nwarrow$   $\searrow$   
 II  $f(x) = 0$        $f'(x) = 0$   
 פתרון בסוג א)  $x = \pm 1$   
 איננו מתאים

$(1, 0)$      $(-1, 0)$

i) גזרות שבין  $x=2$  ו-  $x=\frac{1}{2}$  (ניגון אבולו)  
 ש  $g(x)$  מתאפס בין חיתוכים של  $f(x)$  (ב  $x=1$ )  
 סוג קירבה וסין (ב) את החישוב לפני אינטגרל (פרקים)

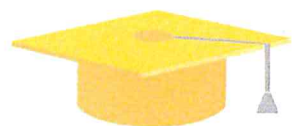
$\int_{\frac{1}{2}}^2 f(x)f'(x) dx + \int_{-\frac{1}{2}}^1 f(x)f'(x) dx$

לפי הנוסחה:  $\int [f(x)]^n f'(x) dx = \frac{[f(x)]^{n+1}}{n+1} + c$

$\left[ \frac{[f(x)]^2}{2} \right]_{\frac{1}{2}}^2 - \left[ \frac{[f(x)]^2}{2} \right]_{-\frac{1}{2}}^1$

$\frac{[f(2)]^2}{2} - \frac{[f(\frac{1}{2})]^2}{2} - \left( \frac{[f(1)]^2}{2} - \frac{[f(-\frac{1}{2})]^2}{2} \right) = \frac{7.5^2}{2} - \frac{6^2}{2} - \frac{6^2}{2} + \frac{7.5^2}{2} = \boxed{20.25}$

$\int_{\frac{1}{a}}^a g(x) dx = \int_{\frac{1}{a}}^a f(x)f'(x) dx = \left[ \frac{[f(x)]^2}{2} \right]_{\frac{1}{a}}^a = \frac{[f(a)]^2}{2} - \frac{[f(\frac{1}{a})]^2}{2}$



$G(t)$  הנשק

$$\frac{(3a + \frac{3}{a})^2}{2} - \frac{(\frac{3}{a} + 3a)^2}{2} = \underline{0}$$

(1)  $h(x) = \int_1^x f'(t) dt \rightarrow h(x) = F(t) \Big|_1^x$

$$h(x) = F(x) - F(1)$$

$$h'(x) = f'(x) - 0$$

$$f'(x) = 0 \rightarrow x = \pm 1$$

$x=1$  (נקודה)  $x \geq 1$  קטעים

לפי זה  $f'(x)$  מתאפס ב  $x=1$  מתא  
 לתאובין ולכן גם  $h'(x)$  מתאפס ב  $x=1$   
 מתאובין לתאובין,  $(h'(x) = f'(x))$  מתאפס ב  
 $x=1$  וקידה מתאפס ב  $h(x)$ .

$$h(1) = F(1) - F(1) = 0$$

$$\underline{\min(1, 0)}$$



7. נתונה הפונקצייה  $f(x) = \frac{2(\cos x)^2 + \sin 2x}{2 \cos x}$  בתחום  $0 \leq x \leq 2\pi$ .

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $f(x)$ .  
 (2) הסבירו מדוע לפונקצייה  $f(x)$  אין אסימפטוטות המאונכות לציר ה- $x$ .  
 (3) מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה  $f(x)$  עם הצירים.
- ב. (1) הראו כי לכל  $x$  בתחום ההגדרה של הפונקצייה  $f(x)$  מתקיים:  $f'(x) = \cos x - \sin x$ .  
 (2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה  $f(x)$ , וקבעו את סוגן.  
 ג. (1) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .  
 (2)  $t$  הוא מספר. מצאו את כל ערכי  $t$  שבעבורם יש למשוואה  $f(x) = t$  פתרון יחיד (בתחום  $0 \leq x \leq 2\pi$ ).  
 ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ , על ידי ציר ה- $x$  ועל ידי שני הישרים  $x = \frac{3}{4}\pi$  ו- $x = \frac{5}{4}\pi$ .

פתרון

תחום הגדרה של  $f$  בתחום הנגזר: נדרוש: מקנה שניה מאפס:  $\cos x \neq 0$

$\cos x \neq 0 \Rightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$  (א שלם)

וקיבלנו הנגזר  
 $0 \leq x \leq 2\pi$

k	-1	0	1	2
x	<del><math>\frac{-\pi}{2}</math></del>	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$	<del><math>\frac{5\pi}{2}</math></del>

$x \neq \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$

כלומר, בתחום הנגזר, נחלק ההגדרה של הפונקצייה  $f$  הינו:

$0 \leq x < \frac{\pi}{2} \quad \text{או} \quad \frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2} \quad \text{או} \quad \frac{3\pi}{2} < x \leq 2\pi$

המשק הפתוח קשה הבא...

נחידע על פסיכומטרי  
 ביואל גבע ←

**הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.**  
**אל תתפשר עליה.**





א.2. הערכים החשובים טאניגטאטור מאונכור לקיר ה-x  
בתחום הינתן - מסעף קורב - מאפסי הימנה בתחום:  $\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$   
ערכים אלו מאפסיים עם את האונה של הפונקציה:

$$2(\cos(\frac{\pi}{2}))^2 + \sin(2 \cdot \frac{\pi}{2}) = 2 \cdot 0^2 + 0 = 0$$

$$2(\cos(\frac{3\pi}{2}))^2 + \sin(2 \cdot \frac{3\pi}{2}) = 2 \cdot 0^2 + 0 = 0$$

נפסל אס-בן את היבולו האלגברי של הפונקציה f תן שימוש  
בצבולו - טריגונומטריות:

$$f(x) = \frac{2(\cos x)^2 + \sin 2x}{2 \cos x} = \frac{2(\cos x)^2 + 2 \sin x \cdot \cos x}{2 \cos x} =$$

$$= \frac{2 \cos x \cdot (\cos x + \sin x)}{2 \cos x} = \cos x + \sin x$$

היבולו שיתקל נין ל: ציג או הערכים  $\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$

מסקנה - בקורבולו אלו קיימו בקורבול אי-יציבות סל-קות ("חורים")  
של הפונקציה f ואין אלו אסימטוטו - המאונכור לקיר ה-x של הפונק'

\*הארה:

נין להיווסת קמסוק הינל עם על יבוי ערכי טלגל - ערכים  
של ערכי x המתקרבים בקורבול אלו.

כאטר ערכי ה-x שטאפסי ערכים אלו ערכי ה-y שטאפסי לערכי ה-y

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} (f(x)) = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} (\cos x + \sin x) = \cos \frac{\pi}{2} + \sin \frac{\pi}{2} = 0 + 1 = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} (f(x)) = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} (\cos x + \sin x) = \cos \frac{\pi}{2} + \sin \frac{\pi}{2} = 0 - 1 = -1$$

נחידע על פסיכומטרי  
ביואל גבע ←

**הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.**  
**אל תתפשר עליה.**



המשק הביטוח קצת יבט...



מסקנה: חצי מסוף קובץ:   
 קובץ אי-הולנסור הסליקור של הפונקציה  $f$  המוגדרת ("חורים")

$$\left(\frac{\pi}{2}, 1\right), \left(\frac{3\pi}{2}, -1\right)$$

3.1. קובץ סיני של הפונקציה  $f$  עם הציורים:

חיתוך עם גרף  $y=0$ :

\* מצאנו נקודות הביטוי האפס של הפונקציה  $f$  בתחום הנדרש:

$$f(x) = \cos x + \sin x$$

$$\frac{3\pi}{2} < x \leq 2\pi \quad \text{או} \quad \frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2} \quad \text{או} \quad 0 \leq x < \frac{\pi}{2}$$

$$\Downarrow f(x) = 0$$

$$\cos x + \sin x = 0 \quad / -\sin x$$

$$\cos x = -\sin x$$

$$\cos x = \sin(-x)$$

$$\cos x = \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$$

$$x = -\frac{\pi}{2} - x + 2\pi k \quad / +x$$

~~$$x = \frac{\pi}{2} + x + 2\pi k$$~~

כאן שוקע על סיני  $x = -\pi$

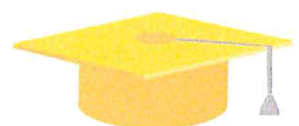
$$2x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k \quad / :2$$

$$x = -\frac{\pi}{4} + \pi k$$

k	0	1	2	3
x	<del><math>-\frac{\pi}{4}</math></del>	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{7\pi}{4}$	<del><math>\frac{11\pi}{4}</math></del>

וגם יתכן:

$$\left(\frac{3\pi}{4}, 0\right), \left(\frac{7\pi}{4}, 0\right)$$



חינוך ע"פ ציר ה-y (x=0):

$$f(0) = \cos 0 + \sin 0 = 1 + 0 = 1$$

$$(0, 1)$$

ד.ו. ג'ל: על x קומם ההגדרה של הפונקציה f מתקיים:

$$f'(x) = \cos x - \sin x$$

הואילן:

$$f(x) = \cos x + \sin x, \quad 0 \leq x < \frac{\pi}{2} \text{ או } \frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2} \text{ או } \frac{3\pi}{2} < x \leq 2\pi$$

נצייר את הפונקציה המפושטת הנ"ל קומם הנ"ל:

$$f'(x) = -\sin x + \cos x, \quad 0 < x < \frac{\pi}{2} \text{ או } \frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2} \text{ או } \frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$$

↓ חוק החילוף (קומטלטיבו) בחיבור

$$f'(x) = \cos x - \sin x$$

קומם הנ"ל - מל קומטלטיבו ד.ו.

ד.ו. 2. נקודות קיצון של נאד קומם וסוגן:  
נקודות קריטיות: נשווה את הנגזרת לאפס:

$$f'(x) = 0$$

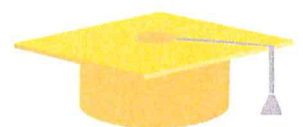
$$\cos x - \sin x = 0 \Rightarrow \cos x = \sin x \Rightarrow \cos x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$x = \frac{\pi}{2} - x + 2\pi k \quad \text{או} \quad x = \frac{\pi}{2} - x + 2\pi k$$

כסוק ש קר על ערכי x -!

$$2x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$$

$$x = \frac{\pi}{4} + \pi k$$



הבינו  $f'(x) = 0$



$x = \frac{\pi}{4} + k\pi$

ובתחום הנבון:

K	-1	0	1	2
X	<del><math>\frac{3\pi}{4}</math></del>	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{4}$	<del><math>\frac{7\pi}{4}</math></del>

עצמי סעיף נוסף:

$f'(x) = \cos x - \sin x$

$f''(x) = -\sin x - \cos x$

נבדק אם הנתן יקרטיאל (משוואה) להתקבלו נעיל:

$f''(\frac{\pi}{4}) = -\sin(\frac{\pi}{4}) - \cos(\frac{\pi}{4}) = -\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = -\sqrt{2} < 0$

לכן, עבור  $x = \frac{\pi}{4}$  יש  $f$  קיצון מסוג מקסימום (בנייה):

עיקר ה-y הנקראת:  $f(\frac{\pi}{4}) = \cos(\frac{\pi}{4}) + \sin(\frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$

$(\frac{\pi}{4}, \sqrt{2})_{max}$

$f''(\frac{5\pi}{4}) = -\sin(\frac{5\pi}{4}) - \cos(\frac{5\pi}{4}) = -(-\frac{\sqrt{2}}{2}) - (-\frac{\sqrt{2}}{2}) = \sqrt{2} > 0$

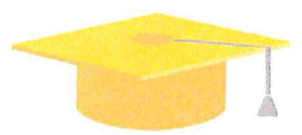
לכן, עבור  $x = \frac{5\pi}{4}$  יש  $f$  קיצון מסוג מינימום (בנייה):

עיקר ה-y הנקראת:  $f(\frac{5\pi}{4}) = \cos(\frac{5\pi}{4}) + \sin(\frac{5\pi}{4}) = -\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = -\sqrt{2}$

$(\frac{5\pi}{4}, -\sqrt{2})_{min}$

נחידע על פסיכומטרי  
ביואל גבע ←

**הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.**  
**אל תתפשר עליה.**



המשך הפתרון באתר...

נקודות קריטיות בקנה המוסר:

$$f(\pi) = \cos \pi + \sin \pi = 1 = 0$$

נקודות התצפית של קנה המוסר.

סוג הקיצון בקנה המוסר - נסיק מסוג הקיצון של קנה המוסר  
הפנימי - הקובע את ביטול  $\max(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$  - זמן סוג הקיצון  
של נקודה זו הינו מנימוס (קנה המוסר הגדול):

$$\boxed{\min(0, 1)}$$

$$f(2\pi) = \cos(2\pi) + \sin(2\pi) = 1 + 0 = 1$$

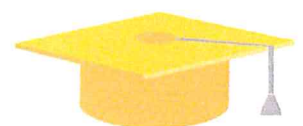
סוג הקיצון בקנה המוסר - נסיק מסוג הקיצון של קנה המוסר  
הפנימי - הקובע את ביטול  $\max(\frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{2})$  - זמן סוג הקיצון  
של נקודה זו הינו מקסימום (קנה המוסר הגדול):

$$\boxed{\max(2\pi, 1)}$$

\* הארה:

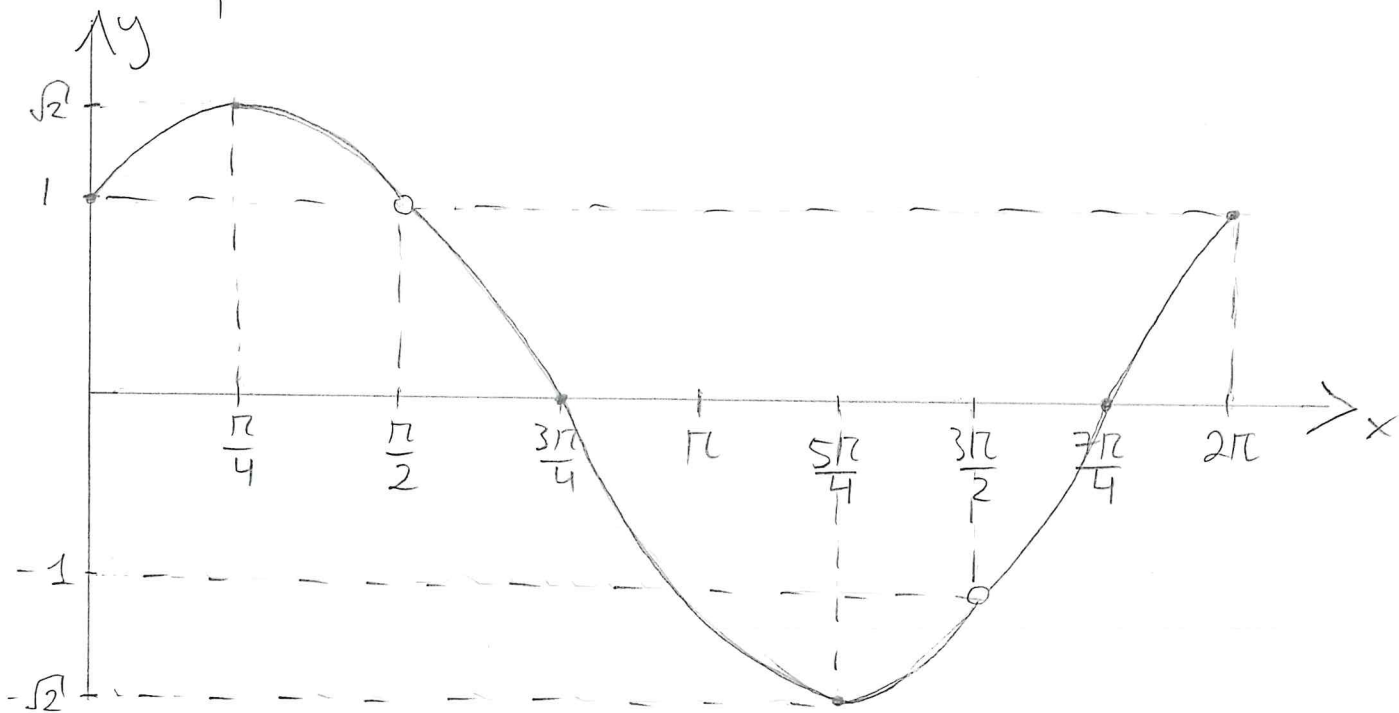
נקודות אי-הרציפות בסליקה  $(-\frac{3\pi}{2}, 1)$  ונמצא בין  
הנקודות  $(1, 2\pi)$  ו-  $(\frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{2})$  שא משמשה את התנהגות  
הפונקציה  $f$  ולכן נכלל בקבוצת אר סוג הקיצון של קנה המוסר  
היטני כלל.

המשך הסדרון קבוע הפא.





ע.1. על פי סעיפי המקרה עם כפי נשאל  
סקינה של גוף הפונקציה (ואל בתום היקף):



ע.2. כל ערכי  $t$  שהעבורם משוואה  $t = f(x)$  מתקיים יחידה  
בתחום הנגזר.

מתחן ערבי: האלה שאלה שאלה : כמה נקודות משותפות  
יש לגוף הפונקציה  $f$  העומש ולישה  $y = t$ ?

תשובה: עדיק  $t = \pm\sqrt{2}$  תהיה השקה דקורה יחידה -  
בנקודות הקיצון  
הפנימיים.

ועדיק  $t = 1$  תהיה נקודה חיצון יחידה שכן  
בנקודה אי-הרציפות הסליקה (המורה)  $(-\frac{3\pi}{2}, 1)$  אינן מתקיים חיצון  
עין הנגזר כי נק' החיצון היחידה יתה  $(-\pi, 1)$ .

המשך הפתרון למטה הקו...



2. הטלח המועקתל של יבוי פונקטיון ינצטר  $f(x)$

על יבוי צניר ה- $x$   
ועל יבוי הישני  $x = \frac{5\pi}{4}$  ו-  $x = \frac{3\pi}{4}$

מתקורה קורבט, ניגן לביטון כי  $f(x)$  יורד בתחום:

$$\frac{3\pi}{4} < x < \frac{5\pi}{4}$$

משע ערני ינצטר  $f(x)$  ללליה בתחום זה וערל

ינצטר נחטא מתח-לצניר היא בתחום זה.

נונע עמשל אה האינטלגל בעכנו המוחל אז עכפול:

אח האינטלגל המסויף ה-1- (הפיל קין סעע  $f'(x) - 1$ ):

השטח הרקני:

$$S = - \int_{\frac{3\pi}{4}}^{\frac{5\pi}{4}} (f'(x) - 1) dx = - [f(x)]_{\frac{3\pi}{4}}^{\frac{5\pi}{4}} = - [f(\frac{5\pi}{4}) - f(\frac{3\pi}{4})] =$$

$$= f(\frac{3\pi}{4}) - f(\frac{5\pi}{4}) = 0 - (-\sqrt{2}) = \sqrt{2} \approx 1.414$$

מחילובים קורבטים:

נה חיתוך עם צניר ה- $x$

ונה קיטון פנימי



נתונות שתי פונקציות:  $f(x) = x^3$ ,  $g(x) = \sqrt{f(x)}$ .

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה  $f(x)$  ואת תחום ההגדרה של הפונקצייה  $g(x)$ .

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה  $f(x)$  עם גרף הפונקצייה  $g(x)$ .

הנקודה A נמצאת על גרף הפונקצייה  $f(x)$ , והנקודה B נמצאת על גרף הפונקצייה  $g(x)$  כך שהקטע AB מקביל לציר ה-x.

נתון כי שיעור ה-x של הנקודה A נמצא בין שיעורי ה-x של נקודות החיתוך של הפונקצייה  $f(x)$  עם הפונקצייה  $g(x)$ . נסמן ב-p את שיעור ה-x של הנקודה A. הוא פרמטר.

ב. הביעו באמצעות p את אורך הקטע AB.

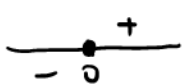
ג. הנקודה O היא ראשית הצירים. מצאו את השטח המקסימלי של המשולש OAB.

ד. האם השטח המקסימלי של המשולש OAB מתקבל כאשר אורך הקטע AB הוא מקסימלי? נמקו את התשובה.

$$f(x) = x^3$$

$$g(x) = \sqrt{f(x)} = \sqrt{x^3}$$

ל. (1) תחום הגדרה של  $f(x)$ : כל x  
תחום הגדרה של  $g(x)$ :  $x \geq 0$



$$x^3 \geq 0$$

$$\sqrt{f(x)} = f(x)^{1/2}$$

$$\Leftrightarrow f(x) = g(x) \quad (2) \text{ k}$$

$$f(x) = f^2(x)$$

$$f(x)(f(x) - 1) = 0 \Rightarrow$$

$$f(x) = 0$$

$$x^3 = 0$$

$$x = 0$$

$$f(x) = 1$$

$$x^3 = 1$$

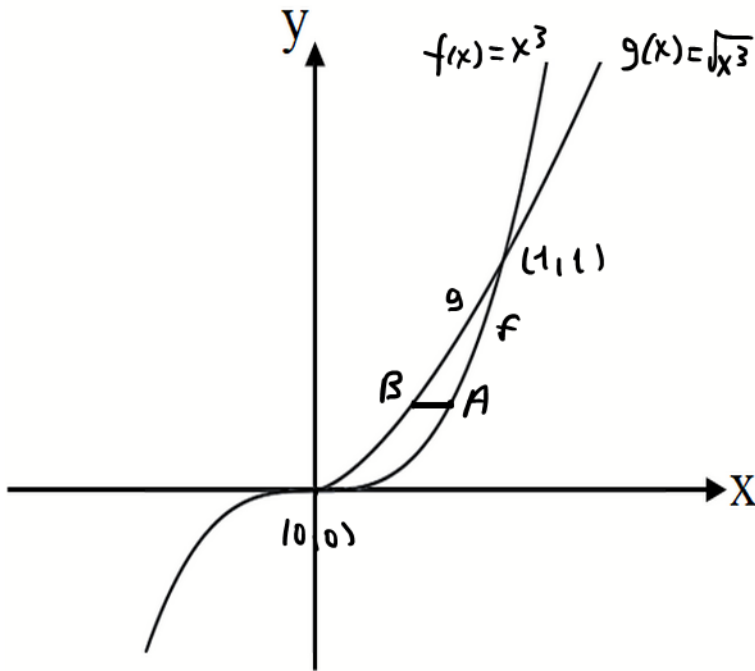
$$x = 1$$

$$(0, 0), (1, 1)$$





אזכיר סקיצות למסר דהויכוח הפתרון, ולא נדרש בשאלה.



בתחום  $0 < x < 1$

$f(x)$  נמוך  $g(x)$

למשל  $f(0.5) > g(0.5)$

$0.125 > 0.35$

נתון  $x_A = p$

$0 < p < 1$

$A(p, f(p))$

$A(p, p^3)$

היכן  $AB$  מתקבל וצנור ה- $x$  ומס  $y_B = y_A = p^3$

$p^3 = \sqrt{x^3}$  וזכור  $B(x, p^3)$  נחטור על  $g(x) = \sqrt{x^3}$   
 $p^6 = x^3 \Rightarrow x = p^2 \Rightarrow B(p^2, p^3)$

נסכים:  $B(p^2, p^3)$   $A(p, p^3)$

$AB = p - p^2$

כי  $AB = x_A - x_B$

נשים לב כי עבור  $0 < p < 1$

מתקיים  $p^2 < p$  ולכן  $p - p^2$  אינו ערך חיובי של אורך  $AB$



$S_{A \cup B} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot y_A$  0(0,0) .2

$y_A = p^3$  A ו B עליונים

$S = \frac{1}{2} \cdot p^3 (p - p^2)$   $S = \frac{1}{2} (p^4 - p^5)$

$S'(p) = \frac{1}{2} (4p^3 - 5p^4)$

$= \frac{1}{2} \cdot p^3 (4 - 5p) = 0$

$p = 0$   $p = 0.8$   
(אם  $p=0$  אז  $S=0$ )

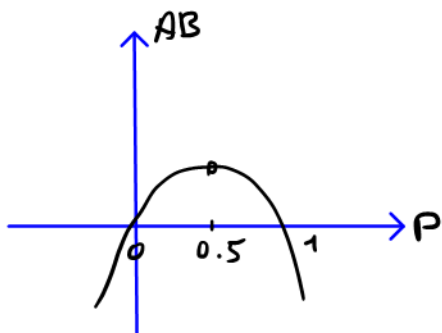
$S_{max} = S(0.8) = 0.04096 = \frac{128}{3125}$

P		0.8	
S'	+	0	-
S	↗	max	↘

$S_{max} = \frac{128}{3125} = 0.04096$   
פ' חזק

$AB = p - p^2$

$p = 0.5$  3. AB מקסימלי - כאשר



על כל המקומות A ו B מקסימלי

לא מתקבל

כאשר אורך AB מקסימלי.

