יואל גבע
לא מתפשרים.

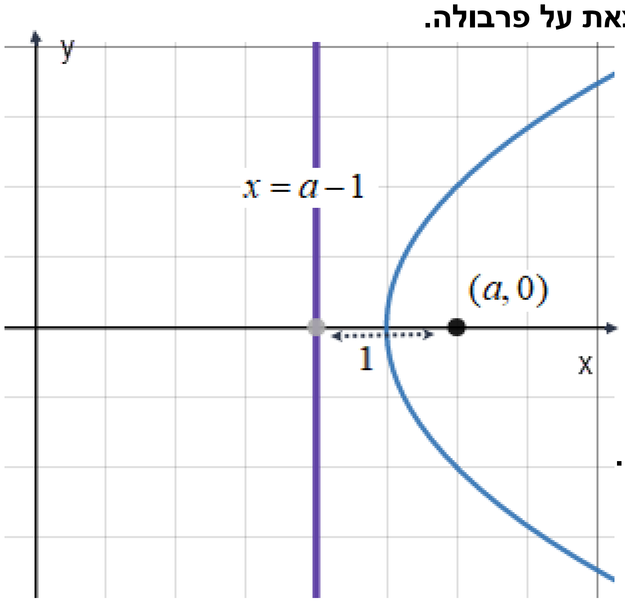
שאלון 35572 מועד
קיץ תשפ"א

מורים יקרים,
החל משנת 2022, נוספו סמלי שאלון המציינים את השאלונים לפי התוכנית החדשה במתמטיקה.
להלן השינויים:
שאלון 182 (801) שונה ל- 172
שאלון 381 (802) שונה ל- 371
שאלון 382 (803) שונה ל- 372
שאלון 481 (804) שונה ל- 471
שאלון 482 (805) שונה ל- 472
שאלון 581 (806) שונה ל- 571
שאלון 582 (807) שונה ל- 572

בהתאם לכך, מצורף פתרון בחינת בגרות לשאלון 35572 מועד קיץ תשפ"א.

תודה מיוחדת למר עפר ילין על כתיבת הפתרונות ועריכת קובץ זה.

א. כל נקודה הנמצאת במרחק שווה מנקודה קבועה ומישר נמצאת על פרבולה.



<u>פתרון ראשון – על פי הזזות</u>

במקרה זה הנקודה הקבועה היא $(a,0)$ שעל ציר ה- x ,

והישר $x=a-1$ המקביל לציר ה- y ,

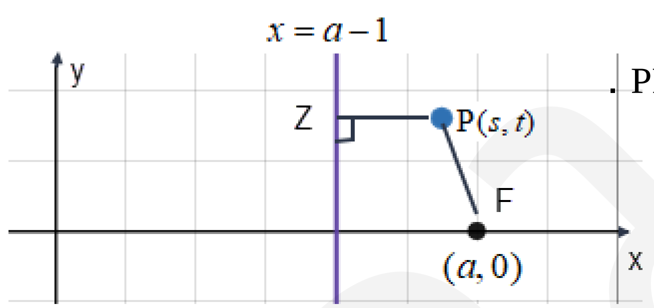
שנמצא במרחק של 1 מהנקודה $(a,0)$.

המרחק בין מוקד הפרבולה $y^2=2px$ למדריך הוא p ,

ולכן הפרמטר הוא $p=1$, ומשוואת הפרבולה היא $y^2=2x$.

ההזזה, מהמוקד $(\frac{1}{2},0)$, היא $a-\frac{1}{2}$ יחידות ימינה,

ומשוואת הפרבולה המתקבלת היא $\boxed{y^2=2x-2a+1} \rightarrow y^2=2(x-(a-\frac{1}{2}))$.



<u>פתרון שני – על פי השוואת המרחקים</u>

נסמן $P(s,t)$ נקודה על המקום הגיאומטרי, כך ש- $PF=PZ$.

$P(s,t)$ בוודאות מימין לישר.

$$\sqrt{(s-a)^2+(t-0)^2}=s-(a-1)$$
$$(s-a)^2+t^2=\left[(s-a)+1\right]^2$$
$$(s-a)^2+t^2=(s-a)^2+2(s-a)+1$$
$$t^2=2s-2a+1$$
$$\boxed{y^2=2x-2a+1}$$

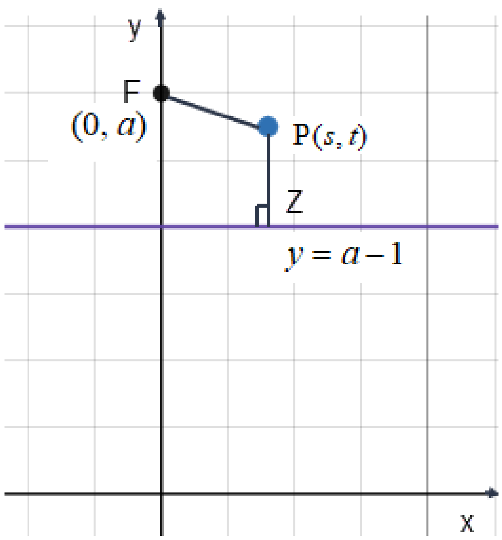
תשובה: משוואת המקום הגיאומטרי היא $y^2=2x-2a+1$.

ב. כל נקודה הנמצאת במרחק שווה מנקודה קבועה ומישר נמצאת על פרבולה.

ההסברים החלופיים לגישה הרגילה, מתבססים על פרבולה מהסוג $x^2 = 2py$, **הסימטרית לציר ה-** y ,

או על חילופי תפקידים בין שני המשתנים ובין נקודות החיתוך עם הצירים, ושני הישרים המקבילים לצירים,

ובהחלט לא מתאימים להצגה כאן הפעם.



נסמן $P(s,t)$ **נקודה על המקום הגיאומטרי, כך ש-** $PF = PZ$.

$P(s,t)$ **בוודאות מעל לישר.**

$$\sqrt{(s-0)^2 + (t-a)^2} = t - (a-1)$$

$$s^2 + (t-a)^2 = [(t-a)+1]^2$$

$$s^2 + (t-a)^2 = (t-a)^2 + 2(t-a) + 1$$

$$s^2 = 2t - 2a + 1$$

$$\boxed{x^2 = 2y - 2a + 1}$$

תשובה: משוואת המקום הגיאומטרי היא $x^2 = 2y - 2a + 1$.

ג. שני המקומות הגיאומטריים נחתכים בנקודה $(2, 2)$ **ובנקודה נוספת.**

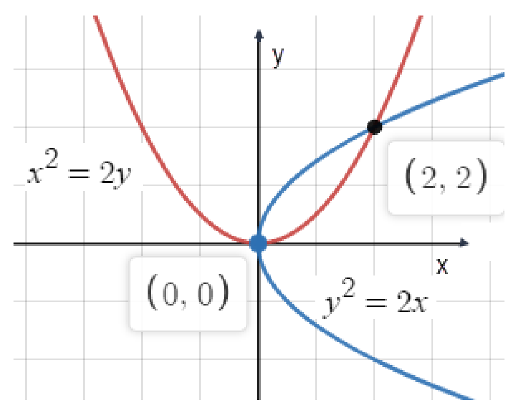
(1) נציב $(2, 2)$ **בפרבולה** $y^2 = 2x - 2a + 1$ **:** $\boxed{a = \frac{1}{2}} \rightarrow 2^2 = 2 \cdot 2 - 2a + 1$.

תשובה: $a = \frac{1}{2}$.

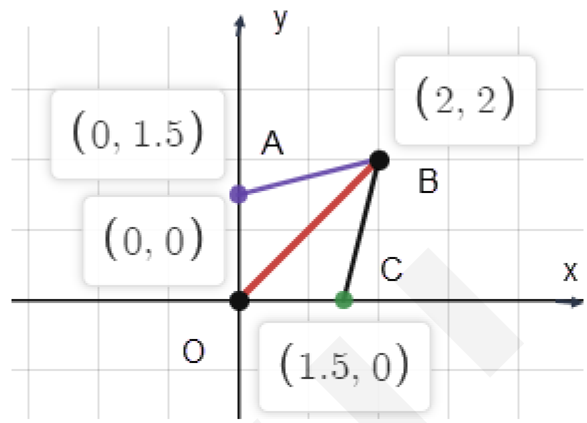
(2) נציב $a = \frac{1}{2}$ **במשוואות שתי הפרבולות, ונקבל שמשוואותיהן הן:** $y^2 = 2x$ **ו-** $x^2 = 2y$.

קל לראות ששתי הפרבולות עוברות בראשית הצירים, וזו נקודת החיתוך השנייה ביניהן.

תשובה: $a = \frac{1}{2}$ **, שיעורי נקודת החיתוך האחרת הם** $(0, 0)$.



ד. מחברים את שתי נקודות החיתוך עם הנקודות $(1.5,0)$ **ו-** $(0,1.5)$.



(1) שיפוע OB **, אלכסון המרובע** $OABC$ **הוא** 1**, ולכן** $\sphericalangle BOC=45°$ **והאלכסון חוצה את זווית** O .

מכאן ש- $\Delta OBA \cong \Delta OBC$ **והמרובע הוא דלתון, כי מתקבלים שני זוגות שונים של צלעות סמוכות שוות.**

תשובה: המרובע שהתקבל הוא דלתון.

(2) נחשב את שטח המרובע, השווה לכפליים השטח של כל אחד מהמשולשים החופפים.

$$S_{\Delta OBC}=\frac{OC\cdot h_B}{2}=\frac{1.5\cdot 2}{2}=1.5$$

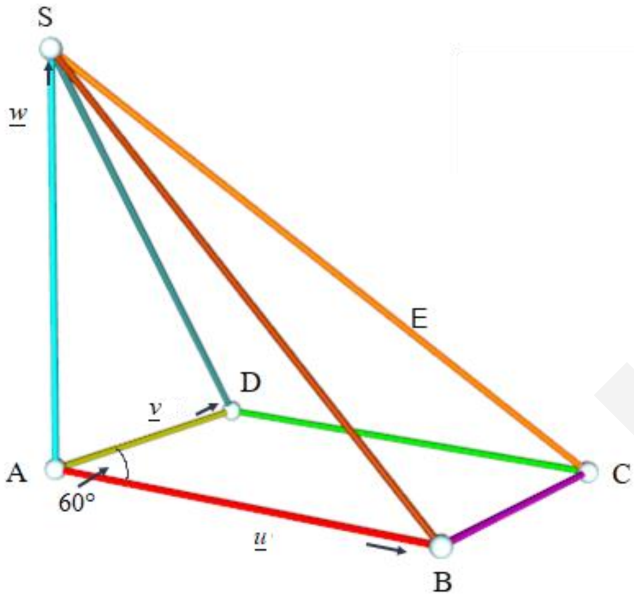
$$S_{OABC}=2\cdot 1.5=3$$

תשובה: שטח המרובע הוא 3.

א. במעוין הצלעות שוות זו לזו, נסמן את האורך שלהן ב- a .

$$\overrightarrow{AS} \perp \pi_{ABCD} \quad \to \underline{u}\cdot\underline{w}=0 \ , \ \underline{v}\cdot\underline{w}=0$$

$$\sphericalangle BAD = 60^\circ \quad \to \underline{u}\cdot\underline{v}=|\underline{u}||\underline{v}|\cos 60^\circ \quad \to \underline{u}\cdot\underline{v}=\frac{1}{2}a^2$$



$$\boxed{\overrightarrow{AB}=\underline{u}} \quad \boxed{|\underline{u}|=a} \quad \boxed{\underline{u}^2=a^2}$$

$$\boxed{\overrightarrow{AD}=\underline{v}} \quad \boxed{|\underline{v}|=a} \quad \boxed{\underline{v}^2=a^2}$$

$$\boxed{\overrightarrow{AS}=\underline{w}} \quad \boxed{|\underline{w}|=a} \quad \boxed{\underline{w}^2=a^2}$$

$$\underline{u}\cdot\underline{v}=\frac{1}{2}a^2 \ , \ \underline{u}\cdot\underline{w}=0 \ , \ \underline{v}\cdot\underline{w}=0$$

$$\overrightarrow{SE}=t\,\overrightarrow{SC}$$

$$\overrightarrow{EC}=(1-t)\,\overrightarrow{SC}$$

$$\overrightarrow{EC}=(1-t)\,(\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC})$$

$$\boxed{\overrightarrow{EC}=(1-t)\underline{u}+(1-t)\underline{v}+(t-1)\underline{w}}$$

$$\overrightarrow{EB}=\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{CB}$$

$$\boxed{\overrightarrow{EB}=(1-t)\underline{u}-t\underline{v}+(t-1)\underline{w}}$$

$$\overrightarrow{ED}=\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{CD}$$

$$\boxed{\overrightarrow{ED}=-t\underline{u}+(1-t)\underline{v}+(t-1)\underline{w}}$$

תשובה: $\overrightarrow{EB}=(1-t)\underline{u}-t\underline{v}+(t-1)\underline{w}$, $\overrightarrow{ED}=-t\underline{u}+(1-t)\underline{v}+(t-1)\underline{w}$.

ב. נתון $t=\frac{1}{2}$.

$$\boxed{\overrightarrow{EB}=\frac{1}{2}\underline{u}-\frac{1}{2}\underline{v}-\frac{1}{2}\underline{w}}$$

$$\boxed{\overrightarrow{ED}=-\frac{1}{2}\underline{u}+\frac{1}{2}\underline{v}-\frac{1}{2}\underline{w}}$$

(1) נוכיח ש- $\overrightarrow{EB}$ **מאונך ל-** $\overrightarrow{ED}$.

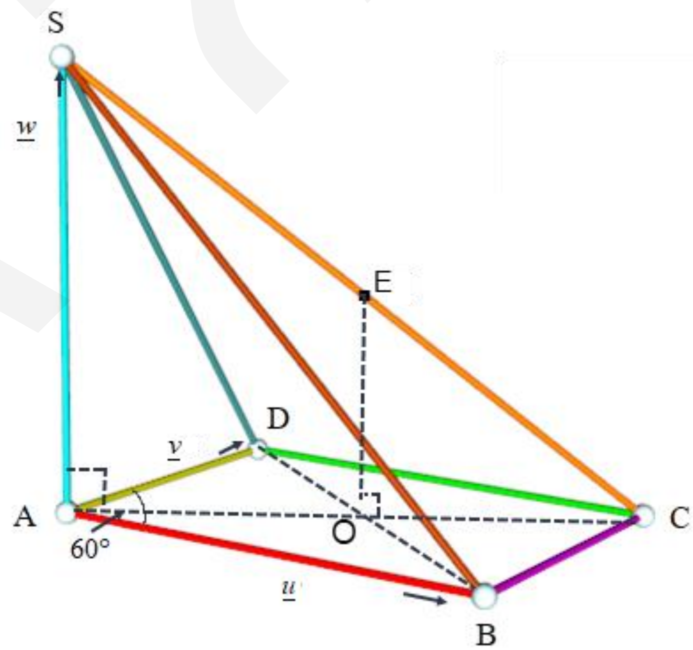
$$\overrightarrow{EB}\cdot\overrightarrow{ED}=(\frac{1}{2}\underline{u}-\frac{1}{2}\underline{v}-\frac{1}{2}\underline{w})\cdot(-\frac{1}{2}\underline{u}+\frac{1}{2}\underline{v}-\frac{1}{2}\underline{w})$$

$$\overrightarrow{EB}\cdot\overrightarrow{ED}=-\frac{1}{4}\underline{u}^2-\frac{1}{4}\underline{v}^2+\frac{1}{4}\underline{w}^2+\frac{1}{2}\underline{u}\cdot\underline{v}\quad\leftarrow\underline{u}\cdot\underline{w}=0\ ,\ \underline{v}\cdot\underline{w}=0$$

$$\overrightarrow{EB}\cdot\overrightarrow{ED}=-\frac{1}{4}a^2-\frac{1}{4}a^2+\frac{1}{4}a^2+\frac{1}{4}a^2\quad\leftarrow\underline{u}\cdot\underline{v}=\frac{1}{2}a^2$$

$$\overrightarrow{EB}\cdot\overrightarrow{ED}==0\quad\rightarrow\boxed{\overrightarrow{EB}\perp\overrightarrow{ED}}$$

תשובה: הוכחנו ש- ש- $\overrightarrow{EB}$ **מאונך ל-** $\overrightarrow{ED}$.



(2) נביט על ΔSAC .

E **נמצאת באמצע הצלע** SC.

האנך מ- E **לצלע** AC **מקביל לצלע** SA**, כי שניהם מאונכים לבסיס הפירמידה.**

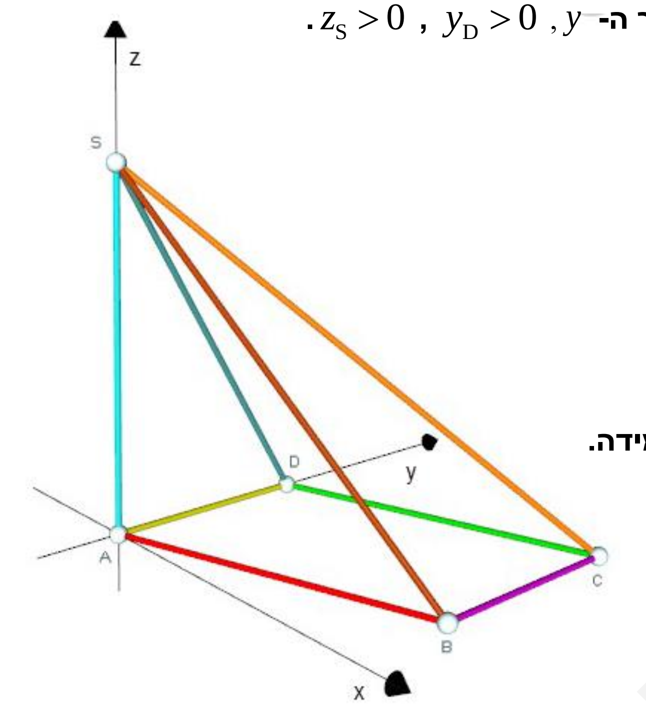
מכאן שהאנך הוא קטע אמצעים במשולש ΔSAC**, וחוצה גם את הצלע** AC .

כיוון שהאלכסונים במעוין חוצים זה את זה, אז האנך עובר במפגש האלכסונים.

תשובה: הוכחנו שהאנך מן הנקודה E **לבסיס עובר דרך נקודת מפגש האלכסונים של המעוין.**

ג. נתון: $A(0,0,0)$, $B(6\sqrt{3},6,0)$, **קודקוד** D **מונח על ציר ה-** y , $y_D > 0$, $z_S > 0$.

- **הצלע** AD **מונחת על ציר ה-** y .
- **גובה הפירמידה** AS **מונח על ציר ה-** z .
- **הצלע** AB **אינה על ציר ה-** x **, כי** $\sphericalangle BAD = 60°$.



נחשב את אורך צלע המעוין, שהוא גם אורכו של גובה הפירמידה.

$$\overrightarrow{AB} = \underline{B} - \underline{A} = \underline{x} = (6\sqrt{3},6,0)$$

$$\left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{(6\sqrt{3})^2 + 6^2 + 0^2} = 12$$

$AD = AB = 12$ **, ובהתאם** $D(0,12,0)$ **, כי קודקוד** D **מונח על ציר ה-** y **והנקודה** A **בראשית הצירים.**

$AS = AB = 12$ **, ובהתאם** $S(0,0,12)$ **, כי** SA **מאונך לבסיס הפירמידה והנקודה** A **בראשית הצירים.**

תשובה: $S(0,0,12)$, $D(0,12,0)$.

ד. נמצא את משוואת המישור SAB.

מישור SAB **מכיל את ציר ה-** z **, ולכן** $d=0$, $c=0$ **במשוואת המישור.**

$$\overrightarrow{AB} = \underline{x} = (6\sqrt{3},6,0)$$

$$(a,b,c)\cdot(6\sqrt{3},6,0) = 0 \quad \rightarrow 6\sqrt{3}a + 6b = 0 \quad \rightarrow a = 1 , b = -\sqrt{3}$$

$$\boxed{\pi = x - \sqrt{3}y = 0}$$

תשובה: משוואת המישור SAB **היא** $x - \sqrt{3}y = 0$.

א. נפתור את המשוואה $z^4=-16$, בעזרת נוסחת השורשים של מספר מרוכב.

$$z^4=-16$$
$$z^4=2^4 cis\ (180°)°$$
$$z_k=2\ cis\ (45°+90°k)$$
$$\boxed{\begin{array}{l} z_0=2\ cis\ (45°)\ ,\ \ z_1=2\ cis\ 135° \\ z_2=2\ cis\ 225°\ ,\ \ z_3=2\ cis\ 315° \end{array}}$$

תשובה: $2\ cis\ 45°$ **,** $2\ cis\ 135°$ **,** $2\ cis\ 225$ **,** $2\ cis\ 315°$ **.**

ב. כל הפתרונות נמצאים על מעגל קנוני, שרדיוסו 2 , ומשוואתו היא $x^2+y^2=4$.

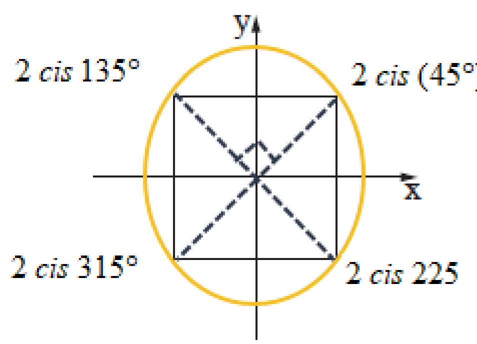
אלכסוני המרובע שווים זה לזה, וחוצים זה את זה.

כיוון שהזווית המרכזית, הנשענת על כל צלע היא בת $90°$, האלכסונים גם מאונכים זה לזה.

מכאן, שהמרובע שהתקבל הוא ריבוע.

$\arg z_0=45°$ **, ולכן משוואת האלכסון המתאים היא $y=x$,**

ונקבל ששיעורי כל קודקודי הריבוע שווים זה לזה בערכם המוחלט, ולכן צלעות הריבוע מקבילות לצירים.



תשובה: הסרטוט מעל.

ג. כופלים ב- : $w=\frac{1+i}{\sqrt{2}}$ **כל אחד מן המספרים במייצגים את קודקודי המצולע, כלומר את פתרונות המשוואה.**

נעבור להצגה טריגונומטרית.

$$w=\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}}i$$

$$|w|=\sqrt{(\frac{1}{\sqrt{2}})^2+(\frac{1}{\sqrt{2}})^2}=1$$

$$\tan\theta_w=\frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{1}{\sqrt{2}}}=1$$

$$\boxed{w=cis\ 45^\circ} \quad \leftarrow 1st\ quadrant$$

בהתאם, נכפול כל אחד מארבעת הפתרונות הקודמים ב- $cis\ 45^\circ$**, וכל הארגומנטים יגדלו ב-** 45°.

הנקודות החדשות תייצגנה את המספרים: $2\ cis\ 90^\circ$ **,** $2\ cis\ 180^\circ$ **,** $2\ cis\ 270$ **,** $2\ cis\ 360^\circ$**,**

שכולם נמצאים על הצירים.

תשובה: שיעורי הנקודות הם: $(0,2)$ **,** $(-2,0)$**,** $(0,-2)$**,** $(2,0)$.

ד. כל אחד משמונת המספרים המרוכבים שמצאנו מקיים את המשוואה $z^n=c$.

נתון: $11<n<17$, n **טבעי,** c **ממשי.**

כל הפתרונות נמצאים על המעגל $x^2+y^2=4$**,**

כאשר הזווית המרכזית הנשענת על כל מיתר (צלע) היא בת 45°.

על-מנת שמספרים אלו יהיו פתרונות המשוואה $z^n=c$**, נדרש ש-** n **יהייה כפולה של** 8 ,

מה שיבטיח שהחלוקה $\frac{360^\circ k}{n}=\frac{360^\circ k}{8t}=\frac{45^\circ k}{t}$ **תאפשר לקבל, בין השאר, את כל שמונת הפתרונות.**

בתחום $11<n<17$**,** $n=16$ **הוא האפשרות היחידה.**

$$z^{16}=c$$

$$(2cis\theta)^{16}=c$$

$$2^{16}cis(16\theta)=c$$

c **מספר ממשי, ולכן** $c=2^{16}=65{,}536$.

תשובה: $n=16$ **,** $c=65{,}536$.

ה. המצולע המשוכלל, שבו 16 צלעות, ניתן לחלוקה ל- 16 משולשים שווי שוקיים חופפים .

נחשב שטח משולש, הנשען על צלע אחת של המצולע, ונכפול פי 16 .

אורך כל שוק שווה לערך המוחלט של הפתרונות, כלומר ל- 2 .

גודל זווית הראש (הזווית המרכזית במעגל) הוא $\frac{360°}{16}=22.5°$.

$$S_{\Delta}=\frac{2\cdot 2\sin 22.5°}{2}$$
$$S_{\Delta}=2\sin 22.5°$$

ושטח המצולע הוא $32\sin 22.5°=12.25$.

תשובה: שטח המצולע הוא 12.25.

א. נתונה הפונקציה $f(x)=1+ae^{-2x}$ **, המוגדרת לכל** x **.** $a>1$ **פרמטר.**

(1) נמצא את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$ **.**

כאשר $x\to+\infty$ **אז** $e^{-2x}\to 0$ **ובהתאם** $f(x)=1+ae^{-2x}\to 1$ **ו-** $y=1$ **אסימפטוטה אופקית.**

כאשר $x\to-\infty$ **אז** $e^{-2x}\to+\infty$ **, ואין אסימפטוטה אופקית לשמאל.**

תשובה: $y=1$ **אסימפטוטה אנכית לציר ה-** y **, עבור** $x\to+\infty$ **(אסימפטוטה אופקית לימין).**

(2) נמצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ **.**

$$\boxed{f(x)=1+ae^{-2x}}$$

$$\boxed{f'(x)=-2ae^{-2x}}$$

$a>1$ **, ולכן הנגזרת שלילית לכל** x **והפונקציה יורדת לכל** x **.**

תשובה: עלייה - אף x **, ירידה - כל** x **.**

(3) נמצא את שיעורי נקודות החיתוך של הפונקציה $f(x)$ **עם הצירים.**

$$f(0)=1+ae^{-2\cdot 0}=1+a\to(0,1+a)$$

$a>1$ **, ולכן שני המחוברים בפונקציה חיוביים, הפונקציה חיובית ואין נקודות חיתוך עם ציר ה-** x **.**

תשובה: $(0,1+a)$ **.**

ב. נתונה הפונקציה $g(x)=\dfrac{1}{f(x)}$ **.**

(1) על פי סעיף א(3) מתקיים ש- $f(x)$ **חיובית לכל** x **.**

מכאן שהמכנה של $g(x)$ **חיובי, ותחום ההגדרה הוא כל** x **, וגם** $g(x)$ **חיובית לכל** x **.**

תשובה: תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$ **הוא כל** x **.**

(2) נמצא את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $g(x)$ **.**

כאשר $x\to+\infty$ **אז** $f(x)\to 1$ **ובהתאם** $g(x)\to\dfrac{1}{1}=1$ **, ולכן** $y=1$ **אסימפטוטה אופקית לימין.**

כאשר $x\to-\infty$ **אז** $f(x)\to+\infty$ **, ו-** $g(x)\to 0^{+}$ **, ולכן** $y=0$ **אסימפטוטה אופקית לשמאל.**

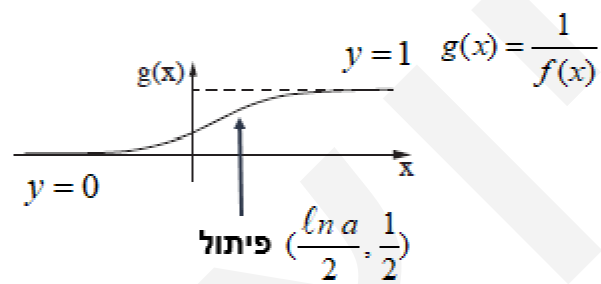
תשובה: $y=1$ **אסימפטוטה אנכית לציר ה-** y **, עבור** $x\to+\infty$ **(אסימפטוטה אופקית לימין).**

$y=0$ **אסימפטוטה אנכית לציר ה-** y **, עבור** $x\to-\infty$ **(אסימפטוטה אופקית לשמאל).**

(3) ידוע כי לפונקציה $g(x)$ יש נקודת פיתול אחת, המתקבלת כאשר $x=\frac{\ell n\, a}{2}$.

$$f(\frac{\ell n\, a}{2})=1+ae^{-2\cdot\frac{\ell n\, a}{2}}=1+\frac{a}{e^{\ell n\, a}}=1+\frac{a}{a}=2 \quad\to \boxed{f(\frac{\ell n\, a}{2})=2}$$

$$g(\frac{\ell n\, a}{2})=\frac{1}{f(\frac{\ell n\, a}{2})}=\frac{1}{2} \quad\to \boxed{g(\frac{\ell n\, a}{2})=\frac{1}{2}}$$



תשובה: שיעור ה- y של נקודת הפיתול של $g(x)$ הוא $\frac{1}{2}$, השרטוט מעל.

ג. (1) נמצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g'(x)$.

שיעור ה- x הוא שיעור נקודת הפיתול של $g(x)$, שבו $g(x)$ עברה מקעירות כלפי מעלה $(\cup)$,

לקעירות כלפי מטה $(\cap)$, ולכן פונקציית הנגזרת מעלייה לירידה, ולכן $x=\frac{\ell n\, a}{2}$ מקסימום.

$$\boxed{g'(x)=\frac{-f'(x)}{f^2(x)}}$$

$$f'(\frac{\ell n\, a}{2})=-2ae^{-2\cdot\frac{\ell n\, a}{2}}=-2$$

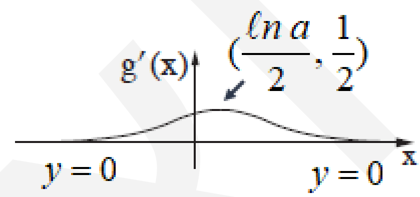
$$f(\frac{\ell n\, a}{2})=2$$

$$g'(\frac{\ell n\, a}{2})=\frac{-(-2)}{2^2}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2} \quad\to \boxed{(\frac{\ell n\, a}{2},\frac{1}{2}),\max}$$

תשובה: שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g'(x)$ הם $(\frac{\ell n\, a}{2},\frac{1}{2})$.

(2) נסרטט את הגרף של $g'(x)$.

- **תחום ההגדרה הוא כל x, לכן הגרף רציף.**
- **$g(x)$ עולה לכל x, ולכן $g'(x)$ חיובית לכל x.**
- **ל- $g(x)$ אסימפטוטה אופקית לימין וגם לשמאל, ולכן השיפועים שלה שואפים לאפס, ומכאן ש- $y=0$ אסימפטוטה אופקית של $g'(x)$, עבור $x\to\pm\infty$ (לימין ולשמאל).**
- **$(\frac{\ell n\,a}{2},\frac{1}{2})$ נקודת מקסימום.**



תשובה: השרטוט מעל.

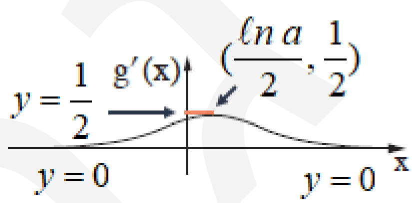
ד. נחשב את השטח המבוקש, המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g'(x)$ ועל ידי הישרים $x=0$ (ציר ה- y) ו- $y=\frac{1}{2}$.

$$S=\int_0^{\frac{\ell n\,a}{2}}\left(\frac{1}{2}-g'(x)\right)dx$$

$$S=\frac{x}{2}-g(x)\Big]_0^{\frac{\ell n\,a}{2}}$$

$$x=\frac{\ell n\,a}{2}:\quad \frac{\ell n\,a}{4}-\frac{1}{2}$$

$$x=0:\quad 0-\frac{1}{1+a}$$



$$\boxed{S=\frac{\ell n\,a}{4}-\frac{1}{2}+\frac{1}{1+a}}$$

תשובה: השטח המוגבל הוא $\frac{\ell n\,a}{4}-\frac{1}{2}+\frac{1}{1+a}$.

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\ell n\left[\frac{x^2-1}{(x+2)(x-1)}\right]$.

(1) בתחום ההגדרה, מכנה שונה מאפס, לכן $x\neq -2,1$.

נשים לב שיש צמצום לביטוי שמקבלת הפונקציה הלוגריתמית.

$$f(x)=\ell n\left[\frac{(x+1)(x-1)}{(x+2)(x-1)}\right]$$

$$\boxed{f(x)=\ell n\,\frac{x+1}{x+2},\ x\neq -2,1}$$

והנקודה $(1,\ell n\,\frac{2}{3})$ **היא נקודת אי רציפות סליקה ("חור").**

פונקציית ה- ℓn **מקבלת רק ביטויים חיוביים.**

$$\frac{x+1}{x+2}>0 \quad /\cdot(x+2)^2>0$$

$$(x+1)(x+2)>0$$

מתקבל גרף של פרבולה ישרה, בעלת מינימום ("צוחקת"), החיובית עבור $x>-1$ **או** $x<-2$ **.**

תשובה: הפונקציה מוגדרת עבור $x\neq 1$, $x>-1$ **, או** $x<-2$ **.**

(2) שתי האסימפטוטות האנכיות הן $x=-1$ **ו-** $x=-2$ **.**

אסימפטוטה אופקית מתקבלת, לימין ולשמאל, $y=0 \leftarrow \quad f(x)\to \ell n1=0\ : \quad x\to\pm\infty$

תשובה: $x=-1$ **,** $x=-2$ **,** $y=0$ **(**$x\to\pm\infty$**).**

(3) נמצא תחומי עלייה וירידה.

$$f(x)=\ell n\,\frac{x+1}{x+2}$$

$$\boxed{f(x)=\ell n\,(x+1)-\ell n\,(x+2),\ x\neq -2,1}$$

$$f'(x)=\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+2}$$

$$f'(x)=\frac{x+2-x-1}{(x+1)(x+2)}$$

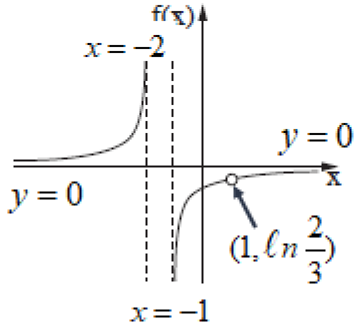
$$\boxed{f'(x)=\frac{1}{(x+1)(x+2)}}$$

המכנה חיובי, בתחום ההגדרה, ומכאן שהנגזרת חיובית בתחום ההגדרה.

תשובה: עלייה: $x\neq 1$, $x>-1$ **, או** $x<-2$ **, ירידה: אף** x **.**

(4) נסרטט את גרף הפונקציה $f(x)$.

$$f(x)=\ell n\frac{x+1}{x+2}, x\neq -2,1$$



תשובה: הסרטוט משמאל.

ב. נתונה הפונקציה $g(x)=\ell n\left[f(x)\right]$.

(1) בתחום ההגדרה, הביטוי שמקבלת הפונקציה הלוגריתמית חיובי .

לכן, על פי הסרטוט של $f(x)$, עבור $x<-2$ (כך גם מתחשבים בתחום ההגדרה של $f(x)$).

תשובה: תחום ההגדרה של $g(x)$ הוא $x<-2$.

(2) נמצא תחומי עלייה וירידה.

$$\boxed{g(x)=\ell n\left[f(x)\right]}$$

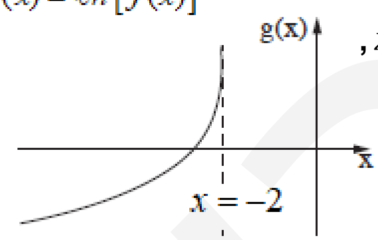
$$\boxed{g'(x)=\frac{f'(x)}{f(x)}}$$

המכנה חיובי, בתחום ההגדרה, המונה חיובי כי $f(x)$ עולה עבור $x<-2$, ולכן הנגזרת חיובית.

תשובה: עלייה: $x<-2$, ירידה: אף x .

(3) נסרטט את הגרף של $g(x)$.

$g(x)=\ell n\left[f(x)\right]$



- תחום ההגדרה הוא $x<-2$, כאשר הפונקציה עולה בתחום זה.
- $x=-2$ אסימפטוטה אנכית, כי אם $f(x)\to+\infty$, כאשר $x\to(-2)$, אז גם $g(x)=\ell n\left[f(x)\right]\to+\infty$.
- ל- $f(x)$ אסימפטוטה אופקית לשמאל שהיא $y=0$, ולכן $g(x)=\ell n\left[f(x)\right]\to-\infty$, ואין אסימפטוטה אופקית.

תשובה: השרטוט משמאל.

ג. עבור כל x שמקיים $0<f(x)<1$, ברור ש- $f(x)$ חיובית.

אולם, בטווח זה, $g(x)=\ell n\left[f(x)\right]<0$, כי עבור $0<t<1$ מקבלים $\ell n\, t<0$.

הגרף של $g(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודה שבה $f(x)=1$, והוא שלילי משמאל לנקודה זו.

תשובה: המכפלה $f(x)\cdot g(x)$ אינה חיובית (המכפלה שלילית).