

שאלון 35572 מועד מיוחד תשפ"א

מורים יקרים,
החל משנת 2022, נוספו סמלי שאלון המציינים את השאלונים לפי
התוכנית החדשה במתמטיקה.
להלן השינויים:

שאלון 182 (801) שונה ל- 172
שאלון 381 (802) שונה ל- 371
שאלון 382 (803) שונה ל- 372
שאלון 481 (804) שונה ל- 471
שאלון 482 (805) שונה ל- 472
שאלון 581 (806) שונה ל- 571
שאלון 582 (807) שונה ל- 572

בהתאם לכך, מצורף פתרון בחינת בגרות לשאלון 35572 מועד
מיוחד תשפ"א.

תודה מיוחדת למר עפר ילין על כתיבת הפתרונות ועריכת קובץ זה.

א. כל נקודה הנמצאת במרחק שווה משתי נקודות, נמצאת על האנך האמצעי של הקטע ביניהן.

הנקודות הן: $(a, -1)$ ו- $(-a, 1)$.

$$\text{אמצע הקטע הוא: } \left(\frac{a-a}{2}, \frac{-1+1}{2} \right) = (0, 0)$$

$$\text{השיפוע בין שתי הנקודות הוא: } m = \frac{-1-1}{a+a} = \frac{-2}{2a} = -\frac{1}{a}$$

ולכן שיפוע האנך האמצעי (הופכי ונגדי) הוא a .

משוואת האנך האמצעי, העובר בראשית הצירים ושיפועו a , היא $y = ax$.

תשובה: הראינו כי המקום הגיאומטרי הוא ישר, ומשוואת הישר היא $y = ax$.

ב. נתון הישר $y = -ax$.

ישרים מאונכים, כאשר מכפלת השיפועים היא (-1) (אלא אם כן הישרים מאונכים לצירים).

$$\text{לכן: } a \cdot (-a) = -1 \rightarrow a^2 = 1 \rightarrow \boxed{a = \pm 1}$$

תשובה: עבור $a = \pm 1$, הישר הנתון והישר שמצאנו בסעיף א ניצבים זה לזה.

ג. הישרים מאונכים זה לזה, ולכן משוואותיהם הן $y = x$ ו- $y = -x$ (אחד הנתון והאחר הניצב).

נסמן: $N(n, 0)$ - מרכז המעגל, שנמצא על ציר ה- x ומשמאל לציר ה- y שרדיוסו R .

בהתאם: $M(n+6, 0)$ - מרכז המעגל, שנמצא על ציר ה- x ומימין לציר ה- y שרדיוסו $2R$.

מעגל M משיק, לדוגמה, לישר $y = -x$ ($x+y=0$), כאשר מרכז המעגל מעליו,

$$\text{ולכן: } 2R = + \frac{n+6+0}{\sqrt{1^2+1^2}} \rightarrow R = \frac{n+6}{2\sqrt{2}}$$

מעגל N משיק, לדוגמה, לישר $y = x$ ($-x+y=0$), כאשר מרכז המעגל מעליו,

$$\text{ולכן: } R = + \frac{-n+0}{\sqrt{(-1)^2+1^2}} \rightarrow R = \frac{-n}{\sqrt{2}}$$

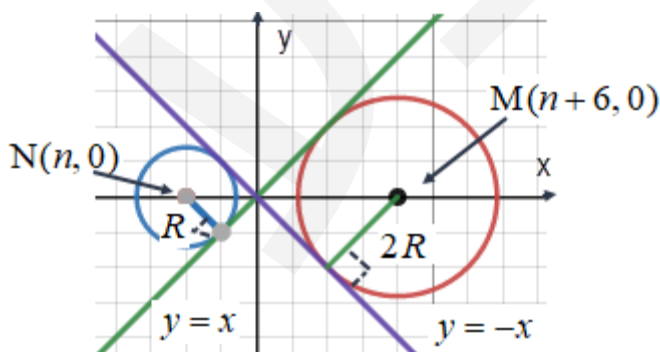
$$\frac{n+6}{2\sqrt{2}} = \frac{-n}{\sqrt{2}} \rightarrow n+6 = -2n \rightarrow 3n = -6$$

נקבל:

$$\boxed{n = -2} \rightarrow \boxed{n+6 = 4}$$

$$\text{ו- } R = \frac{-(-2)}{\sqrt{2}} \rightarrow \boxed{R = \sqrt{2}} \rightarrow \boxed{2R = 2\sqrt{2}}$$

תשובה: משוואת מעגל M היא $(x-4)^2 + y^2 = 8$, משוואת מעגל N היא $(x+2)^2 + y^2 = 2$.



ד. נתון הישר $x + \sqrt{17}y - 8 = 0$, שגם הוא משיק לשני המעגלים.

כיוון ששני המעגלים סימטריים לציר ה- x ,

הרי שמנקודת החיתוך של הישר עם ציר ה- x ,

יצא גם משיק נוסף לשני המעגלים, כאשר ציר ה- x חוצה את הזווית שבין המשיק הנתון למשיק הנוסף.

(אם מנקודה יוצאים שני משיקים למעגל, אז הקטע שביניהם לבין מרכז המעגל, חוה את הזווית שבין המשיקים.)

נקודת החיתוך עם ציר ה- x היא: $(-8, 0) \rightarrow x = 8 \rightarrow -x = 8 \rightarrow y = 0$

או: עקב הסימטריה לציר ה- x ,

שיפוע המשיק השני הוא $-\frac{1}{\sqrt{17}}$ מיידית.

או: השיפוע $\frac{1}{\sqrt{17}}$ מלמד על השתנות ה- y ,

כאשר ה- x גדל ב-1, במשיק שעולה.

כיוון ש- $\triangle TQN \cong \triangle TPN$ (צ.ז.צ)

הרי שלמשיק השני יש את אותו שיפוע,

רק שלילי, כי זה ישר שיוורד.

$$-x + \sqrt{17}y - 8 = 0$$

$$\sqrt{17}y = x + 8$$

$$y = \frac{1}{\sqrt{17}}x + \frac{8}{\sqrt{17}}$$

$$m = \frac{1}{\sqrt{17}} \rightarrow \alpha = 13.633^\circ \leftarrow m = \tan \alpha$$

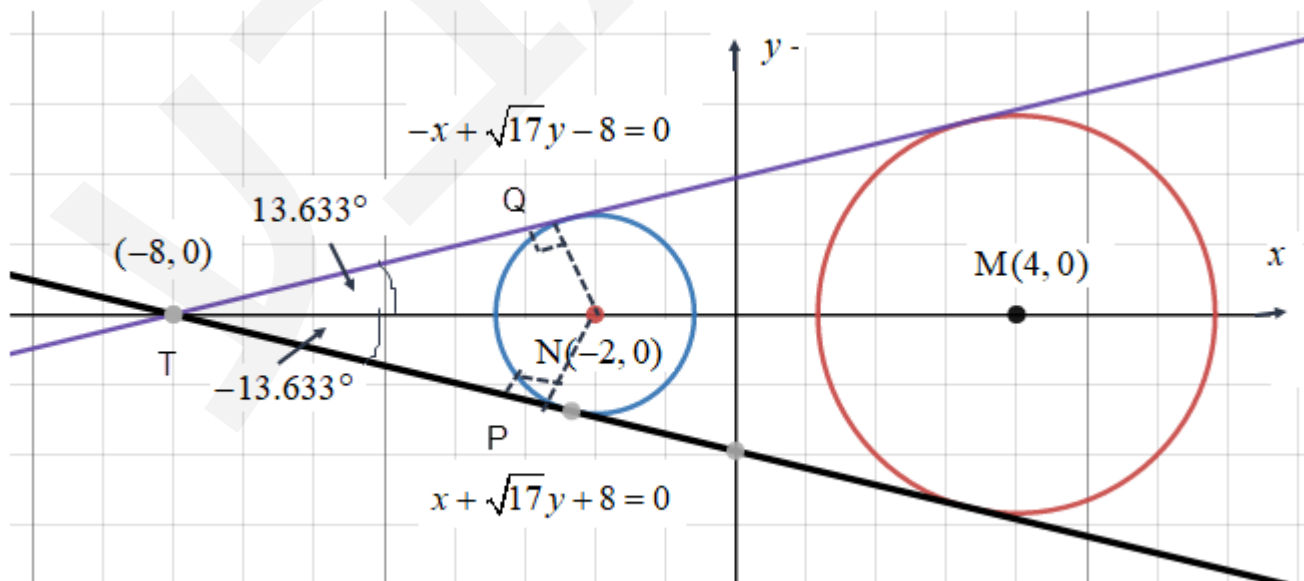
$$m_{2nd\ mashik} = \tan(-13.633^\circ) = -\frac{1}{\sqrt{17}}$$

$$y - 0 = -\frac{1}{\sqrt{17}}(x + 8)$$

$$\sqrt{17}y = -x - 8$$

$$\boxed{x + \sqrt{17}y + 8 = 0}$$

תשובה: משוואת משיק נוסף היא $x + \sqrt{17}y + 8 = 0$.



א. נתונה מנסרה ישרה, שהבסיס שלה הוא ΔABC , ולכן המקצועות הצדדיים מאונכים למישורי הבסיסים.

הוא וקטור הנורמל של מישורי הבסיסים. $\overline{AA'} = (k-1, k-7, k+1)$

$$\overline{AC} = (k+1, 0, k-3), \overline{AB} = (k-1, k, 3)$$

$$\overline{AA'} \perp \overline{AC} \rightarrow \overline{AA'} \cdot \overline{AC} = 0$$

$$(k-1, k-7, k+1)(k+1, 0, k-3) = 0$$

$$(k-1)(k+1) + (k+1)(k-3) = 0$$

$$k^2 - 1 + k^2 - 3k + k - 3 = 0$$

$$2k^2 - 2k - 4 = 0$$

$$\underline{k = 2, (-1)}$$

$$\overline{AA'} \perp \overline{AB} \rightarrow \overline{AA'} \cdot \overline{AB} = 0$$

$$(k-1, k-7, k+1)(k-1, k, 3) = 0$$

$$(k-1)^2 + k(k-7) + 3(k+1) = 0$$

$$k^2 - 2k + 1 + k^2 - 7k + 3k + 3 = 0$$

$$2k^2 - 6k + 4 = 0$$

$$\underline{k = 2, 1}$$

וגם

והפתרון, שמקיים את שתי המשוואות, הוא $k = 2$.

תשובה: $k = 2$.

ב. נציב $k = 2$ בשלושת הווקטורים הנתונים, ובהצגות הפרמטריות של הישרים הנתונים.

$\overline{AA'} = (1, -5, 3)$, ולכן $(1, -5, 3)$ הוא ווקטור המקדמים של מישור הבסיס העליון של המנסרה.

$$\overline{AB} = (1, 2, 3)$$

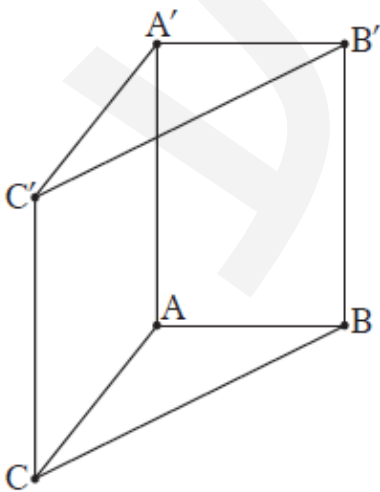
$\overline{AC} = (3, 0, -1)$, וההצגה הפרמטרית של הישר AC היא $\ell_{AC} : \underline{x} = (8, -1, -1) + t(3, 0, -1)$.

ההצגה הפרמטרית של הישר BC היא $\ell_{BC} : \underline{x} = (4, 0, 2) + m(2, -2, -4)$.

נמצא את שיעורי הנקודה C הנמצאת על הישרים AC ו-BC.

$$\begin{cases} 4 + 2m = 8 + 3t & \rightarrow 4 + 2 \cdot 0.5 = 8 + 3t & \rightarrow \boxed{t = -1} \\ 0 - 2m = -1 + 0 & \rightarrow \boxed{m = 0.5} \uparrow \\ 2 - 4m = -1 - t & ? \quad 2 - 4 \cdot 0.5 = -1 - (-1) \quad 0 = 0 \quad o.k. \end{cases}$$

ושיעורי הנקודה C הם: $(8, -1, -1) - 1(3, 0, -1) = (5, -1, 0)$.



$$\overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AA'} = (1, -5, 3)$$

$$\overrightarrow{CC'} = \underline{C'} - \underline{C}$$

$$(1, -5, 3) + (5, -1, 0) = \underline{C'}$$

$$\boxed{C'(6, -6, 3)}$$

הוא ווקטור המקדמים של מישור הבסיס העליון של המנסרה $(1, -5, 3)$

משוואת המישור $A'B'C'$ היא $x - 5y + 3z + d = 0$.

$$6 - 5 \cdot (-6) + 3 \cdot 3 + d = 0 \rightarrow d = -45 : C'$$

תשובה: משוואת המישור $A'B'C'$ היא $x - 5y + 3z - 45 = 0$.

ג. המנסרה ישרה, ולכן הבסיסים מקבילים זה לזה ו- $\sphericalangle C'A'B' = \sphericalangle CAB$.

$$\cos \sphericalangle CAB = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| |\overrightarrow{AC}|}$$

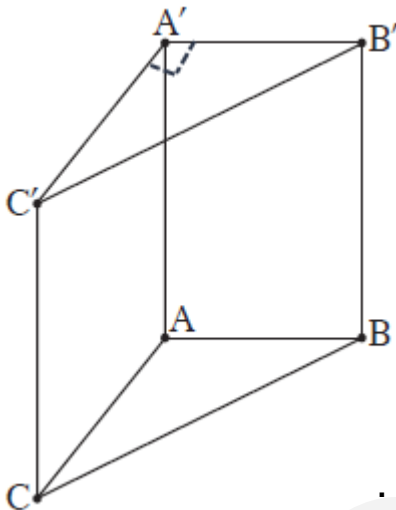
$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = (1, 2, 3) \cdot (3, 0, -1)$$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 3 + 0 - 3$$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \rightarrow \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AC} \rightarrow \boxed{\sphericalangle CAB = 90^\circ}$$

תשובה: $\sphericalangle C'A'B' = 90^\circ$.



ד. מרכז המעגל החוסם את המשולש $A'B'C'$ הוא אמצע היתר, אמצע $B'C'$.

$$\overrightarrow{B'A'} = \overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB} = (-1, -2, -3)$$

$$\overrightarrow{A'C'} = \overrightarrow{AC} = (3, 0, -1)$$

$$\overrightarrow{B'A'} = \underline{A'} - \underline{B'}$$

$$\overrightarrow{A'C'} = \underline{C'} - \underline{A'}$$

$$\underline{B'} = (3, -6, 4) - (-1, -2, -3)$$

$$\underline{A'} = (6, -6, 3) - (3, 0, -1)$$

$$\boxed{B'(4, -4, 7)}$$

$$\boxed{A'(3, -6, 4)}$$

$$\left(\frac{4+6}{2}, \frac{-4-6}{2}, \frac{7+3}{2}\right) = (5, -5, 5) : C'(6, -6, 3) \text{ ל-} B'(4, -4, 7) \text{ הוא נקודת האמצע בין}$$

תשובה: מרכז המעגל החוסם את המשולש $A'B'C'$ הוא $(5, -5, 5)$.

בגרות פא יוני 21 מועד מיוחד שאלון 35572

א. נפתור את המשוואה הריבועית $w^2 - 4iw - 4 + 2i = 0$ I: (הוא מספר מרוכב).

$$\Delta = (-4i)^2 - 4(-4 + 2i)$$

$$\Delta = -16 + 16 - 8i$$

$$\Delta = -8i$$

$$\Delta = 8 \operatorname{cis} 270^\circ$$

$$t_i = \sqrt{8} \operatorname{cis} \frac{270^\circ + 360^\circ k}{2}$$

$$t_1 = \sqrt{8} \operatorname{cis} 135^\circ = -2 + 2i$$

$$t_2 = \sqrt{8} \operatorname{cis} 315^\circ = 2 - 2i$$

$$w_{1,2} = \frac{4i \pm (2 - 2i)}{2}$$

$$w_1 = \frac{4i + 2 - 2i}{2} = \frac{2 + 2i}{2} = 1 + i$$

$$w_2 = \frac{4i - 2 + 2i}{2} = \frac{-2 + 6i}{2} = -1 + 3i$$

תשובה: פתרונות המשוואה הם: $w_1 = 1 + i$, $w_2 = -1 + 3i$.

ב. נתונה המשוואה $z^3 = a + bi$ (z הוא מספר מרוכב, a, b הם מספרים ממשיים).

ידוע כי אחד מפתרונות משוואה זו, מתאים לנקודה הנמצאת במישור גאוס על הציר המדומה, בחלקו השלילי, (לדוגמה, $-3i$) – כאשר בפתרון, הכוונה כמובן לאחד משלושת ה- z ים שפותרים את המשוואה.

נסמן: $z = ti$, ($t < 0$), ולכן $(ti)^3 = a + bi$.

$$(ti)^3 = a + bi$$

$$t^3 \cdot i^3 = a + bi$$

$$-t^3 i = a + bi$$

$-t^3 i$ הוא מספר מדומה טהור, ולכן $a = 0$.

$t < 0$, ולכן $(-t^3) > 0$, ומכאן ש- $b > 0$.

תשובה: טענה 1. נכונה, $b > 0$, $a = 0$.

ג. נפתור את המשוואה $z^3 = 2(w_1 + w_2)$. II:

$$z^3 = 2(w_1 + w_2)$$

$$z^3 = 2(-1 + i + 1 + 3i)$$

$$z^3 = 8i$$

$$z^3 = 8 \operatorname{cis} 90^\circ$$

$$z_k = 2 \operatorname{cis} (30^\circ + 120^\circ k)$$

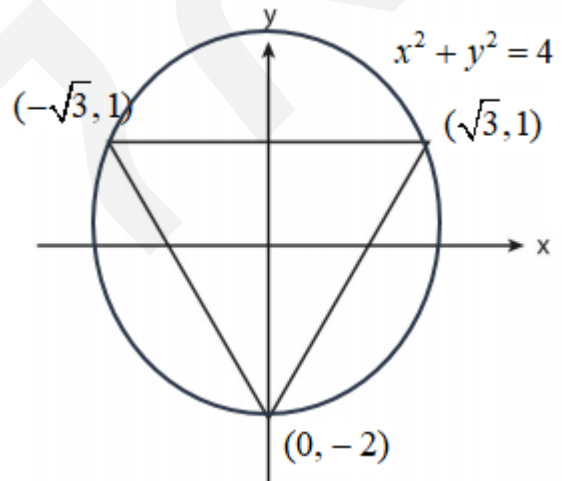
$$z_1 = 2 \operatorname{cis} (30^\circ) = \sqrt{3} + i$$

$$z_2 = 2 \operatorname{cis} (150^\circ) = -\sqrt{3} + i$$

$$z_3 = 2 \operatorname{cis} (270^\circ) = -2i$$

תשובה: פתרונות המשוואה הם: $z_1 = 2 \operatorname{cis} (30^\circ) = \sqrt{3} + i$, $z_2 = 2 \operatorname{cis} (150^\circ) = -\sqrt{3} + i$, $z_3 = 2 \operatorname{cis} (270^\circ) = -2i$.

ד. פתרונות המשוואה מייצרים קודקודים של משולש במישור גאוס.



תשובה: השרטוט מעל (כולל המעגל החוסם, עבור סעיף ה).

ה. נתון מספר מדומה $u = di$ (הוא פרמטר ממשי).

מוסיפים את u לכל אחד מפתרונות משוואה II, כך שהמספרים שמתקבלים מייצגים משולש חדש.

זוהי הזזה אנכית של המשולש, מסעיף ג, ב- d יחידות.

משוואת המעגל החוסם את המשולש הקיים, שהוא כמובן שווה צלעות ומרכזו בראשית, היא $x^2 + y^2 = 4$.

אם נוריד את המעגל, או נעלה אותו, בשתי יחידות, אז הוא יעבור בראשית הצירים.

תשובה: $d = -2$, $d = 2$.

$$א. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$.$$

(1) המכנה $e^x + e^{-x}$ הוא סכום של שני ביטויים חיוביים, ולכן אינו מתאפס.

תשובה: הפונקציה מוגדרת לכל x .

(2) נמצא את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

הפונקציה $f(x)$ מוגדרת לכל x ולכן אין אסימפטוטה המאונכת לציר ה- x .

כאשר $x \rightarrow +\infty$ אז $e^{-x} \rightarrow 0$ ובהתאם $y = 1$ אסימפטוטה אופקית לימין.

כאשר $x \rightarrow -\infty$ אז $e^x \rightarrow 0$, ובהתאם $y = -1$ אסימפטוטה אופקית לשמאל.

תשובה: $y = 1$ אסימפטוטה אנכית לציר ה- y , עבור $x \rightarrow +\infty$ (אסימפטוטה אופקית לימין).

$y = -1$ אסימפטוטה אנכית לציר ה- y , עבור $x \rightarrow -\infty$ (אסימפטוטה אופקית לשמאל).

(3) נמצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

$$f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

$$f'(x) = \frac{(e^x + e^{-x})(e^x + e^{-x}) - (e^x - e^{-x})(e^x - e^{-x})}{(e^x + e^{-x})^2}$$

$$f'(x) = \frac{e^{2x} + 2 + e^{-2x} - (e^{2x} - 2 + e^{-2x})}{(e^x + e^{-x})^2}$$

$$f'(x) = \frac{e^{2x} + 2 + e^{-2x} - e^{2x} + 2 - e^{-2x}}{(e^x + e^{-x})^2}$$

$$f'(x) = \frac{4}{(e^x + e^{-x})^2}$$

הנגזרת חיובית לכל x ובהתאם הפונקציה עולה לכל x .

תשובה: עלייה - כל x , ירידה - אף x .

(4) נוכיח כי הפונקציה $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ היא אי-זוגית.

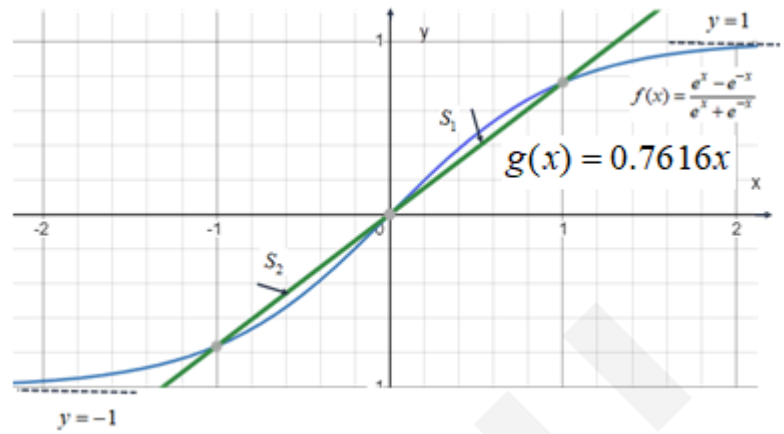
$$f(-x) = \frac{e^{-x} - e^{-(-x)}}{e^{-x} + e^{-(-x)}} = \frac{e^{-x} - e^x}{e^{-x} + e^x} = -\frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} = -f(x)$$

מכאן ש- $f(-x) = -f(x)$ והפונקציה היא אי-זוגית,

כאשר הגרף שלה סימטרי לראשית הצירים, שהיא נקודת פיתול של הפונקציה.

תשובה: הוכחנו כי הפונקציה $f(x)$ היא אי-זוגית.

ב. נצייר את גרף הפונקציה, כולל סימון הישר והשטח המבוקש בסעיף ג.



תשובה: השרטוט מעל.

ג. נתון הישר $g(x) = a \cdot x$ (הוא פרמטר), וידוע כי $g(1) = f(1)$.

(1) נמצא את a .

$$f(1) = \frac{e^1 - e^{-1}}{e^1 + e^{-1}} = 0.7616$$

$$g(1) = 0.7616 = a \cdot 1 \rightarrow \boxed{a = 0.7616} \text{ ולכן}$$

תשובה: $a = 0.7616$.

(2) נשים לב שהישר $g(x) = 0.7616x$ הוא גם של פונקציה אי-זוגית,

ולכן השטח שמימין לציר ה- y שווה בגודלו לשטח שמשמאל לציר ה- y ($S_1 = S_2$).

לא הוכחנו, ונסתמך על הציור בלבד, שראשית הצירים היא נקודת הפיתול היחידה של $f(x)$,

שעוברת מקעירות כלפי מעלה (\cup) לקעירות כלפי מטה (\cap) בראשית,

ולכן נקודות החיתוך היחידות שלה עם הישר הן עבור $x = 0, \pm 1$ (נתון, שחסר בשאלת הבגרות !!!).

נחשב את S_1 , בעזרת זיהוי הנגזרת הפנימית (הביטוי שבמכנה חיובי, ולכן לא נדרש ערך מוחלט).

$$S_1 = \int_0^1 \left(\frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} - 0.7616x \right) dx$$

$$S_1 = \int_0^1 \left(\frac{1}{e^x + e^{-x}} \cdot (e^x - e^{-x}) - 0.7616x \right) dx$$

$$S_1 = \ln(e^x + e^{-x}) - 0.381x^2 \Big|_0^1$$

$$\left. \begin{array}{l} x=1: 0.7459 \\ x=0: 0.6931 \end{array} \right\} S_1 = 0.7459 - 0.6931 \rightarrow \boxed{S_1 = 0.0528}$$

$$S = 2S_1 = 2 \cdot 0.0528 \rightarrow \boxed{S = 0.1056}$$

תשובה: השטח הכלוא הוא 0.1056 יח"ר.

א. נתונה הפונקציה $f(x) = x \cdot (\ln(x))^n$ ($n \geq 1$ הוא מספר טבעי).

(1) פונקציית ה- \ln מקבלת רק ביטויים חיוביים.

תשובה: תחום ההגדרה הוא $x > 0$, לכל n טבעי, זוגי או אי-זוגי.

(2) נמצא תחומי עלייה וירידה.

$$f(x) = x \cdot (\ln(x))^n$$

$$f'(x) = (\ln(x))^n + nx(\ln(x))^{n-1} \frac{1}{x}$$

$$f'(x) = (\ln(x))^{n-1} (\ln(x) + n)$$

$$(\ln(x))^{n-1} = 0 \rightarrow \ln(x) = 0 \rightarrow x = 1$$

$$\ln(x) + n = 0 \rightarrow \ln(x) = -n \rightarrow x = e^{-n}$$

• כאשר $n = 1$ נקבל ש- $f'(x) = \ln(x) + 1$ והנגזרת אינה מתאפסת עבור $x = 1$.

במקרה זה $f''(x) = \frac{1}{x} > 0$ ו- $x = e^{-1} = \frac{1}{e}$ מינימום.

• כאשר $n > 1$ אי-זוגי, אז $n-1$ זוגי והביטוי $(\ln(x))^{n-1}$ לא יחליף סימן עבור $x = 1$,

והמשמעות היא שהנקודה $(1, 0)$ תהייה נקודת פיתול.

• כאשר n זוגי, אז הביטוי $(\ln(x))^{n-1}$ אי-זוגי והוא יחליף סימן עבור $x = 1$.

את תחומי העלייה והירידה נקבע בהתאם לערכי הפונקציה בנקודות החשודות כקיצון,

כאשר הפונקציה רציפה בתחום $x > 0$.

$$f(e^{-n}) = e^{-n} \cdot (\ln(e^{-n}))^n$$

$$f(e^{-n}) = e^{-n} \cdot (-n)^n$$

עבור $x \rightarrow 0$ מתקבל $f(x) \rightarrow 0$ והגרף שואף לראשית הצירים.

עבור n אי-זוגי

$x = 0$		$x = e^{-n}$	$x = 1$ לדוגמה	
		$-e^{-n} \cdot n^n < 0$	0	$f(x)$
	↘	מינימום	↗	מסקנה

עבור n זוגי

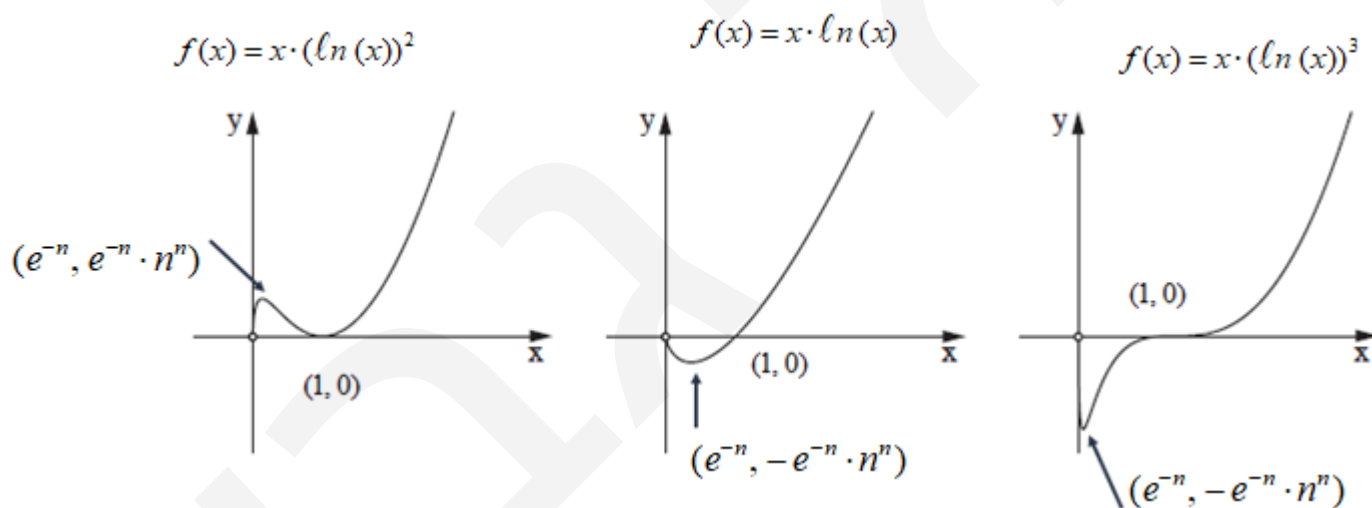
$x = 0$		$x = e^{-n}$		$x = 1$	$x = 2$ לדוגמה	
		$e^{-n} \cdot n^n > 0$		0	$2 \cdot (\ln(2))^n > 0$	$f(x)$
	↗	מינימום	↘		↗	מסקנה

תשובה: עבור n אי-זוגי - עלייה $x > e^{-n}$, ירידה: $0 < x < e^{-n}$.
 עבור n זוגי - עלייה $x > 1$ או $0 < x < e^{-n}$, ירידה: $e^{-n} < x < 1$.

(3) תשובה: עבור n אי-זוגי $(e^{-n}, -e^{-n} \cdot n^n)$, מינימום.

עבור n זוגי - $(1, 0)$ מינימום, $(e^{-n}, e^{-n} \cdot n^n)$ מקסימום.

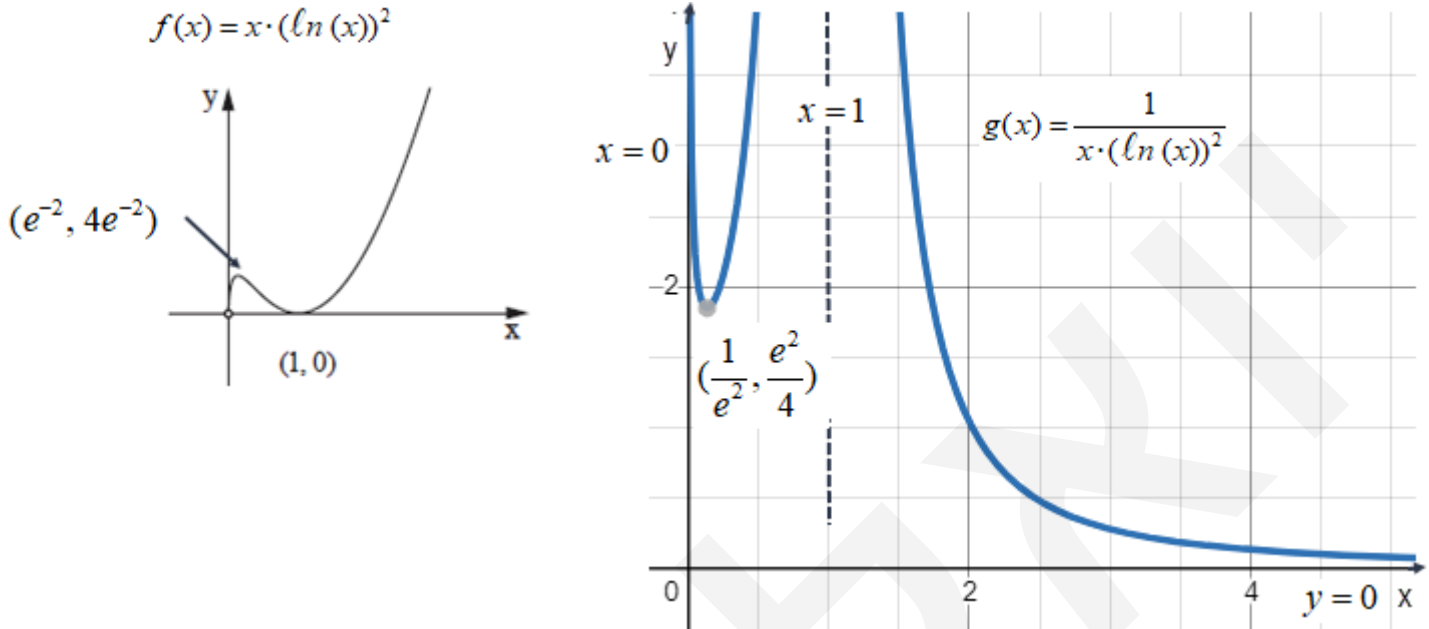
ב. נתאים את הגרפים לפונקציות שבמשפחה, על פי ההסברים שניתנו בסעיף הקודם.



תשובה: גרף א - $n = 3$, גרף ב - $n = 1$, גרף ג - $n = 2$.

ג. נתונה הפונקציה $g(x) = \frac{1}{x \cdot (\ln(x))^2}$, ולמעשה עבור $n = 2$, זו הפונקציה $\frac{1}{f(x)}$.

ניעזר בגרף של $f(x) = x \cdot (\ln(x))^2$, על מנת לשרטט את הגרף של $g(x) = \frac{1}{x \cdot (\ln(x))^2}$.



• תחום ההגדרה של $g(x)$ הוא $x > 0, x \neq 1$, על פי ת.ה. של $f(x)$ ונקודת האפס שלה.

• כאשר $x \rightarrow 0$ אז $f(x) \rightarrow 0^+$, ולכן $\frac{1}{f(x)} \rightarrow +\infty$ והישר $x=0$ הוא אסימפטוטה אנכית.

• כאשר $x \rightarrow 1$ אז $f(x) \rightarrow 0^+$, ולכן $\frac{1}{f(x)} \rightarrow +\infty$ והישר $x=1$ הוא אסימפטוטה אנכית.

• כאשר $x \rightarrow +\infty$ אז $f(x) \rightarrow +\infty$, ולכן $\frac{1}{f(x)} \rightarrow 0^+$ והישר $y=0$ הוא אסימפטוטה אופקית.

• תחומי החיוביות שליליות, ללא שינוי, ו- $g(x)$ חיובית, לכל $x > 0, x \neq 1$.

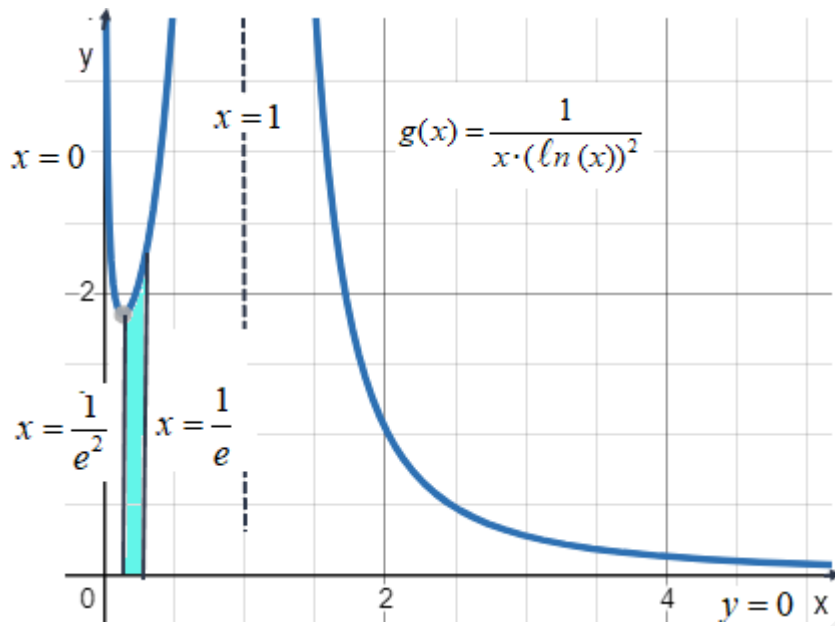
• כאשר המכנה גדל, המנה קטנה ולהיפך, ולכן תחומי עלייה וירידה מתהפכים.

$$\cdot g'(x) = \frac{-f'(x)}{f^2(x)} \text{ ניתן לראות גם על-פי הנגזרת}$$

• מכאן של- $g(x)$ יש נקודת מינימום $(\frac{1}{e^2}, \frac{e^2}{4}) = (e^{-2}, \frac{1}{4e^{-2}})$.

תשובה: השרטוט מימין, למעלה.

ד. נחשב את השטח המוגבל, בעזרת זיהוי הנגזרת הפנימית



$$S = \int_{\frac{1}{e^2}}^{\frac{1}{e}} \left(\frac{1}{x \cdot (\ln(x))^2} - 0 \right) dx$$

$$S = \int_{\frac{1}{e^2}}^{\frac{1}{e}} \left((\ln(x))^{-2} \cdot \frac{1}{x} \right) dx$$

$$S = \frac{\ln(x)^{-1}}{-1} \Big|_{\frac{1}{e^2}}^{\frac{1}{e}}$$

$$S = -\frac{1}{\ln(x)} \Big|_{\frac{1}{e^2}}^{\frac{1}{e}}$$

$$\left. \begin{array}{l} x = \frac{1}{e} : 1 \\ x = \frac{1}{e^2} : \frac{1}{2} \end{array} \right\} S = 1 - \frac{1}{2} \rightarrow \boxed{S = \frac{1}{2}}$$

תשובה: השטח המוגבל הוא $\frac{1}{2}$ יח"ר.