יואל גבע
לא מתפשרים.

מבחן לדוגמה 6,שאלון 35571
מועד קיץ תשפ"א

מורים יקרים,
להלן פתרון בחינת בגרות לדוגמה מהתוכנית החדשה.

תודה מיוחדת למר עפר ילין על כתיבת הפתרונות ועריכת קובץ זה.

בגרות פא מאי 21 דוגמה 6 משרד החינוך שאלון 35571

<u>על פי הטענה</u>: אם ל- n טבעי מסוים n^3-n מתחלק ב- 3 ללא שארית,

אז גם $(n+1)^3-(n+1)$ מתחלק ב- 3 ללא שארית.

לא ניתן להסיק כי הביטוי n^3-n מתחלק ב- 3 ללא שארית לכל n טבעי, משני טעמים:

ראשית, לא נאמר שהטענה עצמה נכונה.

שנית, לא עשינו את השלב הראשון והחשוב באינדוקציה, והוא בדיקה עבור $n=1$,

ולכן לא ניתן להכליל את הטענה (בהנחה שנכונה) לכל n טבעי.

תשובה: דן אינו צודק. לא ניתן לקבוע שהטענה מספיקה כדי להוכיח

שהביטוי n^3-n מתחלק ב- 3 ללא שארית לכל n טבעי.

ההוכחה מתבססת על היכולת לגזור שני אגפים של משוואה נכונה,
ולקבל משוואה נכונה מנגזרות האגפים.

נתון שהפונקציה זוגית, כלומר $f(x)=f(-x)$ **, והפונקציה סימטרית לציר ה-** y **.**

נגזור את שני האגפים: $f'(x)=-f'(-x)$ **וקבלנו ש-** $f'(x)$ **פונקציה אי-זוגית (וסימטרית לראשית הצירים).**

תשובה: הטענה נכונה, פונקציית הנגזרת של הפונקציה הנתונה היא אי זוגית.

הערה – שאלה זו נשאלת במסגרת השאלות הקצרות בבחינה של 35581,
ובהתאם זמן כתיבה סביר של תשובה - כעשר דקות או פחות.

ג1

1. נתון גרף הפונקציה $f(x)$ **, המוגדרת בתחום** $-1.1 \le x \le 4.4$ **.**

נגדיר: $F(a) = \int_{-1}^{a} f(x)\,dx$ **, כאשר** $a > -1$**.**

נבחן את האינטגרל המסוים $\int_{-1}^{a} f(x)\,dx$ **.**

<u>הסבר ראשון</u> – על פי <u>אינטגרל כשטח מצטבר</u>.

השטח של $f(x)$ **בתחום** $-1 < x < 0$ **הוא מעל ציר ה-** x **, ולכן השטח "חיובי" והולך וגדל עד ל-** $(0, 0)$**.**

מכאן, שהשטח כולו חיובי, ולכן $F(0) > 0$**.**

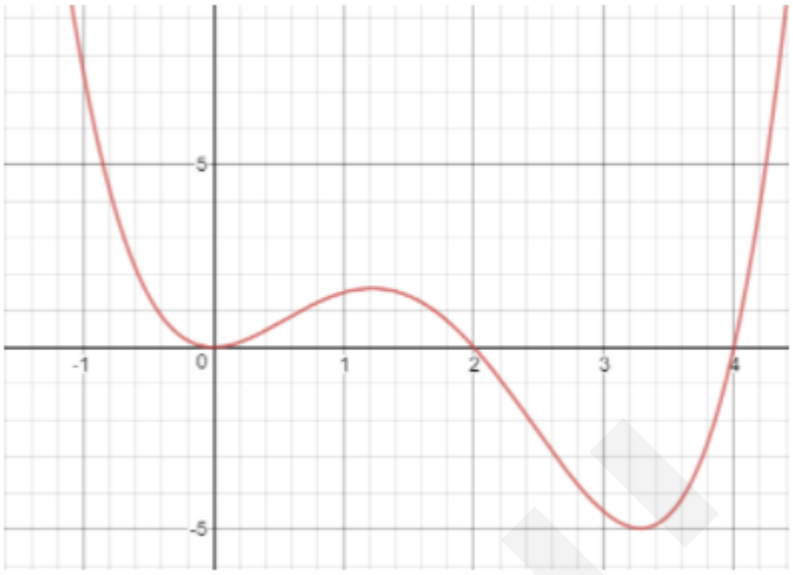
<u>הסבר שני</u> – גרף הפונקציה $f(x)$ **הוא <u>גרף הנגזרת</u> של הפונקציה הקדומה של** $f(x)$ **,**

אשר מתקבל על ידי האינטגרל $\int f(x)dx$ **.**

כיוון שהנגזרת חיובית, הרי שהפונקציה עולה בתחום.

$F(-1) = \int_{-1}^{-1} f(x)\,dx = 0$ **, ולכן** $F(0) > 0$**.**

תשובה: $F(0)$ **חיובי.**



2. גם כאן, נסביר בשתי הדרכים.

<u>הסבר ראשון</u> – על פי <u>אינטגרל כשטח מצטבר</u>.

השטח של $f(x)$ בתחום $2<x<4$ הוא מתחת לציר ה- x ,

ולכן השטח "שלילי" והשטח שנצבר הולך וקטן עד ל- $(4,0)$.

מכאן, שפונקציית השטח יורדת בתחום זה.

<u>הסבר שני</u> – גרף הפונקציה $f(x)$ הוא <u>גרף הנגזרת</u> של הפונקציה הקדומה של $f(x)$,

אשר מתקבל על ידי האינטגרל $\int f(x)dx$.

כיוון שהנגזרת שלילית בתחום $2<x<4$, הרי שהפונקציה יורדת בתחום.

תשובה: כל a בתחום $2<a<4$, לדוגמה $a=3$.

3. גם כאן, נסביר בשתי הדרכים.

<u>הסבר ראשון</u> – על פי <u>אינטגרל כשטח מצטבר</u>.

$f(x)\geq 0$ בתחום $-1\leq x\leq 2$, ולכן השטח של $f(x)$ בתחום $-1<x<2$ הוא מעל ציר ה- x (או נוגע בו).

מכאן ששטח "חיובי" והולך וגדל עד ל- $(2,0)$, ומקבל בנקודה זו את מקסימום.

הערה: על פי הציור נראה שזהו גם מקסימום מוחלט, בתחום ההגדרה של הפונקציה שהוא $-1.1\leq x\leq 4.4$.

הערה: עבור $x=0$ נקבל נקודת פיתול של פונקציית השטח, תוך כדי עלייה שלה.

<u>הסבר שני</u> – גרף הפונקציה $f(x)$ הוא <u>גרף הנגזרת</u> של הפונקציה הקדומה של $f(x)$,

אשר מתקבל על ידי האינטגרל $\int f(x)dx$.

כיוון שהנגזרת חיובית, הרי שהפונקציה עולה בתחום, ומגיעה למקסימום בקצה.

תשובה: עבור $a=2$ יש לפונקציה $\mathrm{F}(a)$ מקסימום.

א. בסדרה חשבונית עולה יש $2n+1$ איברים, כאשר a_{n+1} הוא האיבר האמצעי בסדרה.

($a_1,\ldots\ldots a_n, a_{n+1}, a_{n+2},\ldots. a_{2n+1}$, ולכן a_{n+1} הוא האיבר האמצעי בסדרה.)

נראה כי a_1 , a_{n+1} , a_{2n+1} הם איברי סדרה חשבונית.

$$a_{n+1} = a_1 + d(n+1-1) = a_1 + nd$$
$$a_{2n+1} = a_1 + d(2n+1-1) = a_1 + 2nd$$

לכן, שלושת האיברים הם a_1 , $a_1 + nd$, $a_1 + 2nd$,

וזו סדרה חשבונית, כי ההפרש קבוע והוא nd .

דרך חלופית להוכחה:

בסדרה חשבונית, כל איבר הוא ממוצע חשבוני של האיבר שלפניו , ושל האיבר שאחריו,

או של כל שני איברים שנמצאים באותו מרחק ממנו (איברים סימטריים).

כלומר $\frac{a_{n+1+n} + a_{n+1-n}}{2} = a_{n+1} \quad \rightarrow \frac{a_{2n+1} + a_1}{2} = a_{n+1}$, ולכן שלושת איברים אלו הם סדרה חשבונית כשלעצמה.

אפשר גם: $a_{2n+1} + a_1 = 2a_{n+1} \quad \rightarrow a_{2n+1} - a_{n+1} = a_{n+1} - a_1$.

תשובה: הוכחנו שהאיבר הראשון, האמצעי והאחרון של סדרה זו מהווים סדרה חשבונית.

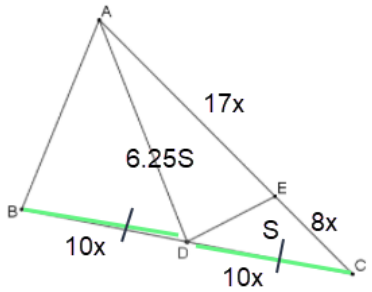
ב. תשובה הפרש הסדרה הוא nd .

נתונים

1. $BD = DC$. **2.** $ABDE$ בר חסימה במעגל.

3. עבור ב. $\frac{AE}{EC} = \frac{17}{8}$ עבור ג. **4.** $S_{\Delta DEC} = s$

צ"ל: **א.** $\Delta ABC \sim \Delta DEC$ **ב.** $\frac{BC}{AC}$ **ג.** S_{ABDE} .



הסבר	מס'	טענה	נימוק
2	5	$\sphericalangle BAC + \sphericalangle BDE = 180°$	סכום זוויות נגדיות במרובע חסום במעגל הוא $180°$
	6	$\sphericalangle CDE + \sphericalangle BDE = 180°$	סכום זוויות צמודות הוא $180°$
6 ,5	7	$\sphericalangle CDE = \sphericalangle BAC$	
	8	$\sphericalangle C = \sphericalangle C$	זווית משותפת
8 ,7	9	$\Delta ABC \sim \Delta DEC$	משפט דמיון זווית זווית
		מ.ש.ל. א	
9	10	$\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DC} = \frac{BC}{EC}$	יחסי צלעות מתאימות במשולשים דומים
10 ,3	11	$\frac{AC}{EC} = \frac{25}{8} = 3.125$	כללי פרופורציה
11 ,10 ,1	12	$AC \cdot EC = BC \cdot DC$ $3.125(EC)^2 = 2(DC)^2$ $(\frac{DC}{EC})^2 = \frac{25}{16}$ $\frac{DC}{EC} = \frac{5}{4} = \frac{10}{8}$	
12 ,11 ,10	13	$\frac{DC}{AC} = \frac{10}{25}$	
13 ,1	14	$\frac{BC}{AC} = \frac{20}{25} = \frac{4}{5}$	
		מ.ש.ל. ב	
13	15	$\frac{AC}{DC} = \frac{25}{10} = \frac{5}{2}$	
15 ,9	16	$\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta DEC}} = \frac{25}{4}$	יחס שטחים של משולשים דומים שווה לריבוע יחס הדמיון
16 ,3	17	$\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta DEC}} = \frac{21}{4} \rightarrow \boxed{S_{ABDE} = 5.25s}$	כללי פרופורציה
		מ.ש.ל. ג	

א. $\sphericalangle EBF = \sphericalangle EFB = \sphericalangle FAB = \alpha$ **(זווית בין משיק למיתר)**

$\sphericalangle BEF = 180° - 2\alpha$ **(סכום זוויות ב- ΔBEF הוא $180°$).**

תשובה: $\sphericalangle BEF = 180° - 2\alpha$ **.**

ב. נשלים את הגיאומטריה של התרגיל (הסברים מעבר לנדרש, רק למטרת הבנה.)

$\sphericalangle ABF = \sphericalangle ACF = 90°$ **(זוויות היקפיות הנשענות על הקוטר הן ישרות)**

$\sphericalangle CBF = \sphericalangle EFB = \alpha$ **(זוויות מתחלפות בין ישרים מקבילים)**

$\sphericalangle CAF = \sphericalangle CBF = \alpha$, $\sphericalangle BCF = \sphericalangle FAB = \alpha$ **(נשענות על קשתות שוות)**

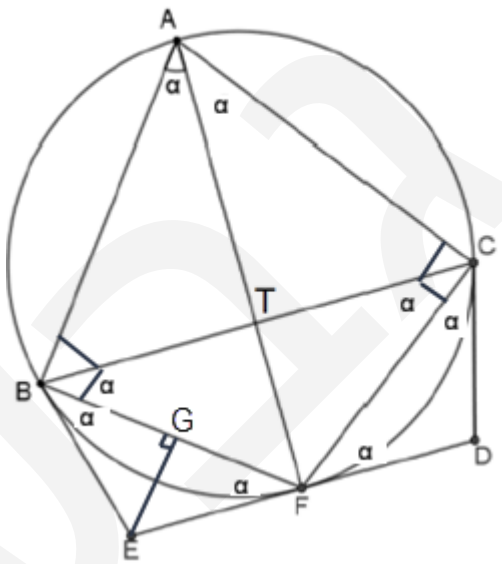
$\sphericalangle DFC = \sphericalangle DCF = \sphericalangle CAF = \alpha$ **(זווית בין משיק למיתר)**

$BF = CF$ **(זוויות היקפיות שוות)**

$\Delta EBF \cong \sphericalangle DCF$ **(משפט חפיפה זווית מצלע זווית)**

עוד על משולשים דומים בסעיף ג...

נוריד גובה, EG , שהוא גם תיכון לבסיס ב- ΔEBF שווה השוקיים.



$\underline{\Delta ABF}$ **לפי משפט הסינוסים**

$$\frac{BF}{\sin\alpha} = 2R$$

$$\boxed{BF = 2R\sin\alpha}$$

$$\boxed{BG = R\sin\alpha}$$

$\underline{\Delta BEG}$

$$\cos\alpha = \frac{BG}{BE}$$

$$BE = \frac{R\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

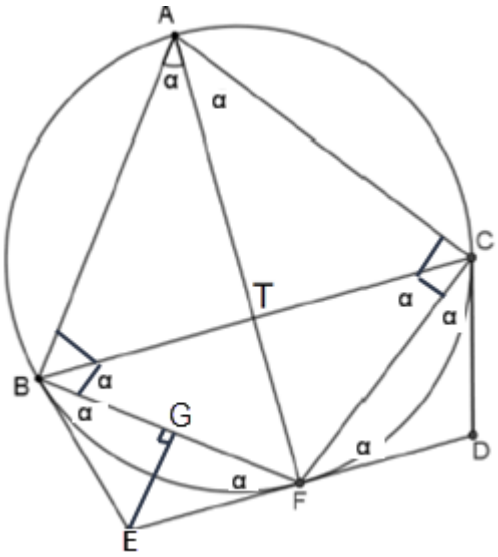
$$\boxed{BE = R\tan\alpha}$$

תשובה: הוכחנו.

ג. נחשב את מידת הזווית α בשתי דרכים.

(1) על פי יחס שטחים שווה לריבוע יחס הדמיון במשולשים דומים

$\Delta BFC \sim \Delta BEF$ **(משפט דמיון זווית זווית)**



$$\frac{BF}{BE}=\frac{BC}{BF}=\frac{FC}{EF}=\frac{\sqrt{3}}{1} \quad \leftarrow \frac{S_{\Delta BFC}}{S_{\Delta BEF}}=3$$

$$\frac{BG}{BE}=\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \rightarrow \cos\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \rightarrow \alpha=30^\circ$$

(2) לפי נוסחאות טריגונומטריות לשטח משולש

$$3S_{\Delta BEF}=S_{\Delta BFC}$$

$$3\cdot\frac{(BF)^2\sin\alpha\sin\alpha}{2\sin(180^\circ-2\alpha)}=\frac{(BF)^2\sin\alpha\sin(180^\circ-2\alpha)}{2\sin\alpha}$$

$$3\sin^2\alpha=\sin^2 2\alpha$$

$$3\sin^2\alpha=(2\sin\alpha\cos\alpha)^2$$

$$3\sin^2\alpha=4\sin^2\alpha\cos^2\alpha \quad /:4\sin^2\alpha>0$$

$$\frac{3}{4}\cos^2\alpha$$

$$\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \leftarrow \cos\alpha>0$$

$$\boxed{\alpha=30^\circ}$$

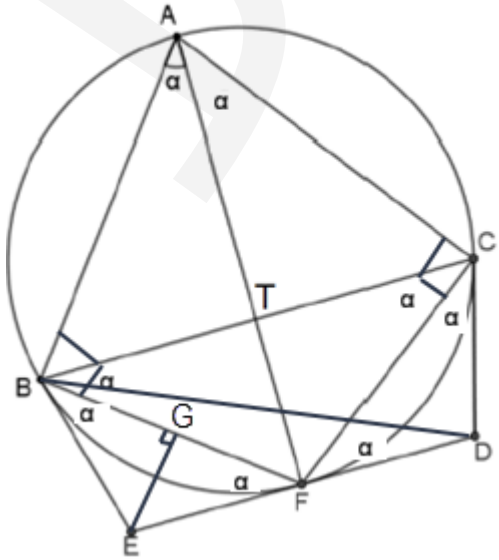
ד. נחשב את אורכו של הקטע BD.

$\alpha=30^\circ$ **, ובהתאם** $\sphericalangle BEF=120^\circ$ **.**

$$EF=BE=R\tan 30^\circ=R\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$DF=EF=R\frac{\sqrt{3}}{3} \quad \rightarrow ED=2R\frac{\sqrt{3}}{3}$$ **(צלעות מתאימות במשולשים חופפים)**

$\underline{\Delta BDE}$ **לפי משפט הקוסינוסים**



$$(BD)^2=(BE)^2+(ED)^2-2BE\cdot ED\cdot\cos\sphericalangle BEF$$

$$(BD)^2=(R\frac{\sqrt{3}}{3})^2+(2R\frac{\sqrt{3}}{3})^2-2\cdot R\frac{\sqrt{3}}{3}\cdot 2R\frac{\sqrt{3}}{3}\cdot\cos 120^\circ$$

$$(BD)^2=\frac{1}{3}R^2+\frac{4}{3}R^2+\frac{2}{3}R^2$$

$$(BD)^2=\frac{7}{3}R^2$$

$$\boxed{BD=R\frac{\sqrt{21}}{3}\approx 1.528R} \quad \leftarrow BD>0$$

תשובה: אורכו של הקטע BD הוא $R\frac{\sqrt{21}}{3}\approx 1.528R$ **.**

א. נגדיר את המאורעות הבאים:

A **- נשים** $\bar{A}$ **- גברים**

B **- קוראי עיתון בוקר** $\bar{B}$ **- לא קוראים עיתון בוקר**

<u>נתונים ומשמעויות מידיות</u>

על-מנת למלא טבלה של 2*2 נדרשות שלוש משוואות.

יחד עם זאת, לעיתים ניתן לענות על השאלה, גם ללא שלוש משוואות וטבלה מלאה, כמו בתרגיל הזה.

(1) $P(B/A)=0.2 \quad \rightarrow P(\bar{B}/A)=0.8$

(2) $N(\bar{A})=a\cdot N(B\cap A) \quad \rightarrow P(\bar{A})=a\cdot P(B\cap A)$

$P(B\cap A)=x \quad \rightarrow P(\bar{A})=ax$

	$\bar{A}$ **גברים**	A **נשים**	
		x	B **קוראי עיתון בוקר**
			$\bar{B}$ **לא קוראים**
1	ax	$1-ax$	

נבטא, באמצעות a **, את ההסתברות לבחור גבר מבין כלל תושבי העיר, את** $P(\bar{A})$ **.**

<u>פיתוח נוסחאות הסתברות מותנית</u>

$$P(B/A)=\frac{P(B\cap A)}{P(A)}$$

$$0.2\cdot(1-ax)=x \quad /:0.2$$

$$1-ax=5x$$

$$1=ax+5x$$

$$1=(a+5)x$$

$$x=\frac{1}{a+5} \quad \rightarrow ax=\frac{a}{a+5} \quad \rightarrow \boxed{P(\bar{A})=\frac{a}{a+5}}$$

תשובה: ההסתברות לבחור גבר מבין משתתפי הכנס היא $\frac{a}{a+5}$ **.**

ב. נתון כי המאורעות "נבחרה אישה" ו"נבחר קורא/ת עיתון" אינם תלויים.

כאשר מאורעות אינם תלויים מתקבלות שלוש משוואות, שניתן לבחור בכל אחת מהן בהתאם לנתונים.

ואלו הן: $I: P(A/B)=P(A) \quad II: P(A/B)=P(\bar{A}/B) \quad III: P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)$

לכן: $P(B)=P(B/A)=0.2$ **.**

תשובה: ההסתברות לבחירת משתתף שקורא עיתון בוקר היא 0.2 **.**

ג. נתון כי $a=6$ **, וכפי שנאמר קודם המאורעות מין/קורא אינם תלויים .**

נציב בטבלה $P(B)=0.2$, $ax=6x=\frac{6}{11}$, $x=\frac{1}{6+5}=\frac{1}{11}$ **ונשלים את כל הטבלה.**

	$\bar{A}$ **גברים**	A **נשים**	
0.2	$\frac{6}{55}$	$\frac{1}{11}$	B **קוראי עיתון בוקר**
0.8	$\frac{24}{55}$	$\frac{4}{11}$	$\bar{B}$ **לא קוראים**
1	$\frac{6}{11}$	$\frac{5}{11}$	

יש שתי דרכים לענות על השאלה, ולהסביר שסביר יותר שזה גבר.

- **שיעור הגברים קוראי עיתון הבוקר גדול משיעור הנשים קוראות עיתון הבוקר**
- **על ידי הסתברות מותנית** $P(\bar{A}/B)=\frac{6/55}{0.2}>P(A/B)=\frac{1/11}{0.2}=\frac{5/55}{0.2}$ **.**

תשובה: סביר יותר, שמבין קוראי עיתון הבוקר בכנס, נבחר גבר.

ד. לפחות חמש נשים שקוראות עיתון בוקר, כלומר חמש או שש נשים.

זו התפלגות בינומית, כאשר נתון כי $n=6$, $p(women\ that\ read\ morning\ newspaper)=P(A\cap B)=\frac{1}{11}$ **,**

$k=2$ **.**

נחשב באמצעות נוסחת ברנולי:

$$P(at\ least\ 5)=P_6(5)+P_6(6)=\binom{6}{5}\cdot(\frac{1}{11})^5\cdot(1-\frac{1}{11})^{6-5}+(\frac{1}{11})^6=6\cdot(\frac{1}{11})^5\cdot(\frac{10}{11})^1+(\frac{1}{11})^6=\frac{61}{1,771,561}$$

תשובה: ההסתברות שנבחרו לפחות חמש נשים שקוראות עיתון בוקר, היא $\frac{61}{1,771,561}$ **.**

א. נתונה סדרה $a_1, a_2, a_3, ...$ **, המוגדרת על ידי כלל הנסיגה:**

$$\begin{cases} S_1 = 9 \\ S_{n+1} = S_n - 7n + 9 \end{cases}$$

נוכיח שהסדרה היא חשבונית.

$S_1 = 9$ **, ולכן** $\boxed{a_1 = 9}$ **.**

$$S_{n+1} - S_n = -7n + 9$$
$$a_{n+1} = -7n + 9$$
$$a_n = -7(n-1) + 9$$
$$a_n = -7n + 16 \quad \to a_1 = -7 \cdot 1 + 16 \quad \to a_1 = 9 \quad o.k.$$

ולכן $a_n = -7n + 16$ **לכל** n **טבעי.**

$$a_{n+1} - a_n = -7n + 9 - (-7n + 16)$$
$$a_{n+1} - a_n = -7n + 9 + 7n - 16$$
$$a_{n+1} - a_n = -7 \quad \to \boxed{d = -7}$$

ולכן, הסדרה חשבונית, כי ההפרש בין כל שני איברים עוקבים בסדרה הוא קבוע.

תשובה: הוכחנו.

ב. נתון שסדרה נוספת מקיימת $b_{n+1} - b_n = a_n$ **.**

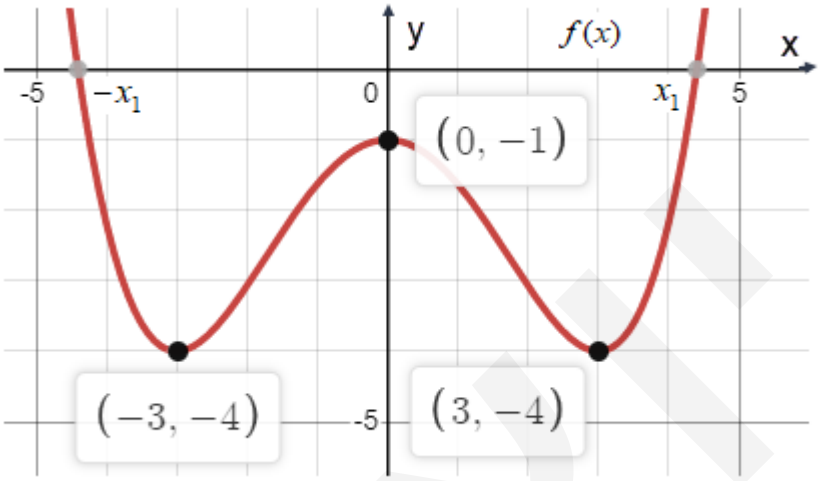
נחשב את הסכום המבוקש:

$$\frac{b_2 - b_1}{a_1 - a_2} + \frac{b_3 - b_2}{a_2 - a_3} + \frac{b_4 - b_3}{a_3 - a_4} + ... + \frac{b_{20} - b_{19}}{a_{19} - a_{20}} =$$
$$= \frac{a_1}{-d} + \frac{a_2}{-d} + \frac{a_3}{-d} + ... + \frac{a_{19}}{-d}$$
$$= \frac{a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_{19}}{-d}$$
$$= \frac{1}{7} \cdot \frac{19\left[2 \cdot 9 - 7(19-1)\right]}{2} = \boxed{-146\frac{4}{7}}$$

תשובה: הסכום הוא $-146\frac{4}{7}$**.**

א. נתונה הפונקציה: $f(x)$, שהיא זוגית ומוגדרת לכל x .

בהתאם לזוגיות הפונקציה, נצייר את הגרף השלם שלה.



שיקולים לציור הפונקציה $h(x)=\dfrac{1}{f(x)}$:

- **$f(x)$ זוגית, ולכן גם $h(x)=\dfrac{1}{f(x)}$ זוגית.**
- **כאשר $f(x)=0$ $h(x)$ אינה מוגדרת,**

ומתקבלות שתי אסימפטוטות אנכיות: $x=x_1$ ו- $x=-x_1$.

- **כאשר $x\to\pm\infty$ אז $f(x)\to+\infty$,**

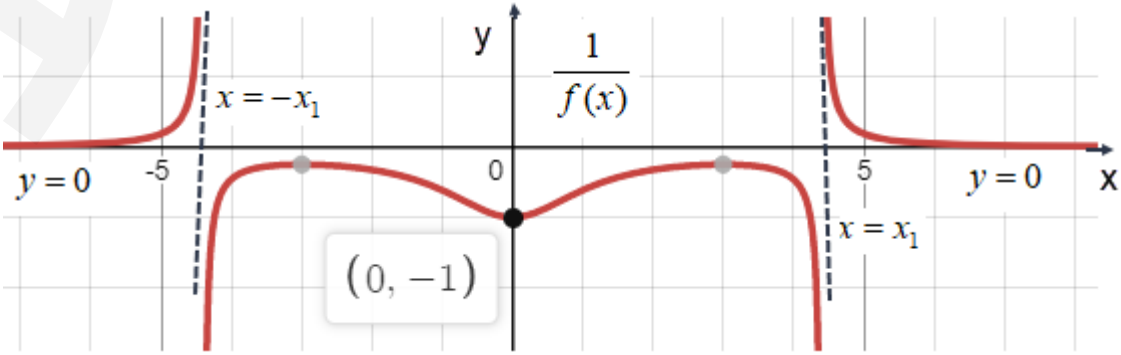
ובהתאם $y=0$ אסימפטוטה אופקית של $h(x)$ (כאשר הגרף מגיע לציר ה- x מלמעלה).

- **סימניהן של שתי הפונקציות נשארים זהים.**
- **כאשר $f(x)$ עולה $h(x)$ יורדת ולהפך.**

נבין הן אלגברית – כאשר המכנה גדל, המנה קטנה ולהפך,

או באנליזה - $h'(x)=\dfrac{-f'(x)}{f^2(x)}$ וסימני הנגזרת מתהפכים.

בהתאם סוג הקיצון משתנה וערכי ה- y כמובן שמתהפכים.



תשובה: הציור מעל.

ב. נתונה פונקציה $g(x)$, המקיימת $g'(x)=-f(x)$.

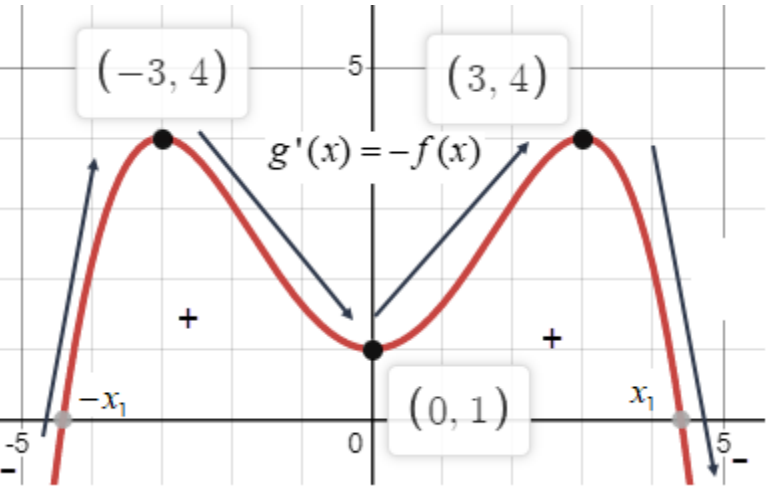
זו פונקציה סימטרית ל- $f(x)$, ביחס לציר ה- x,

כך שערכי ה- y (למעט בנקודות האפס),

ותחומי עלייה וירידה מתהפכים,

וסוג נקודות הקיצון משתנה גם הוא.

תשובה: הסרטוט בצד.



ג. $g'(x)$ עוברת מחיוביות לשליליות , עבור $x=5$ ולכן זו נקודות מקסימום של $g(x)$,

ובהתאמה $x=-5$ תהיה מינימום, כי הנגזרת עוברת משליליות לחיוביות.

תשובה: $x=5$ מקסימום, $x=-5$ מינימום.

ד. $g''(x)=-f'(x)$,

ולכן כאשר $g'(x)=-f(x)$ יורדת, $g''(x)<0$ ו- $g(x)$ קעורה כלפי מטה,

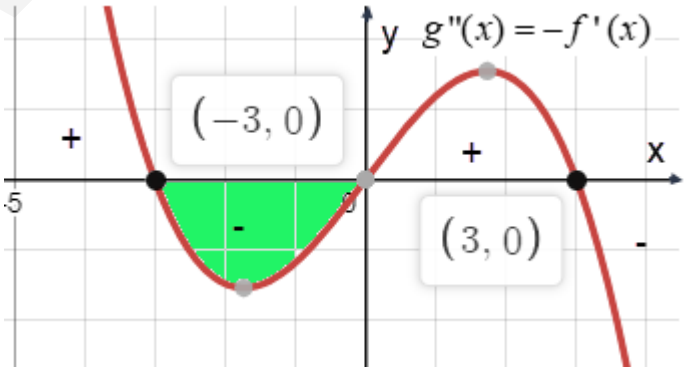
וכאשר $g'(x)=-f(x)$ עולה $g''(x)>0$ ו- $g(x)$ קעורה כלפי מעלה.

תשובה: $g(x)$ קעורה כלפי מעלה $\cup$

עבור $0<x<3$ או $x<-3$.

ה. בהתאם לסימני הנגזרת השנייה מובא סרטוט המתאים שלה, כולל סימון השטח,

ברביע השלישי, עבור סעיף ו.



ו. נחשב את השטח המבוקש, ברביע השלישי.

$$S=\int_{-3}^{0}(0-g''(x))\,dx$$

$$S=-g'(x)\Big]_{-3}^{0}=f(x)\Big]_{-3}^{0}$$

$$\left.\begin{array}{l} x=0: \quad f(0)=-1 \\ x=-3: \quad f(-3)=-4 \end{array}\right\} \boxed{S=3}$$

תשובה: גודל השטח הוא 3 .

א. נתונה הפונקציה: $f(x)=2\cos^2 2x$.

כיווץ פי 2 **של** $\cos x$ **, העלאה בריבוע, וכפל פי** 2 .

זו פונקציה אי-שלילית, עם נקודות מינימום $(\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{2}k,0)$ **(על פי נקודות אפס ידועות של** $\cos x$ **וכיווץ),**

עם נקודת חיתוך $(0,2)$ **של ציר ה-** y **,**

ועם ערכים מקסימליים של $|2\cdot(\pm1)|=2$ **(**$-1\le\cos x\le1$**).**

בהתאם, רק גרף ב מתאים.

נתונה הפונקציה: $g(x)=\cos 4x+2$.

כיווץ פי 4 **של** $\cos x$ **, והזזה** 2 **יחידות כלפי מעלה.**

זו פונקציה חיובית, עם ערכים מינימליים של 1 **, ומקסימליים של** 3 **(**$-1\le\cos x\le1$**).**

בהתאם, רק גרף ד מתאים.

תשובה: גרף ב מתאים ל- $f(x)=2\cos^2 2x$ **, גרף ד מתאים ל-** $g(x)=\cos 4x+2$.

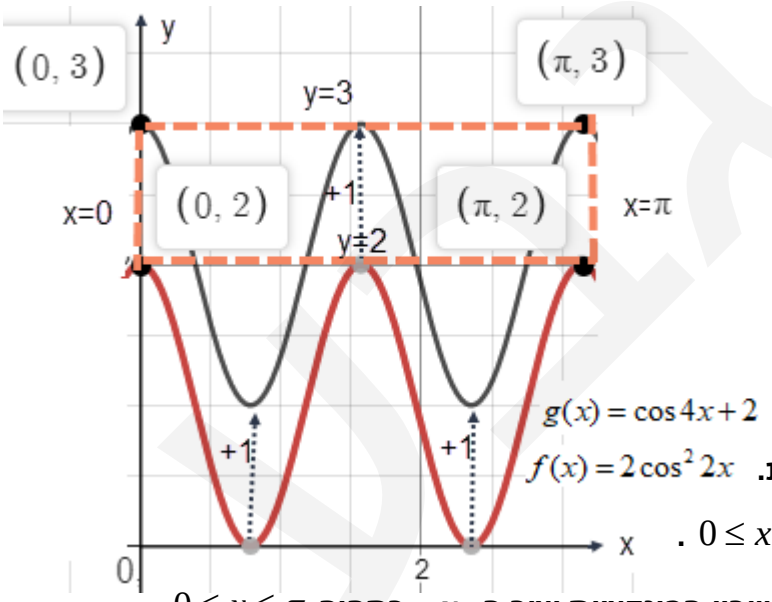
ב. נראה איזו תזוזה אנכית של $f(x)=2\cos^2 2x$ **, תביא ל-** $g(x)=\cos 4x+2$ **, כי נתון ש-** $g(x)=f(x)+c$.

$g(x)=\cos 4x+2$

$g(x)=2\cos^2 2x-1+2 \quad \leftarrow \cos 2\alpha=2\cos^2\alpha-1$

$g(x)=2\cos^2 2x+1$

$\boxed{g(x)=f(x)+1}\rightarrow\boxed{c=1}$



כלומר $g(x)$ **היא הזזה אנכית של** $f(x)$ **,**

כלפי מעלה ביחידה אחת.

תשובה: $c=1$.

ג. $f(x)$ **היא הזזה כלפי מעלה של** $g(x)$ **ביחידה אחת.**

שתי הפונקציות חיוביות לכל x **, ובפרט בתחום** $0\le x\le\pi$.

לכן, $\int_0^\pi f(x)\,dx$ **, וגם** $\int_0^\pi g(x)\,dx$ **מייצגים את השטח שבין הפונקציות וציר ה-** x **, בתחום** $0\le x\le\pi$.

כאשר ההעלאה כלפי מעלה ביחידה אחת, מוסיפה לשטח מלבן, ששטחו $(\pi-0)(1-0)=\pi$.

ניתן גם: $\int_0^\pi g(x)\,dx=\int_0^\pi (f(x)+1)\,dx=\int_0^\pi f(x)\,dx+\int_0^\pi 1\,dx=\int_0^\pi f(x)\,dx+\left[x\Big]_0^\pi\right]=\int_0^\pi f(x)\,dx+[\pi-0]=\int_0^\pi f(x)\,dx+\pi$

תשובה: $\int_0^\pi g(x)\,dx$ **גדול מ-** $\int_0^\pi f(x)\,dx$ **ב-** π .

ד. נחשב את נפח גוף הסיבוב המבוקש, שנובע מסיבוב סביב ציר ה- x , של גרף הפונקציה $\sqrt{f(x)}$.

.

$$V=\pi\int_0^{\pi}(\sqrt{f(x)})^2\,dx$$

$$V=\pi\int_0^{\pi}(f(x)\,dx=$$

$$V=\pi\int_0^{\pi}(g(x)-1)\,dx=$$

$$V=\pi\int_0^{\pi}(\cos 4x+2-1)\,dx=$$

$$V=\pi\int_0^{\pi}(\cos 4x+1)\,dx=$$

$$V=\pi\left[\frac{\sin 4x}{4}+x\Big]_0^{\pi}\right]$$

$$\left.\begin{array}{l} x=\pi: \quad \pi(0+\pi)=\pi^2 \\ x=0:\pi \quad (0+0)=0 \end{array}\right\} V=\pi^2$$

תשובה: נפח גוף הסיבוב הוא π^2.