

דוגמא V

לשאלון בגרות 035581 לפי התכנית החדשה ל- 5 יחידות

פעילות לתלמידים
5 יח"ל כיתה י"א



משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית
אגף מדעים



אוניברסיטת חיפה
הפקולטה לחינוך



מינהלת מל"מ
המרכז הישראלי לחינוך מדעי
טכנולוגי ע"ש עמוס דה שליט

מרכז ארצי למורים למתמטיקה בחינוך העל יסודי

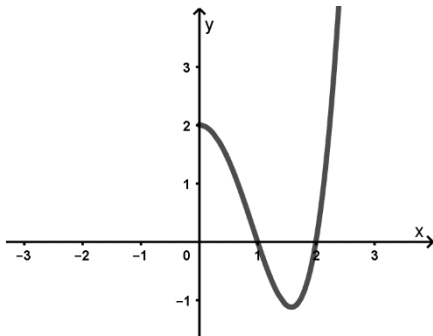
المركز القطري لعلمي الرياضيات في المرحلتين الاعدادية والثانوية



מרכז מורים ארצי במקצוע: מתמטיקה. הפרויקט מבוצע עפ"י מכרז 09/07.13 עבור המזכירות הפדגוגית, משרד החינוך.
כל הזכויות שמורות למשרד החינוך

פרק ראשון: ענה על שלושה מארבעת הסעיפים בשאלה 1.

שאלה 1



- א. נתונה $f(x)$, פונקציה המוגדרת לכל x .
 חלק מגרף הפונקציה מוצג בסרטוט כאשר $x \geq 0$.
 (1) השלם את הסרטוט אם הפונקציה היא זוגית.
 (2) האם ייתכן שהפונקציה היא אי-זוגית?

ב. נתונה סדרה הנדסית: a_1, a_2, a_3, \dots

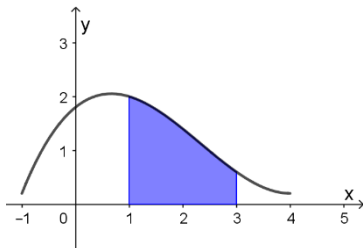
(1) הוכח שלכל שלושה איברים: a_{n-k}, a_n, a_{n+k} ($n > k > 0$)

מתקיים: $a_n^2 = a_{n+k} \cdot a_{n-k}$

- (2) נתון כי בסדרה ההנדסית יש $2n + 1$ איברים. מכפלת איברי הסדרה היא 9^9
 האיבר האמצעי שווה ל-9. חשב את מספר האיברים בסדרה.

ג. מצא את הערכים האפשריים של x עבורם ערכו של הסכום האינסופי הבא:

$\frac{1}{3} \cos x - \cos^2 x + \cos^3 x - \dots$ הוא $\frac{1}{3}$.



ד. נתון $\int_1^3 f(x) dx = S$

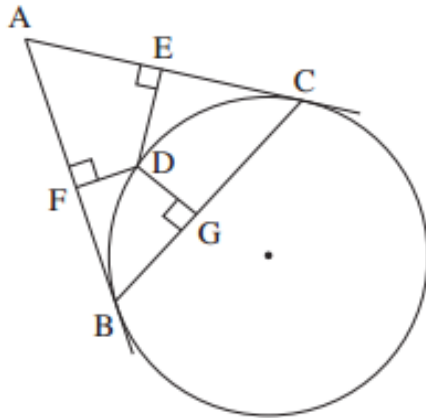
אם ניתן, רשום ביטוי לערכים של האינטגרלים הבאים: נמק קביעתך.

1. $\int_4^6 f(x - 3) dx$
2. $\int_{-1}^1 f(x + 3) dx$
3. $\int_3^6 f(x - 2) dx$
4. $\int_2^4 f(x - 1) dx$

פרק שני: ענה על שתיים משלוש השאלות הבאות:

שאלה 2 (מתוך תכנית הלימודים - וריאציה של שאלה 3 מתוך שאלון 035005, חורף 2012)

מנקודה A שמחוץ למעגל יוצאים שני ישרים המשיקים למעגל בנקודות B ו- C . מנקודה D שעל הקשת הקטנה BC , מורידים אנכים ל- AC , ל- AB ול- BC . האנכים חותכים את AC , את AB ואת BC בנקודות E , F , ו- G בהתאמה (ראו ציור).



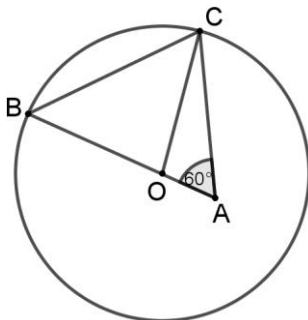
- א. הוכח כי $\triangle DFB \sim \triangle DGC$.
- ב. הוכיחו $\angle BDG = \angle EDC$.
- האם ניתן להסיק שהזוויות $\angle BDG$ ו- $\angle EDC$ קדקודיות?
- ג. הוכח כי: $DF \cdot DE = DG^2$.
- ד. האם יתכן ש- DG ממוצע גאומטרי של הקטעים שהוא מקצה על הבסיס? (כלומר $BG \cdot GC = DG^2$). נמק.

שאלה 3

הקודקודים B ו- C של משולש ABC נמצאים על מעגל שמרכזו O ורדיוסו R .

מרכז המעגל נמצא על הצלע AB .

המשך הצלע AB פוגש את המעגל בנקודה D .



נתון: $\angle BDC = \alpha$

$\angle CAB = 60^\circ$

א. בטא באמצעות R ו- α את BC .

ב. בטא באמצעות R ו- α את AO .

ידוע שהיחס בין שטח המשולש OBC לשטח המשולש AOC הוא $\sqrt{3}$.

ג. (1) חשב את גודל הזווית α .

(2) מצא את היחס בין שטח המשולש ACD לשטח המשולש ACO .

שאלה 4

בבית ספר תיכון ערכו שני מבחנים לקראת קבלה לכיתה המדעית.

70% מהתלמידים עברו את המבחן הראשון. ידוע, כי אם בוחרים באקראי תלמיד, ההסתברות שהוא הצליח רק במבחן הראשון קטנה פי 4 מההסתברות שהוא הצליח בשני המבחנים.

40% מהתלמידים שלא עברו את המבחן הראשון, לא עברו את המבחן השני.

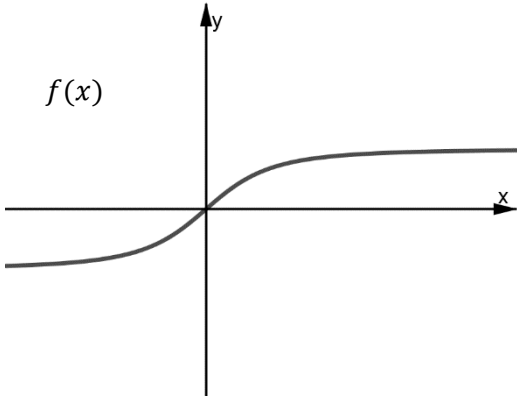
- א. בוחרים באקראי תלמיד מבין אלה שעברו את המבחן השני. מה ההסתברות שהוא לא עבר בהצלחה את המבחן הראשון?
- ב. בוחרים באקראי 6 מכלל תלמידי בית הספר. מהי ההסתברות ששליש מהם עברו את שני המבחנים.

פרק שלישי: ענה על שתיים משלוש השאלות הבאות:

שאלה 5

נתונה הפונקציה: $g(x) = \sqrt{x^2 + 3}$.

א. מצא את שיפוע המשיק לגרף הפונקציה ב- $x = 1$.



בסרטוט שלפניך מתואר **גרף** הפונקציה:

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 3}}$$

ב. רשום את המשוואות של האסימפטוטות

המקבילות לצירים, אם קיימות.

ג. לגרף הפונקציה העבירו **ברביע הראשון** משיק

ששיפועו $\frac{3}{8}$.

חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה,

המשיק הנ"ל וציר ה- y .

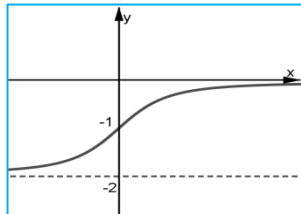
רשום תשובתך באמצעות שורשים או בהצגה עשרונית עם שלוש ספרות לאחר

הנקודה העשרונית.

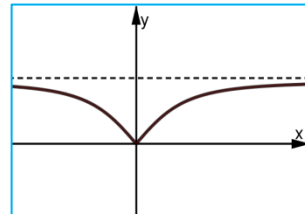
ד. היעזר בפונקציה $f(x)$ ובסרטוט הגרף שלה, ורשום הצגה אלגברית אפשרית לכל

אחת מארבע הפונקציות המתאימות לארבעת הגרפים א, ב, ג, ד המוצגים

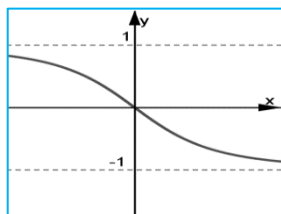
בסרטוטים שלפניך. נמק.



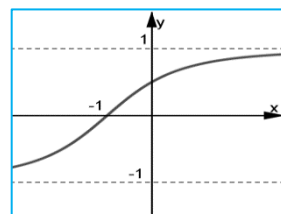
גרף ב



גרף א



גרף ד



גרף ג

שאלה 6

נתונה הסדרה החשבונית הבאה: $4, 9, 14, 19, \dots$

נסמן ב- S_n את סכום n האיברים הראשונים בסדרה הנ"ל.

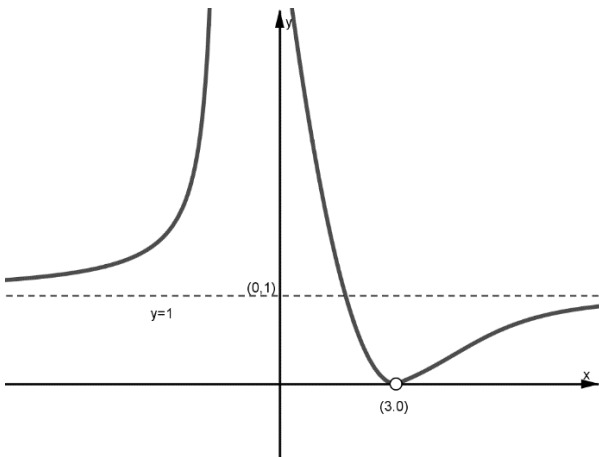
א. הבע באמצעות n את S_n .

ב. הוכח באינדוקציה או בכל דרך אחרת, כי עבור כל n טבעי מתקיים:

$$S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n = \frac{n(n+1)(5n+7)}{6}$$

ג. חשב את ערך הסכום הבא: $S_4 + S_5 + \dots + S_{16}$

שאלה 7



בסרטוט מתואר גרף של פונקציה $f(x)$

שלא מוגדרת רק עבור $x = 3$ ו- $x = 0$.

האסימפטוטות של הפונקציה הן $x = 0$

$$y = 1 - 1$$

א. נתון כי הגרף מתאים לפונקציה:

$$f(x) = \frac{(x-a)^3}{bx^3 - 3x^2}$$

היעזר בנתונים שבסרטוט ומצא את הערכים של הפרמטרים a ו- b .

פרט שיקולך.

ב. הצב את הערכים של a ו- b שמצאת בסעיף א ומצא את משוואת המשיק לגרף

הפונקציה בנקודת החיתוך שלה עם האסימפטוטה האופקית.

ג. נתונה הפונקציה $g(x)$: $g(x) = f(x-k) + k$, $k > 0$

האם ייתכן ששתי האסימפטוטות של הפונקציה $g(x)$ נחתכות בנקודה $(5,5)$? אם

כן – מהו הערך של k ? אם לא – נמק קביעתך.