

דוגמא IV

לשאלון בגרות 035581 לפי התכנית החדשה ל- 5 יחידות

פעילות לתלמידים
5 יח"ל כיתה י"א



משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית
אגף מדעים



אוניברסיטת חיפה
הפקולטה לחינוך



מינהלת מל"מ
המרכז הישראלי לחינוך מדעי
טכנולוגי ע"ש עמוס דה שליט

מרכז ארצי למורים למתמטיקה בחינוך העל יסודי

المركز القطري لمعلمي الرياضيات في المرحلتين الاعدادية والثانوية



מרכז מורים ארצי במקצוע: מתמטיקה. הפרויקט מבוצע עפ"י מכרז 09/07.13 עבור המזכירות הפדגוגית, משרד החינוך.
כל הזכויות שמורות למשרד החינוך

פרק ראשון: ענה על שלושה מארבעת הסעיפים בשאלה 1.

שאלה 1

א. משולש חסום במעגל שאורך הרדיוס שלו 6 ס"מ. אורך אחת הצלעות של המשולש: 4 ס"מ.

(1) כמה משולשים כאלה יש?

(2) האם יש תכונה נוספת משותפת לכולם?

(3) מצא את אורך השוק במשולש שווה שוקיים שמקיים את התנאים הנ"ל. הבחן בין שני מקרים.

ב. נתונה הפונקציה $f(x) = x^5 + 3x + 1$.

(1) מהם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה (אם קיימים)? הוכח קביעתך.

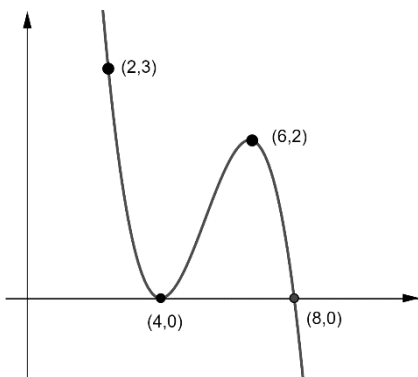
(2) הסתמך על תשובתך, וקבע כמה פעמים חותך גרף הפונקציה את ציר ה- x . נמק קביעתך.

ג. הגרף המצורף מתאר את גרף הנגזרת $f'(x)$ של הפונקציה $f(x)$ בתחום $0 < x < 9$.

נתון: $f(2) = -10, f(4) = -1, f(6) = 0, f(8) = 2$

(1) האם לפונקציה $f(x)$ יש נקודות קיצון? אם כן – רשום את שיעורי נקודות הקיצון ואת סוגן. נמק.

(2) האם לפונקציה $f(x)$ יש נקודות פיתול? אם כן – רשום את שיעורי נקודות הפיתול ואת משוואות המשיקים העוברים דרכן.



ד. נתונה סדרה הנדסית אינסופית, שאיבריה הם: a_1, a_2, a_3 . כל האיברים בסדרה שונים מ-0.

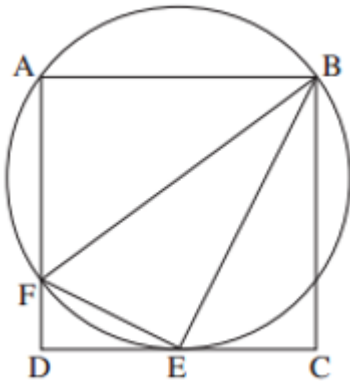
מגדירים סדרה חדשה בה מתקיים: $b_n = \frac{1}{a_n}$ לכל n טבעי.

(1) הוכח כי גם הסדרה החדשה היא סדרה הנדסית.

(2) האם ייתכן כי שתי הסדרות הן סדרות אינסופיות מתכנסות? הסבר תשובתך.

פרק שני: ענה על שתיים משלוש השאלות הבאות:

שאלה 2 (מתוך שאלון 035005 מועד ב' 2013 שאלה 3)



נתון ריבוע ABCD ונתון מעגל.

הקדקודים A ו-B של הריבוע נמצאים על המעגל.

הצלע DC משיקה למעגל בנקודה E.

הצלע AD חותכת את המעגל בנקודה F (ראה ציור).

א. הוכח $\triangle EDF \sim \triangle BEF$.

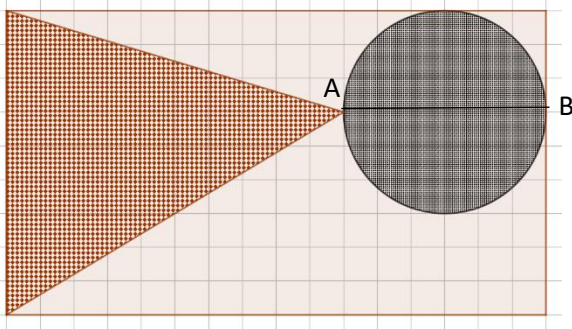
ב. נתון: האורך של רדיוס המעגל הוא 5 ס"מ, $FD = 2$ ס"מ.

חשב את האורך של EF.

ג. חשב את האורך של צלע הריבוע הנתון.

שאלה 3

נתון לוח המשחק הבא:



הלוח מלבני, אורכי צלעותיו: 16 ס"מ ו-9 ס"מ.

על הלוח מסורטטים עיגול, ומשולש.

העיגול משיק לשתי צלעות של המלבן, ואורך

הרדיוס שלו 3 ס"מ. צלע אחת של המשולש

מתלכדת עם הצלע הקצרה של המלבן

והקודקוד השלישי של המשולש נמצא בקצה הקוטר AB של המעגל. הנקודה B היא

נקודת ההשקה של העיגול עם הצלע הקצרה של המלבן.

מטילים חרוז קטן מאד על הלוח. (החרוז תמיד פוגע בלוח).

א. מהי ההסתברות שהחרוז יפגע בנקודה שהיא מחוץ לעיגול ומחוץ למשולש?

ב. מטילים את החרוז 4 פעמים בזו אחר זו. מהי ההסתברות שהוא יפגע: בפעם

הראשונה ובפעם האחרונה בעיגול, בפעם השנייה במשולש ובפעם השלישית

במשולש?

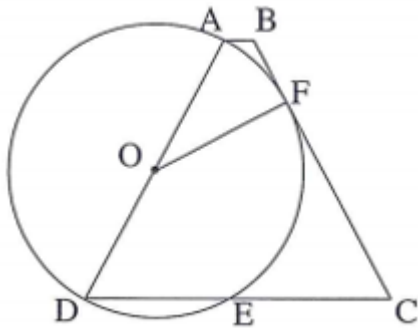
ג. מטילים את החרוז 6 פעמים.

(1) מהי ההסתברות שברוב הפעמים הוא פגע בעיגול?

(2) ידוע שברוב הפעמים החרוז פגע בעיגול, מהי ההסתברות שהוא פגע בעיגול

בפעם הראשונה?

שאלה 4 (מתוך בגרות קיץ מועד ב' תשע"ג שאלה 6)



נתון טרפז שווה שוקיים ABCD ($AD = BC$).

השוק AD היא קוטר במעגל שמרכזו O.

השוק BC משיקה למעגל בנקודה F.

המעגל חותך את הבסיס DC בנקודה E (ראה ציור).

נתון: $\angle BCD = a$.

א. הבע באמצעות a את גודל הזווית FOD.

ב.

(1) הבע באמצעות a את גודל הזווית ODF.

(2) הבע באמצעות a את היחס $\frac{DE}{DC}$.

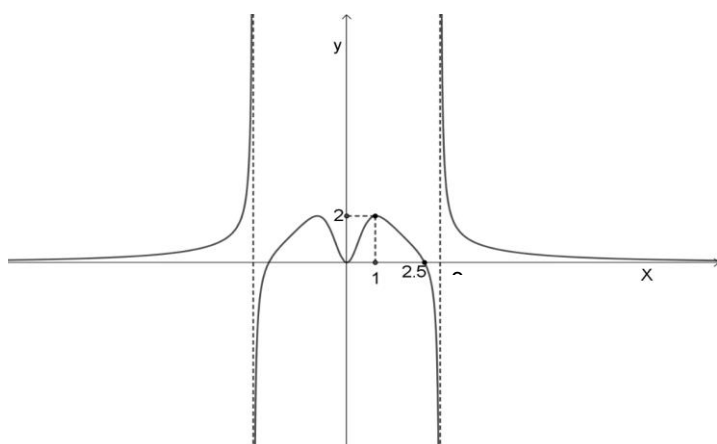
פרק שלישי: ענה על שתיים משלוש השאלות הבאות:

שאלה 5

בסרטוט שלפניך מוצג גרף הנגזרת $f'(x)$ של הפונקציה $f(x)$.

הגרף סימטרי ביחס לציר ה- y .

הישר $x = 3$ הוא אסימפטוטה אנכית לגרף הפונקציה.



לפונקציה $f(x)$ ולנגזרתה יש תחום הגדרה זהה.

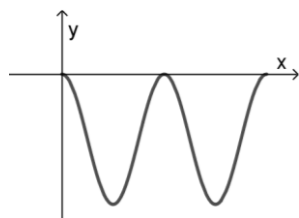
- א. מהם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$? נמק.
- ב. מהם שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$? ציין את סוגן.
- ג. כמה נקודות פיתול יש לפונקציה? רשום את שיעורי ה- x שלהן.
- ד. נתון: $f(1) = 3$. מהי משוואת המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה $(1, 3)$?
- ה. ידוע כי $f(x)$ היא פונקציה אי זוגית. מהי משוואת המשיק ל- $f(x)$ בנקודה בה $x = 0$?

ו. חשב את הערך של האינטגרל הבא: $\int_{-2.5}^1 f''(x) dx$.

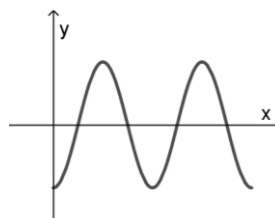
שאלה 6

נתונות הפונקציות: $f(x) = 2\sin^2 2x$, $g(x) = \cos 4x - 1$.

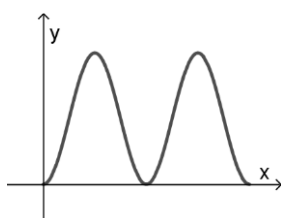
א. מצא בין ארבעת הגרפים הבאים את הגרף המתאים לכל אחת מהפונקציות, נמק קביעתך.



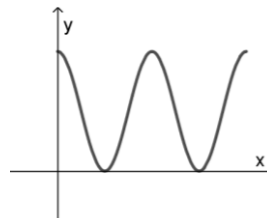
גרף ב



גרף א



גרף ד



גרף ג

ב. מצא את הערך של c , אם ידוע כי: $f(x) + c \cdot g(x) = 0$.

ג. נתון: $\int_0^\pi f(x) dx = a$

בכמה גדול $\int_0^\pi f(x) dx$ מ- $\int_0^\pi g(x) dx$. נמק תשובתך. (אין חובה לחשב במפורש את שני האינטגרלים).

ד. חשב את נפח גוף הסיבוב שנוצר מסיבוב סביב ציר ה- x של גרף הפונקציה $\sqrt{f(x)}$ בתחום: $0 \leq x \leq \pi$.

ה. רשום ביטוי אפשרי לכל אחת משתי הפונקציות שהגרפים שלהן מופיעים בסעיף א ושאינן מתאימות לפונקציות הנתונות $f(x) - 1$, $g(x)$, אם ידוע שניתן לקבלן על ידי הזזה ו/או שיקוף ביחס לציר ה- x מהפונקציות הנתונות. הסבר בחירותיך.

שאלה 7 (מתוך בגרות קיץ תשע"ד מועד א' שאלה 2)

בסדרה חשבונית יש $3n$ איברים.

סכום n האיברים האחרונים גדול פי 2 מסכום n האיברים הקודמים להם.

א. הוכח שסכום n האיברים הראשונים הוא 0.

ב. נתון גם שסכום האיברים החמישי והשביעי הוא 0.

סכום כל איברי הסדרה הוא 726.

מצא את הפרש הסדרה.