

דוגמא II

לשאלון בגרות 035581 לפי התכנית החדשה ל- 5 יחידות

פעילות לתלמידים
5 יח"ל כיתה י"א



משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית
אגף מדעים



אוניברסיטת חיפה
הפקולטה לחינוך



מינהלת מל"מ
המרכז הישראלי לחינוך מדעי
טכנולוגי ע"ש עמוס דה שליט

מרכז ארצי למורים למתמטיקה בחינוך העל יסודי

المركز القطري لمعلمي الرياضيات في المرحلتين الاعدادية والثانوية



מרכז מורים ארצי במקצוע: מתמטיקה. הפרויקט מבוצע עפ"י מכרז 09/07.13 עבור המזכירות הפדגוגית, משרד החינוך.
כל הזכויות שמורות למשרד החינוך

פרק ראשון: ענה על שלושה מארבעת הסעיפים בשאלה 1.

שאלה 1

א. נתונה הסדרה : $a_n = \sin(n\pi + \frac{\pi}{6})$, n טבעי.

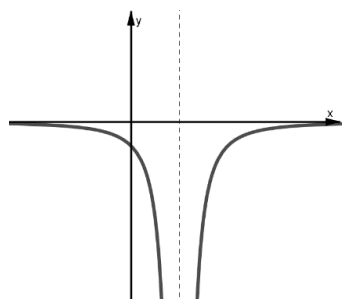
(1) רשום שלושה איברים ראשונים בסדרה.

(2) מצא את הסכום של 2019 האיברים הראשונים בסדרה.

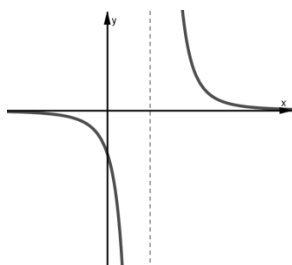
ב. לפניכם שלושה גרפים. הגרפים מתאימים לפונקציה $f(x)$ ולשתי הנגזרות

הראשונות שלה: $f'(x)$, $f''(x)$. לשלוש הפונקציות תחום הגדרה זהה.

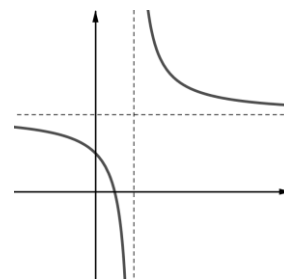
איזה גרף מתאים לכל אחת מהן? נמק טענתך.



גרף ג



גרף ב



גרף א

ג. נתונות שתי סדרות: $a_n = n^2 + 2n$, $b_{n+1} = b_n + 2n + 3$, $b_1 = 3$.

(1) הראה כי $a_1 = b_1$. האם $a_2 = b_2$? האם $a_4 = b_4$?

(2) האם הסדרות זהות? אם לא, תן דוגמה.

אם כן, הוכח כי לכל n טבעי מתקיים $a_n = b_n$.

ד. נתון כי $f(x)$ היא פונקציה זוגית.

אלו מהפונקציות הבאות הן בהכרח זוגיות. נמק את קביעותך.

$$g(x) = f(x) + 1 \quad (1)$$

$$h(x) = f(x + 1) \quad (2)$$

$$k(x) = \sqrt{f(x)} \quad (3)$$

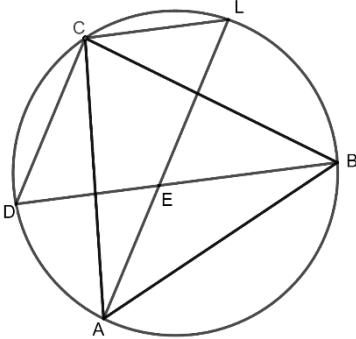
פרק שני: ענה על שתיים משלוש השאלות הבאות:

שאלה 2 (מתוך תכנית הלימודים – מתבסס על שאלה 4 מתוך מועד חורף תשע"ד)

משולש שווה צלעות ABC חסום במעגל.

נקודות D ו- L נמצאות על המעגל כך ש- $BD \parallel LC$.

המיתרים AL ו- BD נחתכים בנקודה E (ראה ציור).



א. הוכח כי המרובע $LEDC$ הוא מקבילית.

ב. אילו מן התוצאות שלהלן ניתן להסיק בוודאות מהנתונים:

(1) המשולש ADE שווה צלעות.

(2) המשולש CDE שווה צלעות.

(3) המשולש BCD הוא ישר זווית.

ג. מה ניתן יהיה לומר על הנקודה E , אם BD הוא קוטר? נמק.

שאלה 3

משולש ABC הוא ישר זווית $\sphericalangle C = 90^\circ$.

הנקודה E היא אמצע הצלע AB . הנקודה D

נמצאת על הצלע BC כך ש- $AD = DB$.

נסמן: $DB = 4x$.

נתון גם: $\frac{CD}{DB} = \frac{3}{4}$. הנקודה M היא אמצע הקטע AD .

א. הוכח: $ME = CM$.

ב. חשב את הגודל של הזוויות ABC ו- ADC .

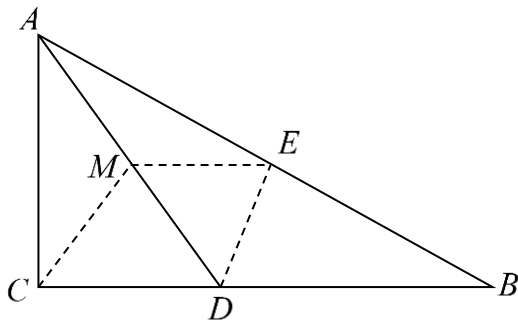
ג. בדוק נכונות/אי נכונות הטענות הבאות. נמק.

i. המרובע $ACDE$ הוא בר חסימה במעגל.

ii. במרובע $CMED$ ניתן לחסום מעגל.

ד. שטח המשולש ACB הוא $\frac{63\sqrt{7}}{8}$ סמ"ר. חשב את אורך הצלע DB ואת שטח המשולש

ADB .



שאלה 4

בדיקה רפואית גילתה אצל אדם סימנים למחלה נדירה שקיימת רק אצל אחד מכל אלף אנשים. הבדיקה, כמו בדיקות רפואיות רבות, אינה אמינה לחלוטין: היא מאתרת נכון 98% מהחולים ו- 96% מהבריאים. כלומר, היא מחטיאה 2% מהחולים וממיינת, בטעות, 4% מהבריאים כחולים.

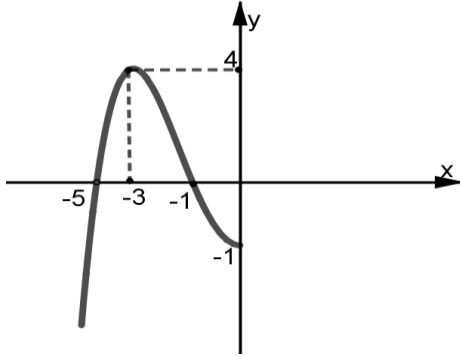
- א. לאור הידיעה על כך שהמחלה נדירה ושהאמינות של הבדיקה אינה מושלמת, מה ההסתברות שאדם שנבדק בבדיקה ואובחן כחולה, אכן חולה?
- ב. 5 אנשים עלו במדגם של מחקר רפואי ועברו את הבדיקה:
(1) מה ההסתברות, ללא קשר לבדיקה, שכל 5 הנבדקים בריאים?
(2) מה ההסתברות שכל 5 הנבדקים יאובחנו כבריאים בבדיקה הנ"ל?
- ג. כיצד תשתנה תשובתך לסעיף א אם ידוע שהאדם שעבר את הבדיקה שייך לאוכלוסייה שבה המחלה אינה קיימת כלל?

פרק שלישי: ענה על שתיים משלוש השאלות הבאות:

שאלה 5

הפונקציה $f(x)$ זוגית ומוגדרת לכל x .

לפניך הגרף של $f(x)$ בתחום: $-7 < x < 0$



א. סרטט את הגרף של הפונקציה $\frac{1}{f(x)}$ בתחום

$-7 < x < 7$ ורשום את שיעורי נקודות

הקיצון של הפונקציה $\frac{1}{f(x)}$ בתחום זה ואת

האסימפטוטות המקבילות לצירים (אם הן קיימות).

עבור הסעיפים הבאים ידוע בנוסף כי עבור פונקציה נוספת $g(x)$ מתקיים:

$$-f(x) = g'(x)$$

ב. סרטט את הגרף השלם של הפונקציה $g'(x)$. פרט בקצרה שיקולריך.

ג. היעזר בנתונים שבסרטוט, רשום את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של $g(x)$ וקבע את סוגן. נמק בקצרה.

ד. היעזר בנתונים שבסרטוט ורשום את תחומי הקעירות כלפי מעלה של $g(x)$. נמק בקצרה.

ה. סרטט גרף עבור $g''(x)$ (הנגזרת השנייה של $g(x)$). נמק בקצרה.

ו. מהו גודל השטח הכלוא בין הגרף של $g''(x)$ לבין ציר ה- x ברביע השלישי? נמק.

שאלה 6 (מתוך בגרות חורף תשע"ח שאלה 6)

$$g(x) = \frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}}, f(x) = \frac{\sin x}{\sqrt{\cos x}}$$

נתונות הפונקציות
ענה על סעיף א עבור התחום: $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi$.

א.

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את המשוואות של האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לציר

ה- x .

(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ענה גם על סעיף ב עבור תחום: $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi$

ב.

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.

(2) הוכח: $g(x) = -f\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

ג. מצא את ערך הביטוי

$$\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx$$

נמק את תשובתך.

שאלה 7 (מתוך בגרות קיץ תשע"ט מועד א' שאלה 2)

a_n היא סדרה הנדסית אין-סופית שהמנה שלה היא q . $|q| \neq 1$.

$$\text{נתון: } a_3 \cdot a_7 = 1.$$

א. חשב את a_5 (מצא את שתי האפשרויות).

$$\text{נתון } a_5 > 0.$$

ב.

(1) הבע את a_1 באמצעות q .

(2) האם קיים n טבעי שעבורו $a_n = \frac{1}{a_1}$? אם כן – מצא אותו. אם לא – נמק.

(3) האם קיים n טבעי שעבורו $a_n = \frac{1}{a_{13}}$? אם כן – מצא אותו. אם לא – נמק.

ג.

(1) הבע באמצעות q את 7 האיברים הראשונים של הסדרה a_n .

(2) נתון: $a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_k = 1$ (k הוא מספר טבעי).

מצא את הערך של k והסבר מדוע הוא הערך האפשרי היחיד של k .