



מבחן לדוגמה 1, שאלון 35482 מועד חורף תשפ"א

מורים יקרים,
להלן פתרון בחינת בגרות לדוגמה מהתוכנית החדשה.

תודה מיוחדת למר עפר ילין על כתיבת הפתרונות ועריכת קובץ זה.

$$\overrightarrow{EB} \cdot \overrightarrow{ED'} = \left(\frac{1}{3}\underline{u} - \underline{v}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\underline{u} + \underline{w}\right)$$

$$\overrightarrow{EB} \cdot \overrightarrow{ED'} = -\frac{2}{9}\underline{u}^2 + \frac{1}{3}\underline{u} \cdot \underline{w} + \frac{2}{3}\underline{u} \cdot \underline{v} - \underline{v} \cdot \underline{w}$$

$$\overrightarrow{EB} \cdot \overrightarrow{ED'} = -\frac{2}{9} \cdot 4 + \frac{1}{3} \cdot 0 + \frac{2}{3} \cdot 1 - 0$$

$$\boxed{\overrightarrow{EB} \cdot \overrightarrow{ED'} = -\frac{2}{9}}$$

$$\cos \sphericalangle D'EB = \frac{\overrightarrow{EB} \cdot \overrightarrow{ED'}}{|\overrightarrow{EB}| \cdot |\overrightarrow{ED'}|}$$

$$\cos \sphericalangle D'EB = \frac{-\frac{2}{9}}{\frac{\sqrt{7}}{3} \cdot \frac{4\sqrt{10}}{3}} = \frac{-1}{2\sqrt{70}}$$

$$\boxed{\sphericalangle D'EB = 93.42^\circ}$$

תשובה: $\sphericalangle D'EB = 93.42^\circ$.

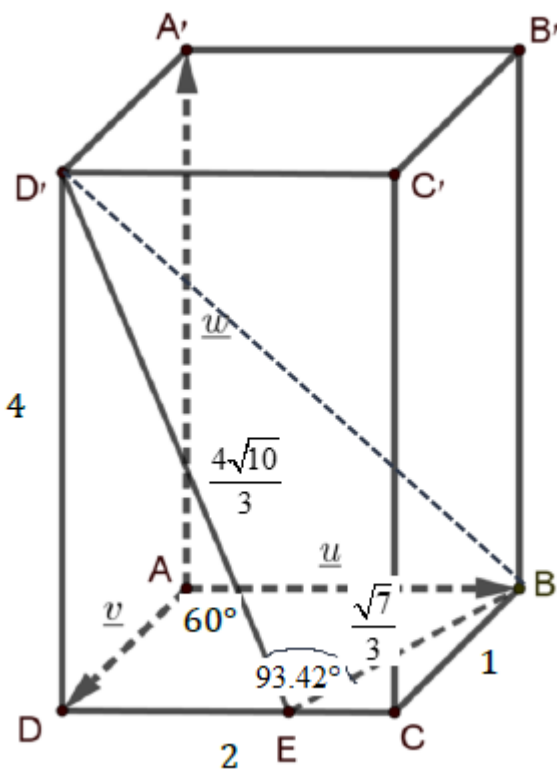
(2) נחשב את שטח המשולש $D'EB$.

$$S_{\Delta D'EB} = \frac{1}{2} \cdot |\overrightarrow{EB}| \cdot |\overrightarrow{ED'}| \cdot \sin \sphericalangle D'EB$$

$$S_{\Delta D'EB} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{7}}{3} \cdot \frac{4\sqrt{10}}{3} \cdot \sin 93.42^\circ$$

$$\boxed{S_{\Delta D'EB} = 1.86}$$

תשובה: $S_{\Delta D'EB} = 1.86$.



נוסחת הגדילה והדעיכה: $M_t = M_0 \cdot q^t$, כאשר M_0 - הכמות ההתחלתית
 q הוא גורם הגדילה/דעיכה, M_t הכמות לאחר זמן t .

א. (1) יוסי קנה דירה במחיר 1.12 מיליון שקלים. לאחר 9 שנים מחיר הדירה הגיע ל- 1.51 מיליון שקלים.
 נמצא פי כמה עלה מחיר הדירה בכל שנה (גורם הגדילה).

$$1.51 = 1.12 \cdot q^9 \quad / : 1.12$$

$$1.3842 = q^9$$

$$\sqrt[9]{1.3842} = q$$

$$q = 1.0338$$

נמצא את אחוז הגדילה השנתי.

$$1.0338 = \frac{100 + P}{100} \quad / \cdot 100$$

$$103.38 = 100 + P$$

$$P = 3.38\%$$

תשובה: מחיר הדירה עלה ב- 3.38% מדי שנה, במשך 9 שנים לאחר קניית הדירה.

(2) במשך 4 שנים, לאחר מכן, ירד מחיר הדירה עקב משבר כלכלי, ב- 15%.
 כלומר, לאחר אותן 4 שנים, הגיע מחיר הדירה ל- 85% ממחירה בתחילת המשבר.

נמצא את אחוז הדעיכה השנתי.

$$0.85 \cdot 1.51 = 1.51 \cdot q^4 \quad / : 1.51$$

$$0.85 = q^4$$

$$\sqrt[4]{0.85} = q$$

$$q = 0.9602$$

$$0.9602 = \frac{100 - P}{100} \quad / \cdot 100$$

$$96.02 = 100 - P$$

$$P = 3.98\%$$

תשובה: מחיר הדירה ירד ב- 3.98% מדי שנה, מאז שהתחילה הירידה בערך הדירה.

ב. יוסי מכר את הדירה 15 שנים לאחר קניית הדירה.

מכאן שערך הדירה ירד במשך 6 שנים, מאז שמחירה הגיע ל- 1.51 מיליון שקלים.

נמצא את ערך הדירה, בזמן מכירתה.

$$M_6 = 1.51 \cdot 0.9602^6$$

$$M_6 = 1.18$$

מכאן שיוסי הרוויח, כי קנה את הדירה תמורת 1.12 מיליון שקלים, ומכר אותה תמורת 1.18 מיליון שקלים.

תשובה: יוסי הרוויח לעומת המחיר ששילם עבור הדירה.

ג. נמצא כעבור כמה שנים, מתחילת המשבר הכלכלי, יהיה מחיר הדירה 1.12 מיליון שקלים.

$$1.12 = 1.51 \cdot 0.9602^t \quad /: 1.51$$

$$0.7417 = 0.9602^t$$

$$\ln 0.7417 = \ln 0.9602^t$$

$$\ln 0.7417 = t \ln 0.9602$$

$$\frac{\ln 0.7417}{\ln 0.9602} = t$$

$$t \approx 7.36$$

ניתן גם

$$0.7417 = 0.9602^t$$

$$t = \log_{0.9602} 0.7417$$

$$t = \frac{\log 0.7417}{\log 0.9602} \approx 7.36$$

כלומר, לאחר $7.36 + 9 = 16.36$ שנים מתחילת המשבר הכלכלי.

תשובה: לאחר 16.36 שנים בערך, לאחר קניית הדירה על ידי יוסי,

ערכה יחזור למחיר המקורי בו הוא קנה אותה.

א. נתונה הפונקציה $g(x) = -e^x + 4$, המוגדרת לכל x .

נשים לב, שיש כאן טרנספורמציה על הפונקציה $f(x) = e^x$:

סיבוב סביב ציר ה- x , והזזה אנכית 4 יחידות כלפי מעלה.

לכן כיוון ש- $f(x) = e^x$ עולה תמיד, אז $g(x) = -e^x + 4$ יורדת תמיד,

ומכיוון של- $f(x) = e^x$ יש אסימפטוטה אופקית לשמאל $y = 0$,

אז ל- $g(x) = -e^x + 4$ תהייה אסימפטוטה אופקית לשמאל $y = 4$.

נעבוד גם בדרך הרגילה...

$$(1) \quad (0,3) \rightarrow g(0) = -e^0 + 4 = -1 + 4 = 3 \rightarrow (0,3) \text{ ולכן } (0,3) \text{ נקודת חיתוך עם ציר ה- } y.$$

$$y = 0 \rightarrow 0 = -e^x + 4 \rightarrow e^x = 4 \rightarrow x = \ln 4 \rightarrow (\ln 4, 0)$$

ולכן $(\ln 4, 0)$ היא נקודת החיתוך עם ציר ה- x .

תשובה: $(0,3)$, $(\ln 4, 0)$.

(2) נמצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

$$g'(x) = -e^x$$

הנגזרת שלילית, ולכן אין תחומי עלייה.

תשובה: ירידה – כל x , עלייה – אף x .

(3) נמצא את האסימפטוטה האנכית לציר ה- y (אסימפטוטה אופקית), על ידי הצבה.

$$g(10) = -e^{10} + 4 = -22,022 \rightarrow -\infty$$

$$g(-10) = -e^{-10} + 4 = 3.99995 \rightarrow 4$$

תשובה: האסימפטוטה האנכית לציר ה- y היא $y = 4$ ($x \rightarrow -\infty$).

(4) $g(x) = -e^x + 4$ יורדת, לכן משמאל ל- $(\ln 4, 0)$ היא תהייה חיובית, ומימין שלילית.

תשובה: חיוביות - $x < \ln 4$, שליליות - $x > \ln 4$.

ב. נחשב את השיעורים של נקודת החיתוך של שתי הפונקציות $f(x) = e^x$ ו- $g(x) = -e^x + 4$.

$$e^x = -e^x + 4$$

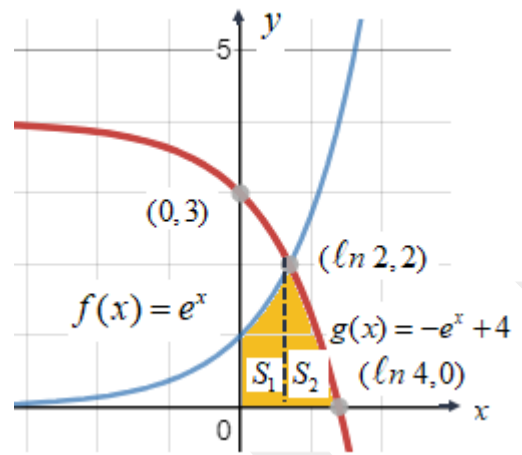
$$2e^x = 4$$

$$e^x = 2$$

$$x = \ln 2 \rightarrow (\ln 2, 2)$$

תשובה: $(\ln 2, 2)$.

ג. (1) נסרטט את הגרפים של שתי הפונקציות, כולל סימון השטח לתת-סעיף ג(2).



(2) נחשב את השטח המבוקש, על ידי חלוקתו לשני שטחים.

$$S_1 = \int_0^{\ln 2} e^x dx$$

$$S_1 = e^x \Big|_0^{\ln 2}$$

$$\left. \begin{array}{l} x = \ln 2: e^{\ln 2} = 2 \\ x = 0: e^0 = 1 \end{array} \right\}$$

$$S_1 = 2 - 1$$

$$S_1 = 1$$

$$S_2 = \int_{\ln 2}^{\ln 4} (-e^x + 4) dx$$

$$S_2 = (-e^x + 4x) \Big|_{\ln 2}^{\ln 4}$$

$$\left. \begin{array}{l} x = \ln 4: -e^{\ln 4} + 4 \ln 4 = -4 + 4 \ln 4 \\ x = \ln 2: -e^{\ln 2} + 4 \ln 2 = -2 + 4 \ln 2 \end{array} \right\}$$

$$S_2 = -2 + 4(\ln 4 - \ln 2)$$

$$S_2 = -2 + 4 \ln \frac{4}{2}$$

$$S_2 = -2 + 4 \ln 2$$

(ברור שניתן גם לרשום מספרים עשרוניים, אולם בחרתי להראות חישובים לוגריתמיים.)

גודל השטח המבוקש: $S_1 + S_2 = 1 - 2 + 4 \ln 2 = -1 + 4 \ln 2 \approx 1.7726$

תשובה: גודל השטח המבוקש הוא $-1 + 4 \ln 2 \approx 1.7726$ יח"ר.

בגרות פא ינואר 21 דוגמה 1 שאלון 35482
במקור בגרות עח יולי 18 מועד קיץ ב שאלון 35482

א. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{\ln x^2}{x^2}$.

(1) בתחום ההגדרה, הביטוי שמקבלת הפונקציה הלוגריתמית גדול מאפס, לכן $x \neq 0 \rightarrow x^2 \neq 0$.

בתחום ההגדרה, המכנה שונה מאפס, לכן $x \neq 0$.

תשובה: $x \neq 0$.

(2) כאשר $x \rightarrow 0$, למשל $f(\pm 0.01) = -92103 \rightarrow -\infty$, ו- $x = 0$ אסימפטוטה אנכית.

(כאשר $x \rightarrow \infty$, למשל $f(\pm 1000) = 1.3 \cdot 810^{-5} \rightarrow 0$, ו- $y = 0$ אסימפטוטה אופקית לימין ולשמאל).

תשובה: $x = 0$.

(3) $x = 0$ לא בתחום ההגדרה, ולכן אין נקודת חיתוך עם ציר ה- y .

בנקודת חיתוך עם ציר ה- x מתקיים $y = 0$:

$$\ln x^2 = 0$$

$$x^2 = 1$$

$$(1, 0), (-1, 0)$$

תשובה: $(1, 0)$, $(-1, 0)$.

(4) נמצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה, ונקבע את סוגן.

$$f'(x) = \frac{2x \cdot x^2 - 2x \ln x^2}{x^4}$$

$$f'(x) = \frac{2x - 2x \ln x^2}{x^4}$$

$$f'(x) = \frac{2x(1 - \ln x^2)}{x^4}$$

$$1 - \ln x^2 = 0 \quad x \neq 0$$

$$\ln x^2 = 1$$

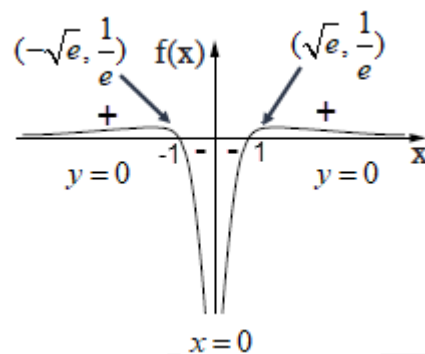
$$x = \pm \sqrt{e}$$

$$f(\pm \sqrt{e}) = \frac{\ln(\pm \sqrt{e})^2}{(\pm \sqrt{e})^2} = \frac{\ln e}{e} = \frac{1}{e} \rightarrow \left(\sqrt{e}, \frac{1}{e}\right) \quad \left(-\sqrt{e}, \frac{1}{e}\right)$$

על פי ערכי הפונקציה, שמצאנו בסעיף א, שתי נקודות אלו הן נקודות מקסימום.

תשובה: $(\sqrt{e}, \frac{1}{e})$ מקסימום, $(-\sqrt{e}, \frac{1}{e})$ מקסימום.

(5) הסקיצה המתאימה של $f(x) = \frac{\ln x^2}{x^2}$, כולל סימון עבור תת-סעיף א(6).

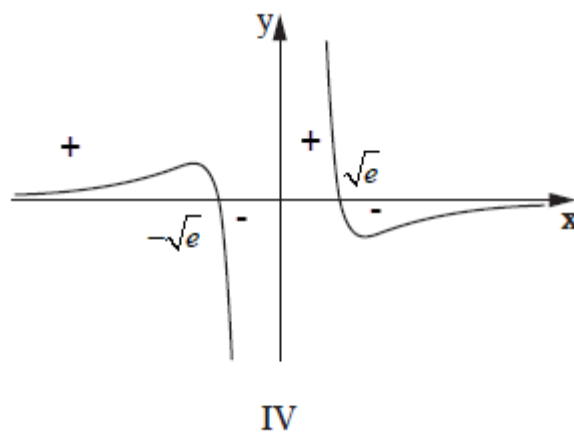


(6) תשובה: חיוביות $x > 1$ או $x < -1$. שליליות $0 < x < 1$ או $-1 < x < 0$ (אפשר גם $-1 < x < -1, x \neq 0$).

ב. רצוי לתת לפחות שלושה נימוקים לגרף המתאים.

- בנקודה שבה $x = \sqrt{e}$ עוברת הפונקציה מעלייה לירידה, וגרף הנגזרת מחיובי לשלילי.
- בנקודה שבה $x = -\sqrt{e}$ עוברת הפונקציה מעלייה לירידה, וגרף הנגזרת מחיובי לשלילי.
- פונקציה זוגית, סימטרית לציר ה- y . $f(x) = \frac{\ln x^2}{x^2}$

פונקציה אי-זוגית, סימטרית לראשית הצירים. $f'(x) = \frac{2x(1 - \ln x^2)}{x^4}$



תשובה: גרף IV הוא הגרף של פונקציית הנגזרת, $f'(x)$.