



מבחן לדוגמה 6, שאלון 35471

מועד קיץ תש"פ

מורים יקרים,
להלן פתרון בחינת בגרות לדוגמה מהתוכנית החדשה.

תודה מיוחדת למר עפר ילין על כתיבת הפתרונות ועריכת קובץ זה.

א. (1) נגדיר את המאורעות הבאים:

A - רוצים להמשיך בלימודים אקדמיים $\bar{A}$ - לא רוצים להמשיך בלימודים אקדמיים

B - בנינים $\bar{B}$ - בנות

נתונים ומשמעויות

$$(1) P(A) = 0.6 \rightarrow P(\bar{A}) = 0.4$$

$$(2) N(\bar{B}) = 3N(B) \rightarrow P(\bar{B}) = 3P(B)$$

$$P(B) + P(\bar{B}) = 1$$

$$3P(B) + P(B) = 1$$

$$4P(B) = 1$$

$$P(B) = 0.25 \rightarrow P(\bar{B}) = 0.75$$

$$(3) P(A/B) = 0.8 \rightarrow P(\bar{A}/B) = 0.2$$

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$0.8 = \frac{P(A \cap B)}{0.25}$$

$$P(A \cap B) = 0.2$$

נציב בטבלה ונשלים נתונים:

	$\bar{A}$ לא רוצים	A רוצים	
0.25	0.05	0.2	B - בנינים
0.75	0.35	0.4	$\bar{B}$ - בנות
1	0.4	0.6	

תשובה: ההסתברות שנבחרה בת הרוצה להמשיך ללימודים אקדמיים היא $P(A \cap \bar{B}) = 0.4$.

ב. נמצא מהי ההסתברות שהבת שידוע שנבחרה, רוצה להמשיך ללימודים אקדמיים.

$$P(A/\bar{B}) = \frac{P(A \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{0.4}{0.75} = \frac{8}{15}$$

תשובה: ההסתברות היא $\frac{8}{15}$.

ג. (1) נשאלת השאלה האם הסתברות של המאורע "נבחרה בת" $[P(\bar{B})]$

משתנה לאור המידע שהנבחר רוצה להמשיך ללימודים אקדמאיים" $[P(\bar{B} / A)]$.

כלומר, האם המאורעות תלויים או בלתי תלויים.

כיוון ש- $P(A / B) = 0.8 \neq P(A) = 0.6$, הרי שהמאורעות תלויים.

תשובה: ההסתברות של המאורע "נבחרה בת" משתנה לאור המידע שהנבחר רוצה להמשיך ללימודים.

(2) על פי סעיף ב, הסיכוי שגאולה רוצה להמשיך ללימודים אקדמאיים היא $\frac{8}{15}$.

הסיכוי שדני רוצה להמשיך ללימודים אקדמאיים היא: $P(A / B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0.2}{0.25} = 0.8$.

כיוון ש- $0.8 > \frac{8}{15}$, הרי שהסיכוי של דני גדול יותר.

תשובה: לדני יש סיכוי גדול יותר לרצות להמשיך ללימודים אקדמאיים.

א. הציונים של נבחנים בבחינת כניסה לאוניברסיטה גדולה מתפלגים נורמלית.

העשירון התשיעי (D_9) הוא הנתון שמתחתיו תשע עשיריות מהנתונים,

כלומר ההסתברות להיות מתחתיו היא 0.9, וציון התקן המתאים הוא $z = 1.28$.

העשירון הראשון (D_1) הוא הנתון שמתחתיו עשירית מהנתונים,

כלומר ההסתברות להיות מתחתיו היא 0.1, וציון התקן המתאים הוא $z = -1.28$.

ניתן לראות ששני הנתונים סימטריים לממוצע, ולכן אין צורך להשתמש בנוסחה למציאת ציון תקן,

ומראש להבין שהממוצע הוא $\bar{x} = \frac{68+84}{2} = 76$, באמצע בין העשירון הראשון לעשירון התשיעי.

למציאת סטיית התקן, נשתמש בנוסחה למציאת ציון תקן: $z = \frac{x - \bar{x}}{s}$

$$1.28 = \frac{84 - 76}{s}$$

$$s = \frac{8}{1.28}$$

$$\boxed{s = 6.25}$$

תשובה: ממוצע הציונים הוא 76, סטיית התקן היא 6.25.

ב. בוחרים באקראי שני נבחנים.

נחשב את ההסתברות שבדיוק אחד מהם קיבל ציון מעל לעשירון התשיעי.

אפשר גם ללא נוסחת ברנולי.

$$p = 0.1 \cdot 0.9 + 0.9 \cdot 0.1 = 0.18$$

תשובה: ההסתברות, שבדיוק אחד מהם קיבל ציון מעל לעשירון התשיעי, היא 0.18.

ג. ידוע שלבחינה ניגשו 2000 נבחנים.

נחשב את מספר התלמידים שקיבלו ציון בין סטיית תקן אחת מעל לממוצע,

לבין סטיית תקן אחת מעל לממוצע (שעבורה ציון התקן הוא 1).

כיוון שההתפלגות נורמלית, אז היא סימטרית. נחשב תחילה את ההסתברות בין הממוצע לסטיית תקן אחת.

$$z = 1 \rightarrow p = 0.841 \rightarrow 0 < z < 1 \rightarrow p = 0.341$$

ההסתברות לבחור תלמיד שציונו בין הממוצע לסטיית תקן אחת היא 0.341,

וההסתברות המבוקשת היא כפולה, ושווה ל- $0.341 \cdot 2 = 0.682$.

מספר התלמידים הוא: $0.682 \cdot 2,000 = 1,364$.

תשובה: 1,364 תלמידים קיבלו ציון שנמצא בין סטיית תקן אחת מתחת לממוצע,

לבין סטיית תקן אחת מעל לממוצע.

א. נתונה סדרה המקיימת את הכלל $a_n = -3n + 80$, לכל n טבעי.

בגרות פ פברואר 20 דוגמה 6 משרד החינוך שאלון 35471

$$a_{n+1} - a_n = -3(n+1) + 80 - (-3n + 80)$$

$$a_{n+1} - a_n = -3n - 3 + 80 + 3n - 80$$

$$\boxed{a_{n+1} - a_n = -3}$$

מכאן שההפרש בין כל שני איברים עוקבים קבוע (לא תלוי ב- n),

ולכן, הסדרה חשבונית, כאשר $d = -3$ ולכן הסדרה יורדת.

תשובה: הוכחנו שהסדרה חשבונית יורדת.

ב. נמצא כמה איברים חיוביים יש בסדרה ($a_n > 0$).

$$a_1 = -3 \cdot 1 + 80 \rightarrow \boxed{a_1 = 77}$$

ניעזר בנוסחת האיבר הכללי של סדרה חשבונית.

$$a_n > 0$$

$$a_1 + (n-1)d > 0$$

$$77 - 3(n-1) > 0$$

$$77 - 3n + 3 > 0$$

$$-3n > -80 \quad /: (-3 < 0)$$

$$n < 26\frac{2}{3} \rightarrow \boxed{n = 26}$$

תשובה: בסדרה יש 26 איברים חיוביים.

ב. נמצא בכמה גדול סכום האיברים החיוביים במקומות האי-זוגיים בסדרה,

מסכום האיברים החיוביים במקומות הזוגיים.

$$\left. \begin{array}{l} a_1 - a_2 = -d \\ a_3 - a_4 = -d \\ a_5 - a_6 = -d \\ \vdots \\ a_{25} - a_{26} = -d \end{array} \right\} 13 \text{ lines}$$

$$S_{\text{ODD}} - S_{\text{EVEN}} = -nd = -13 \cdot (-3) = 39$$

ניתן גם לחשב, על ידי נוסחאות הסכום, כאשר ההפרש הוא (-6) בשתי הסדרות.

$$S_{\text{ODD}} - S_{\text{EVEN}} = \frac{13}{2}(2a_1 - 6(13-1)) - \frac{13}{2}(2a_2 - 6(13-1))$$

$$S_{\text{ODD}} - S_{\text{EVEN}} = 6.5(2 \cdot 77 - 72) - 6.5(2 \cdot 74 - 72)$$

$$S_{\text{ODD}} - S_{\text{EVEN}} = 39$$

תשובה: ההפרש הוא 39.

א. נוכיח כי $OB \perp AC$.

$OA = OC$ (רדיוסים שווים במעגל)

$BA = BC$ (אם מנקודה (B) יוצאים שני משיקים למעגל, אז הם שווים זה לזה)

BAOC הוא דלתון (מרובע עם שני זוגות שונים של צלעות סמוכות שוות)

$OB \perp AC$ (בדלתון האלכסונים מאונכים זה לזה)

ב. נוכיח כי המשולשים OAK ו-ABK דומים.

$$\angle OKA = \angle BKA = 90^\circ$$

$$\angle OAB = 90^\circ \text{ (רדיוס מאונך למשיק בנקודת ההשקה)}$$

$$\angle OAK = 90^\circ - \angle AOK \text{ (סכום זוויות } 180^\circ \text{ ב- } \triangle OKA)$$

$$\angle BAK = 90^\circ - \angle OAK \text{ (הפרש זוויות)}$$

$$\angle BAK = \angle AOK$$

$$\triangle ABK \sim \triangle OAK \text{ (משפט דמיון זווית זווית)}$$

תשובה: הוכחנו שהמשולשים OAK ו-ABK דומים.

ג. נתון: $O(-2, 1)$ (מרכז המעגל), $B(8, 11)$, $K(-1, 2)$.

$$\text{(יחסי צלעות מתאימות במשולשים דומים)} \quad \frac{AB}{OA} = \frac{AK}{OK} = \frac{BK}{AK}$$

$$(AK)^2 = BK \cdot OK$$

$$BK = \sqrt{(8+1)^2 + (11-2)^2} = 9\sqrt{2}$$

$$OK = \sqrt{(-2+1)^2 + (1-2)^2} = \sqrt{2}$$

$$(AK)^2 = 9\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 18$$

$$\boxed{AK = 3\sqrt{2}}$$

תשובה: אורך הקטע AK הוא $3\sqrt{2}$.

ד. משפט פיתגורס ב- $\triangle OAK$

$$(OA)^2 = (OK)^2 + (AK)^2$$

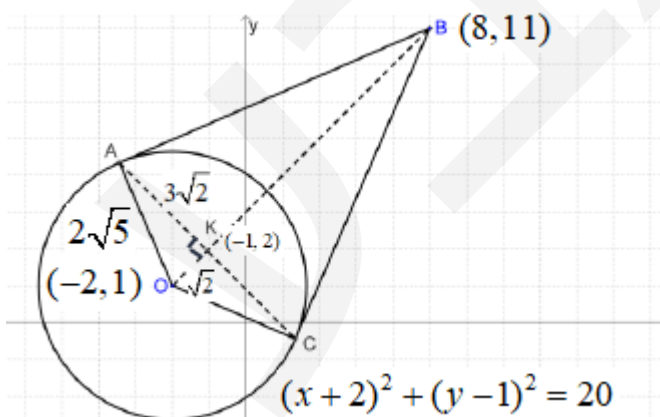
$$R^2 = (\sqrt{2})^2 + (3\sqrt{2})^2$$

$$R^2 = 20$$

$$\boxed{R = 2\sqrt{5}}$$

תשובה: משוואת המעגל היא $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 20$.

נכתב ע"י עפר ילין

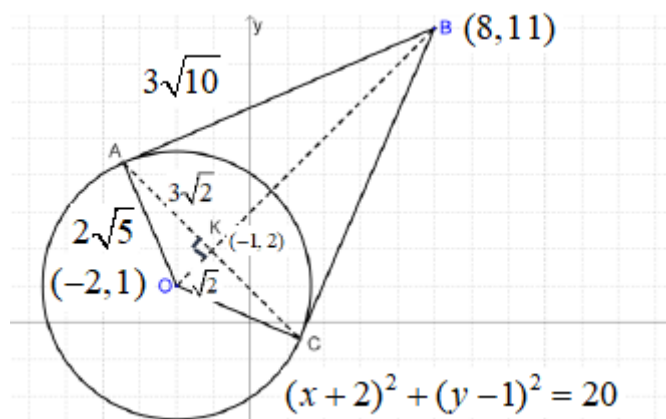


ה. נחשב את היקף הדלתון ABCO.

$$\frac{AB}{OA} = \frac{AK}{OK}$$

$$AB = \frac{3\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$$

$$AB = 6\sqrt{5}$$



היקף הדלתון הוא: $2 \cdot 6\sqrt{5} + 2 \cdot 2\sqrt{5} = 16\sqrt{5} \approx 35.78$

תשובה: היקף הדלתון הוא $16\sqrt{5} \approx 35.78$.

א. נתון: $\tan \beta = -3$, $A(0, 9)$.

הזווית שבין הישר AD לכיוון החיובי של ציר ה- x , $\angle ADC$, נתונה ע"ח הנוסחה: $m = \tan \alpha$.

$$\tan \beta = -3 \rightarrow m_{AD} = -3$$

על פי נקודת החיתוך עם ציר ה- y : $A(0, 9)$ ו- $m_{AD} = -3$, משוואת הישר AD היא $y = -3x + 9$.

תשובה: משוואת הישר AD היא $y = -3x + 9$.

$$\tan \angle CDA = -3 \rightarrow \angle CDA = 108.43^\circ \quad \text{ב.}$$

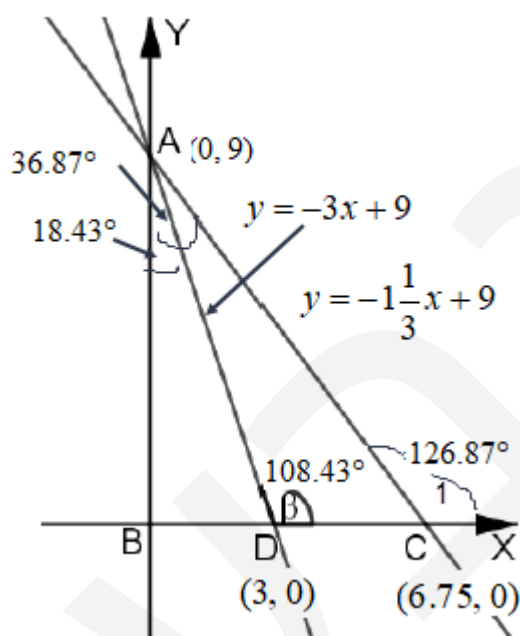
$\angle DAB = 18.43^\circ$ (זווית חיצונית ל- $\triangle DAB$ שווה לסכום שתי הזוויות הפנימיות שלא צמודות לה)

$$\angle BAC = 36.87^\circ \quad (\text{AD חוצה זווית BAC})$$

$\angle C_1 = 126.87^\circ$ (זווית חיצונית ל- $\triangle BAC$ שווה לסכום שתי הזוויות הפנימיות שלא צמודות לה)

$$(m = \tan \alpha) \quad m_{AC} = -1\frac{1}{3}$$

תשובה: משוואת הישר AC היא $y = -1\frac{1}{3}x + 9$.



ג. בנקודת החיתוך עם ציר ה- x מתקיים $y = 0$.

$$0 = -3x + 9 \rightarrow x = 3 \rightarrow D(3, 0)$$

$$0 = -1\frac{1}{3}x + 9 \rightarrow x = 6.75 \rightarrow C(6.75, 0)$$

$$DC = x_C - x_D = 6.75 - 3 \rightarrow DC = 3.75$$

$$S_{\triangle ADC} = \frac{DC \cdot BA}{2} = \frac{3.75 \cdot 9}{2} \rightarrow S_{\triangle ADC} = 16\frac{7}{8}$$

תשובה: שטח $\triangle ADC$ הוא $16\frac{7}{8}$.

א. בציור מוצג הגרף של הפונקציה $f(x) = \frac{4x+1}{ax^2-2x}$ (פרמטר a).

על פי הציור, לגרף יש אסימפטוטה אנכית $x=2$, כלומר המספר $x=2$ מאפס את המכנה (ולא את המונה).

לכן: $a \cdot 2^2 - 2 \cdot 2 = 0$ ומכאן ש- $4a = 4$ ו- $a = 1$.

תשובה: $a = 1$.

ב. נציב $a = 1$ והפונקציה היא $f(x) = \frac{4x+1}{x^2-2x}$.

בתחום ההגדרה המכנה אינו מתאפס, ולכן $x^2 - 2x \neq 0$ ו- $x \neq 0$, $x \neq 2$.

תשובה: $x \neq 2$, $x \neq 0$.

ג. נמצא תחומי עלייה וירידה של $f(x)$.

$$f'(x) = \frac{4(x^2 - 2x) - (4x + 1)(2x - 2)}{(x^2 - 2x)^2}$$

$$f'(x) = \frac{4x^2 - 8x - (8x^2 - 8x + 2x - 2)}{(x^2 - 2x)^2}$$

$$f'(x) = \frac{4x^2 - 8x - 8x^2 + 8x - 2x + 2}{(x^2 - 2x)^2}$$

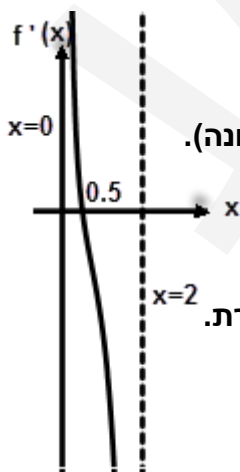
$$f'(x) = \frac{-4x^2 - 2x + 2}{(x^2 - 2x)^2}$$

$$0 = -4x^2 - 2x + 2$$

$$x = -1, x = \frac{1}{2}$$

נרשום תחומי עלייה וירידה על פי הגרף הנתון.

תשובה: עלייה - $0 < x < \frac{1}{2}$ או $-1 < x < 0$, ירידה - $x > 2$ או $\frac{1}{2} < x < 2$ או $x < -1$.



ד. מצאנו כי $f'(x) = \frac{-4x^2 - 2x + 2}{(x^2 - 2x)^2}$.

(1) אסימפטוטות אנכיות: הישרים $x=0$, $x=2$ (מספרים אלה מאפסים מכנה ולא מונה).

אסימפטוטה אופקית: $y=0$ (חזקת מונה (2) קטנה מחזקת מכנה (4)).

תשובה: $y=0$, $x=0$, $x=2$.

(2) גרף מתאים בתחום $0 < x < 2$, על פי תחומי חיוביות ושליליות של פונקציית הנגזרת.

חיוביות בעלייה של $f(x)$ - $0 < x < \frac{1}{2}$, שליליות בירידה של $f(x)$ - $\frac{1}{2} < x < 2$.

תשובה: הגרף משמאל.

א. נתונה הפונקציה $g(x) = \frac{1}{x^2}$.

(1) בתחום ההגדרה מכנה שונה מאפס. לכן, $x \neq 0$.

חזקת המונה (0) קטנה מחזקת המכנה (2), ולכן $\frac{1}{x^2} \rightarrow 0$ עבור $x \rightarrow \pm\infty$.

מכאן ש- $y=0$ אסימפטוטה אופקית.

אסימפטוטה אנכית: $x=0$ מאפס מכנה ולא מונה, לכן הישר $x=0$ אסימפטוטה אנכית.

תשובה: תחום ההגדרה: $x \neq 0$, האסימפטוטות המאונכות לצירים הן - $x=0, y=0$.

(2) נמצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

$$g'(x) = \frac{0 \cdot x^2 - 2x \cdot 1}{x^4}$$

$$g'(x) = \frac{-2x}{x^4}$$

מכנה הנגזרת חיובי.

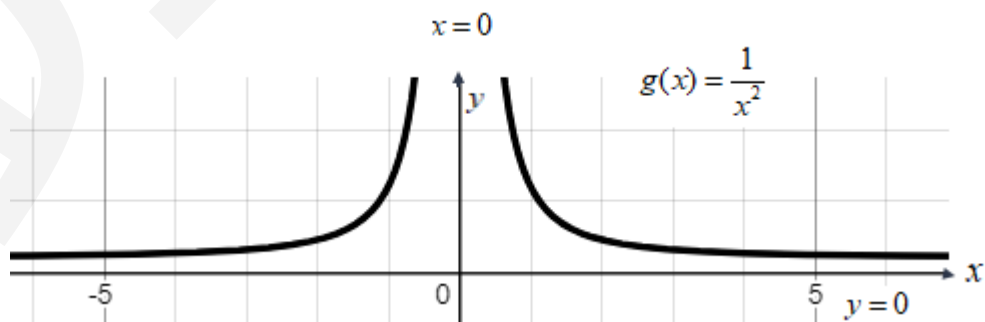
המונה מתאפס עבור $x=0$ שלא בתחום ההגדרה,

עבור $x=1$, נקבל $f'(1) = \frac{-2 \cdot 1}{+} < 0$, והפונקציה יורדת.

עבור $x=-1$, נקבל $f'(-1) = \frac{-2 \cdot (-1)}{+} > 0$, והפונקציה עולה.

תשובה: עלייה: $x < 0$, ירידה: $x > 0$.

(3) הסקיצה המתאימה:



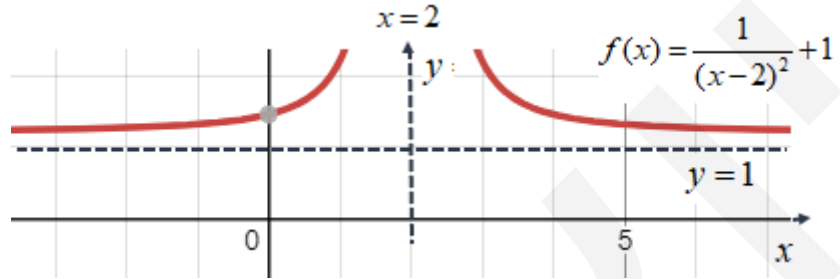
ב. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{1}{(x-2)^2} + 1$.

(1) $f(x)$ היא תזוזה אופקית 2 יחידות ימינה של $g(x)$, ולאחר מכן תזוזה אנכית 1 יחידה כלפי מעלה.

עקב התזוזה האנכית, תחום ההגדרה הוא $x \neq 2$, והישר $x=2$ הוא אסימפטוטה אנכית לגרף הפונקציה. עקב התזוזה האנכית, האסימפטוטה האופקית היא $y=1$.

תחומי עלייה וירידה גם זדים אופקית: $g'(x) = [f(x-2)+1]' = f'(x-2)$.

עלייה: $x < 2$, ירידה: $x > 2$.



תשובה: הסרטוט מעל.

ג. (1) העבירו משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x=1$.

$$f(1) = g(1-2) + 1 = \frac{1}{(-1)^2} + 1 = 2 \rightarrow (1, 2)$$

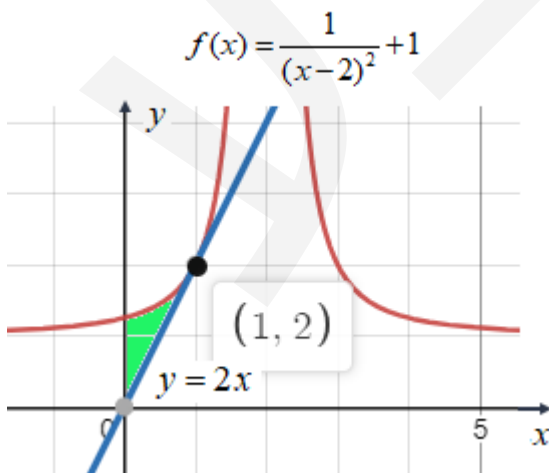
$$f'(1) = g'(1-2) = g'(-1) = -\frac{2 \cdot (-1)}{(-1)^2} = 2 \rightarrow m = 2$$

$$y - 2 = 2(x - 1) \rightarrow \boxed{y = 2x}$$

תשובה: משוואת המשיק היא $y = 2x$.

(2) ניתן לחשב גם שטח עם הפונקציה $g(x)$ ולהתחשב בהזזה,

אבל בחרתי לחשב לפי $f(x)$. נחשב את השטח הצבוע בירוק.



$$S = \int_0^1 \left(\frac{1}{(x-2)^2} + 1 - 2x \right) dx$$

$$S = \int_0^1 ((x-2)^{-2} + 1 - 2x) dx$$

$$S = \left[\frac{(x-2)^{-1}}{-1} + x - \frac{2x^2}{2} \right]_0^1 = \left[-\frac{1}{x-2} + x - x^2 \right]_0^1$$

$$x=1: 1$$

$$x=0: 0.5$$

$$\boxed{S = 1 - 0.5 = 0.5}$$

תשובה: השטח הוא 0.5 יח"ר.

בגרות פ פברואר 20 דוגמה 6 משרד החינוך שאלון 35471
 זהה לבגרות עה יולי 15 מועד קיץ ב שאלון 35804

א. הפונקציה שיש להביא לאקסיומט היא שטח המלבן ABCD.

כיוון שזו פונקציית שורש, יש יתרון לסמן במשתנה את שיעור ה- y .

נסמן ב- t את שיעור ה- y של הנקודה B, הנמצאת על גרף הפונקציה $f(x) = \sqrt{2x-4}$.

$$t = \sqrt{2x-4}$$

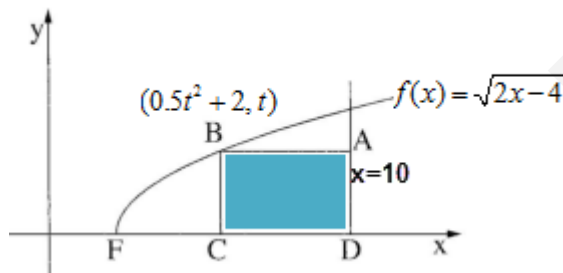
$$t^2 = 2x - 4$$

$$t^2 + 4 = 2x$$

$$0.5t^2 + 2 = x$$

בהתאם שיעורי הנקודה הם $B(0.5t^2 + 2, t)$.

אורך הצלע AB של המלבן ABCD, המקבילה לציר ה- x , הוא $x_A - x_B = 10 - (0.5t^2 + 2) = 8 - 0.5t^2$.



$$S(t) = t(8 - 0.5t^2)$$

$$S(x) = 8t - 0.5t^3$$

$$S'(x) = 8 - 1.5t^2$$

$$8 - 1.5t^2 = 0$$

$$t^2 = \frac{8}{1.5} \rightarrow t = \frac{4\sqrt{3}}{3} \approx 2.31$$

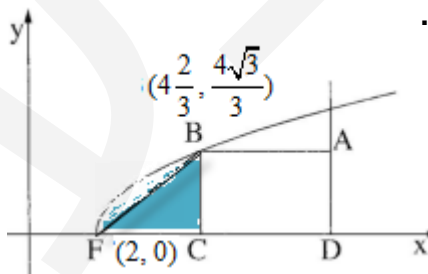
$$S''(t) = -3t < 0 \leftarrow (t > 0) \rightarrow \text{Max}$$

$$x_B = 0.5 \cdot \frac{8}{1.5} + 2 = 4\frac{2}{3} \rightarrow B(4\frac{2}{3}, \frac{4\sqrt{3}}{3})$$

תשובה: שיעורי הנקודה $B(4\frac{2}{3}, \frac{4\sqrt{3}}{3})$, עבורם שטח המלבן ABCD יהיה מקסימלי.

ב. גרף הפונקציה $f(x) = \sqrt{2x-4}$ חותך את ציר ה- x בנקודה F, כלומר $y_F = 0$.

$0 = \sqrt{2x-4}$, ומכאן ש- $2x-4=0$ ושיעורי הנקודה $F(2, 0)$.



$$S_{\Delta BFC} = \frac{FC \cdot BC}{2} = \frac{(4\frac{2}{3} - 2) \cdot (\frac{4\sqrt{3}}{3} - 0)}{2} = \frac{16\sqrt{3}}{9} \approx 3.079$$

תשובה: $S_{\Delta BFC}$, כאשר שטח ABCD מקסימלי, הוא $\frac{16\sqrt{3}}{9} \approx 3.079$.