יואל גבע
לא מתפשרים.

מבחן לדוגמה 1, שאלון 35372
מועד קיץ תשפ"א

מורים יקרים,
להלן פתרון בחינת בגרות לדוגמה מהתוכנית החדשה.

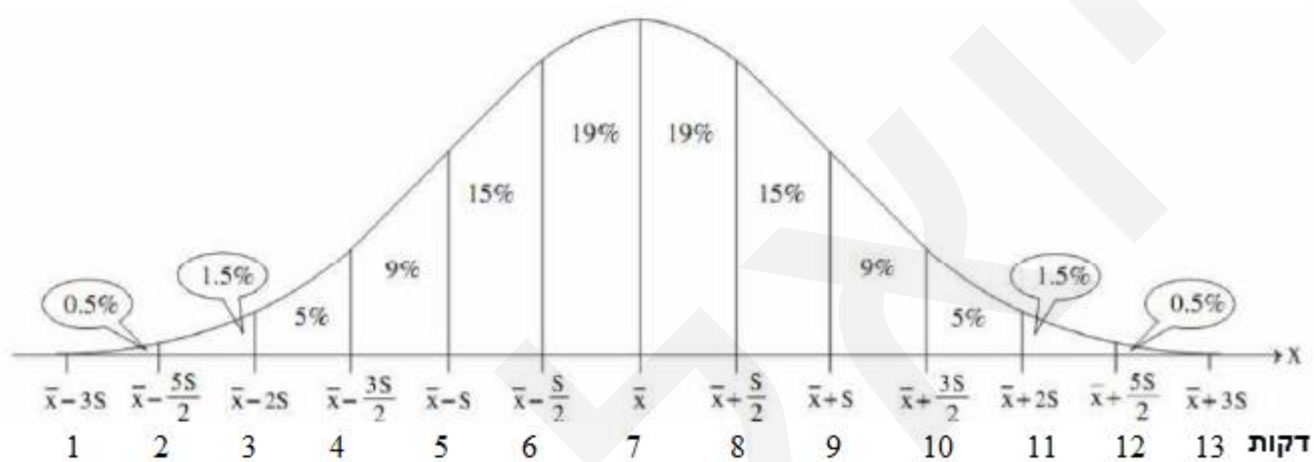
תודה מיוחדת למר עפר ילין על כתיבת הפתרונות ועריכת קובץ זה.

א. נתון: 2 **דקות** $s=$ 7 **דקות** $\bar{x}=$.

נעלה על גרף ההתפלגות הנורמלית את זמני ההמתנה לאוטובוס,

בהתאם למרחק שלהם בסטיות תקן מהממוצע.

כיוון שסטיית התקן היא 2 **דקות הרי שחצי סטיית תקן היא** 1 **דקה** $=\frac{2}{2}$ **.**



זמן ההמתנה של 5 **דקות נמצא במרחק סטיית תקן אחת מתחת לממוצע.**

אחוז השטח מעל לנתון זה הוא $15\%+19\%+19\%+15\%+9\%+5\%+1.5\%+0.5\%=84\%$**,**

או $100\%-9\%-5\%-1.5\%-0.5\%=84\%$**.**

ההסברות המתאימה היא $0.84=\frac{84}{100}=84\%$ **.**

תשובה: ההסתברות, שהנובע ימתין לאוטובוס יותר מ- 5 **דקות, היא** 0.84 **.**

ב. זמן ההמתנה של 8 **דקות נמצא במרחק חצי סטיית תקן מעל לממוצע.**

אחוז השטח מתחת לנתון זה הוא $0.5\%+1.5\%+5\%+9\%+15\%+19\%+19\%=69\%$ **,**

או $50\%+19\%=69\%$ **.**

ההסברות המתאימה היא $0.69=\frac{69}{100}=69\%$ **.**

תשובה: ההסתברות, שנוסע ימתין לאוטובוס פחות מ- 8 **דקות, היא** 0.69 **.**

ג. זמן ההמתנה של 4 **ד' נמצא במרחק** 1.5 **סטיות תקן מתחת לממוצע, ושל** 9 **ד' במרחק סטיית תקן מעל לממוצע.**

אחוז השטח ביניהם הוא $9\%+15\%+19\%+19\%+15\%=77\%$ **, וההסברות המתאימה היא** $0.77=\frac{77}{100}=77\%$ **.**

תשובה: ההסתברות, שנוסע ימתין לאוטובוס בין 4 **דקות ל-** 9 **דקות, היא** 0.77 **.**

ד. (1) זמן המתנה של 4 ד' נמצא במרחק 1.5 סטיות תקן מתחת לממוצע.

אחוז השטח מתחת לנתון זה הוא $0.5\%+1.5\%+5\%=7\%$.

(2) זמן המתנה של 10 ד' נמצא במרחק 1.5 סטיות תקן מעל לממוצע.

אחוז השטח מעל לנתון זה הוא $5\%+1.5\%+0.5\%=7\%$.

מכאן ששני השטחים זהים בשטחם וההסתברויות שוות.

ניתן היה גם לומר מלכתחילה, שכיוון ששני הנתונים נמצאים במרחק שווה מהממוצע,
אז השטחים מימין ל- 10 דקות ומשמאל ל- 4 דקות
שווים, עקב הסימטריות של פעמון ההתפלגות הנורמלית.

תשובה: ההסתברות שנוסע ימתין לאוטובוס פחות מ- 4 דקות
שווה להסתברות שהנוסע ימתין לאוטובוס יותר מ- 10 דקות.

א. נסמן ב- x את השטח (בדונמים) לגידול מלפפונים וב- y את השטח (בדונמים) לגידול פלפלים.

נוסיף סימונים אלו לטבלה,

בתוספת שורה המבטאת את אופן ניצול המכונות, ושורה נוספת המבטאת את מקסימום ניצול המשאב.

	מים	ימי עבודה
x - דונם *מלפפונים*	100 מ"ק	12 ימי עבודה
y - דונם פלפלים	60 מ"ק	36 ימי עבודה
ניצול המשאב	$100x+60y$	$12x+36y$
מקסימום ניצול	800 מ"ק מים	312 ימי עבודה

נרשום את אי השוויונות (מערכת האילוצים), הנובעת הן ממגבלות המשאבים

והן מהעובדה שהשטח (בדונמים), לגידול כל סוג של ירק, אינו שלילי.

תשובה: מערכת האילוצים היא:

$$100x+60y\le 800$$
$$12x+36y\le 312$$
$$x\ge 0$$
$$y\ge 0$$

פונקציית המטרה היא: $f(x,y)=1000x+1500y$ **(שקלים).**

ב. נסרטט את מערכת האילוצים במערכת צירים.

נבנה טבלת ערכים עבור $100x+60y=800$ **לצורך סרטוט הישר**

x	0	8
y	$13\frac{1}{3}$	0

נציב $(0,0)$ **במקום** (x,y) **ונקבל** $0\le 800$, **ולכן** $(0,0)$ **בתחום האפשרי.**

נבנה טבלת ערכים עבור $12x+36y\le 312$**, לצורך סרטוט הישר.**

x	0	26
y	$8\frac{2}{3}$	0

נציב $(0,0)$ **במקום** (x,y) **ונקבל** $0\le 312$**, ולכן** $(0,0)$ **בתחום האפשרי.**

הישר $x=0$ הוא ציר ה- y, כאשר התחום האפשרי עבור $x \ge 0$ הוא מימין לישר.

הישר $y=0$ הוא ציר ה- x, כאשר התחום האפשרי עבור $y \ge 0$ הוא מעל ציר ה- x.

נמצא את נקודת החיתוך בין שני הישרים, שאינם הצירים.

$$\begin{cases} 100x+60y=800 & /:10 \\ 12x+36y=312 & /:12 \end{cases}$$

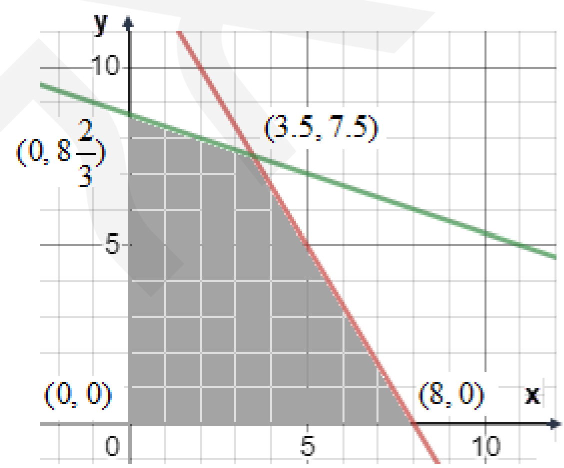
$$\begin{cases} 10x+6y=80 & /:10 \\ x+3y=26 & \rightarrow \boxed{x=26-3y} \end{cases}$$

$$100(26-3y)+60y=800$$

$$2600-300y+60y=800$$

$$-240y=-1800 \quad /:(-240)$$

$$\left.\begin{array}{l} y=7.5 \\ x=26-37.5=3.5 \end{array}\right\} \boxed{(3.5,\,7.5)}$$



ג. נבנה טבלה שתסייע במענה לשאלה – מתי הרווח הוא הגדול ביותר (מקסימלי)

כאשר פונקציית המטרה היא: $f(x,y)=1000x+1500y$ (שקלים)

$f(x,y)=1000x+1500y$ (שקלים)	
$f(8,0)=1000\cdot 8+1500\cdot 0=8{,}000$	$(8,0)$
$f(3.5,7.5)=1000\cdot 3.5+1500\cdot 7.5=14{,}750$	$(3.5,\,7.5)$
$f(0,8\frac{2}{3})=1000\cdot 0+1500\cdot 8\frac{2}{3}=13{,}000$	$(0,8\frac{2}{3})$
$f(0,0)=1000\cdot 0+1500\cdot 0=0$	$(0,0)$

הערך המקסימלי של פונקציית המטרה הוא $14{,}750$ שקלים והוא מתקבל בנקודה $(3.5,\,7.5)$.

תשובה: החקלאי צריך לגדל מלפפונים ב- 3.5 דונם, ופלפלים ב- 7.5 דונם, כדי להשיג רווח מקסימלי.

ד. תשובה: הרווח המקסימלי הוא $14{,}750$ שקלים.

א. נסמן ב- x את הכמות, בק"ג, של המוצר הראשון, וב- y את הכמות, בק"ג, של המוצר השני.

נוסיף סימונים אלו לטבלה, בתוספת שורה המבטאת את מקסימום הזמן שניתן לנצל את המכונות.

	M_1	M_2	M_3
x - **מוצר א**	1 **שעה**	3 **שעות**	4 **שעות**
y - **מוצר ב**	1 **שעה**	1 **שעה**	10 **שעות**
אילוץ	**עד** 14	**עד** 30	**עד** 125

נרשום את מערכת האילוצים, הנובעת הן ממגבלות אלו,

והן מהעובדה שכמות המוצרים המיוצרת, מכל סוג, אינה שלילית.

$$x+y\le 14$$
$$3x+y\le 30$$
$$4x+10y\le 125$$
$$x,y\ge 0$$

ב. בנקודה $(2.5,11.5)$ יש רווח מקסימלי, על פי הנתון.

נציב שיעורי הנקודה בכל אחד מהאילוצים.

מכונה M_1 : $x+y\le 14 \rightarrow 2.5+11.5\le 14 \rightarrow 14\le 14$

אילוץ זה נוצל עד תום – המכונה עובדת בכל 14 **השעות האפשריות.**

מכונה M_2 : $3x+y\le 30 \rightarrow 3\cdot 2.5+11.5\le 30 \rightarrow 19\le 30$

ולכן מכונה זו לא מנוצלת עד תום. נותרו 11 **שעות, שבהן המכונה מושבתת.**

מכונה M_3 : $4x+10y\le 125 \rightarrow 4\cdot 2.5+10\cdot 11.5\le 125 \rightarrow 125\le 125$

אילוץ זה נוצל עד תום – המכונה עובדת בכל 125 **השעות האפשריות.**

תשובה: המכונה M_2 **לא נוצלה עד תום, כאשר מתקבל רווח מקסימלי.**

א. הצלע $DC \equiv y=-x+3$ **חותכת את ציר ה-** y **בנקודה** C **, בה מתקיים** $x=0$ **.**

$$y_C=-0+3$$
$$y_C=3 \quad \rightarrow \boxed{C(0,3)}$$

נמצא את שיעורי הקודקוד D **, נקודת החיתוך של הצלע** $AD \equiv y=\frac{1}{2}x+6$ **עם הצלע** DC **.**

$$\begin{cases} y=\frac{1}{2}x+6 \\ y=-x+3 \end{cases}$$
$$\frac{1}{2}x+6=-x+3$$
$$1\frac{1}{2}x=-3 \quad /:1\frac{1}{2}$$
$$x=-2 \quad y=-(-2)+3=5 \quad \rightarrow \boxed{D(-2,5)}$$

תשובה: $C(0,3)$ **,** $D(-2,5)$ **.**

ב. נמצא את משוואת הצלע BC **.**

$m_{BC}=m_{AD}=\frac{1}{2}$ **, כי צלעות נגדיות מקבילות במקבילית.**

נמצא את משוואת הצלע BC **, עם השיפוע** $m_{BC}=\frac{1}{2}$ **והקודקוד** $C(0,3)$ **.**

$$y-3=\frac{1}{2}(x-0)$$
$$\boxed{y=\frac{1}{2}x+3}$$

תשובה: משוואת הישר, שעליו מונחת הצלע BC **, היא** $y=\frac{1}{2}x+3$ **.**

ג. על פי הנתון האלכסון BD **מקביל לציר ה-** x **, ולכן** $y_D=y_B=5$ **.**

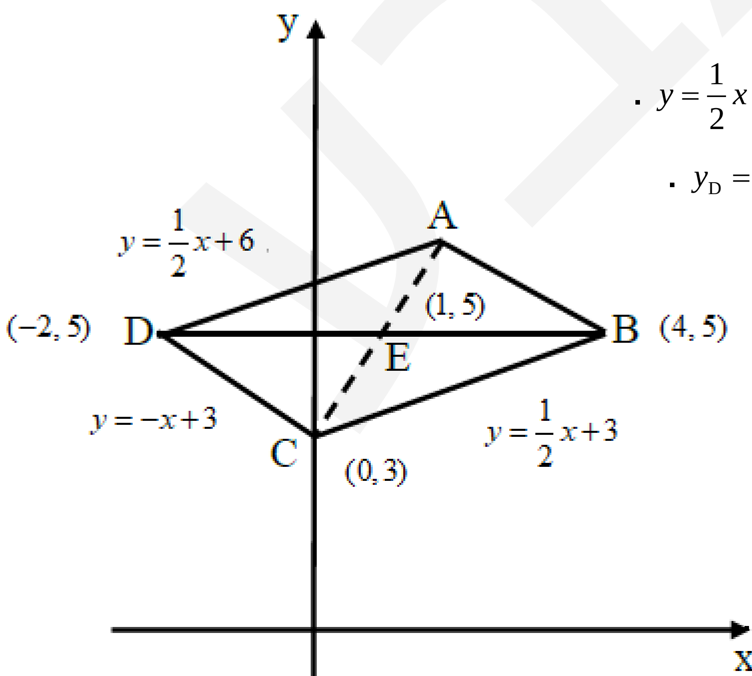
נציב $y=5$ **במשוואת הצלע** BC **.**

$$5=\frac{1}{2}x+3$$
$$2=\frac{1}{2}x \quad /:(\frac{1}{2})$$
$$4=x \quad \rightarrow \boxed{B(4,5)}$$

ד. במקבילית האלכסונים חוצים זה את זה.

$$x_E=\frac{x_D+x_B}{2}=\frac{-2+4}{2}=\frac{2}{2}=1 \ , \ y_E=y_B=5 \ .$$

תשובה: שיעורי נקודת המפגש של האלכסונים הם $E(1,5)$



א. מיכל המים בנוי בצורת תיבה, שממדיה הם $70\times$ ס"מ $80\times$ ס"מ 50 ס"מ.

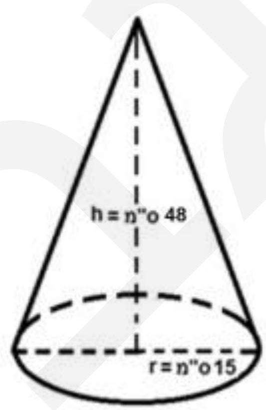
נפח תיבה, שמקצועות הבסיס שלה הן a ו- b והמקצוע הצדדי שלה הוא c , הוא $V=a\cdot b\cdot c$.

נפח מיכל המים הוא: $V=50\cdot 80\cdot 70=$ $280{,}000$ **סמ"ק** .

בכל מ"ק יש $1{,}000{,}000$ סמ"ק, לכן ניתן לומר שהנפח הוא גם 0.28 מ"ק $=\dfrac{280{,}000}{1{,}000{,}000}$.

תשובה: נפח מיכל המים הוא $280{,}000$ סמ"ק (0.28 מ"ק).

ב. ממלאים את המיכל באמצעות דלי שצורתו חרוט, שרדיוסו 15 ס"מ וגובהו 48 ס"מ .



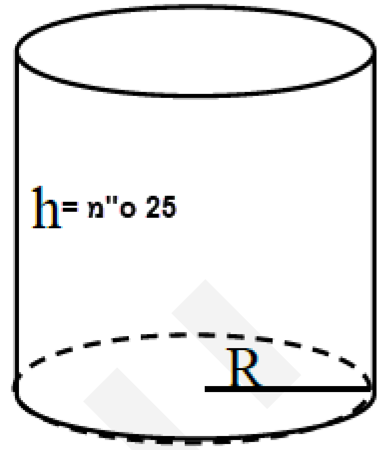
נפח חרוט, שרדיוסו R וגובהו h , הוא $V=\dfrac{\pi\cdot R^2\cdot h}{3}$.

נפח החרוט הוא: $V=\dfrac{\pi\cdot 15^2\cdot 48}{3}=3{,}600\pi\approx$ $11{,}310$ **סמ"ק** .

מספר הדליים הנדרש הוא $\dfrac{280{,}000}{11{,}310}=24.76$.

תשובה: דרושים 25 דליים מלאים בצורת חרוט, בערך, על-מנת למלא את מיכל המים שבנוי בצורת תיבה.

ג. ממלאים את המיכל באמצעות דלי שצורתו גליל, שגובהו 25 ס"מ ונפחו (כנפח החרוט) גם $11,310$ סמ"ק.



נפח גליל, שרדיוסו R וגובהו h , הוא $V = \pi \cdot R^2 \cdot h$.

$$11,310 = \pi \cdot R^2 \cdot 25 \quad / : 25\pi$$

$$144 = R^2$$

$$\sqrt{144} = R$$

$R =$ **ס"מ** 12

תשובה: רדיוס בסיס הגליל צריך להיות 12 ס"מ.

ד. נפח גליל, שרדיוסו R וגובהו h , הוא $V = \pi \cdot R^2$.

אם רדיוס הגליל יגדל פי 2 , אז הנפח יגדל פי 4 = 2^2 .

תשובה: נפח הדלי, שצורתו גליל, יגדל פי 4, אם נגדיל את הרדיוס שלו פי 2 (ללא שינוי בגובה).

א. הסברים למבטים השונים ולתרשים המספרי

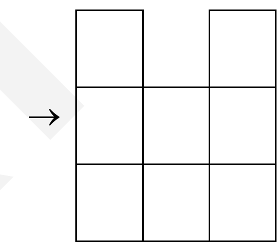
<u>דגם ראשון</u>

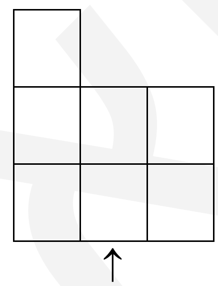
תרשים מספרי: בהתאם למספר הקוביות, בכל שורה וטור, כפי שרואים בתרשים הדגם.

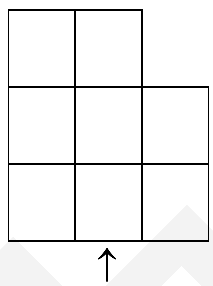
מבט מימין: בטור הימני רואים 3 קוביות, באמצעי 2 קוביות ובשמאלי 3 קוביות.

מבט מלפנים: בטור הימני רואים 2 קוביות, באמצעי 2 קוביות ובשמאלי 3 קוביות.

מבט מלמעלה (תרשים בסיס): בשורה הראשונה 3 קוביות מלמטה, באמצעית 3 ובאחרונה 2 קוביות משמאל.

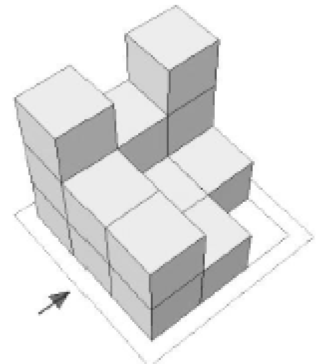

מבט מימין


מבט מלפנים


מבט מלמעלה

3	1	
2	1	1
3	2	2

↑
תרשים מספרי



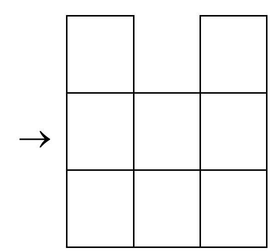
<u>דגם שני</u>

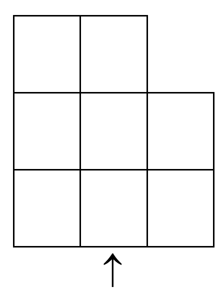
תרשים מספרי: בהתאם למספר הקוביות, בכל שורה וטור, כפי שרואים בתרשים הדגם.

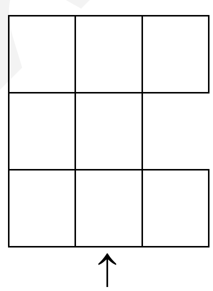
מבט מימין: בטור הימני רואים 3 קוביות, באמצעי 2 קוביות ובשמאלי 3 קוביות.

מבט מלפנים: בטור הימני רואים 2 קוביות, באמצעי 3 קוביות ובשמאלי 3 קוביות .

מבט מלמעלה (תרשים בסיס): בשורה הראשונה רואים 3 קוביות מלמטה, באמצעית 2 משמאל, ובאחרונה 3 .

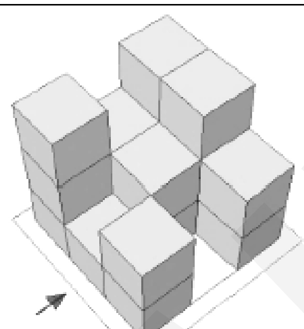

מבט מימין


מבט מלפנים


מבט מלמעלה

3	3	2
2	2	
3	1	2

↑
תרשים מספרי



ב. (1) נסכם את מספר הקוביות מהדגם השני, או מהתרשים המספרי: $3+1+2+2+2+3+3+2=18$

תשובה: במבנה יש 18 דירות / קוביות.

(2) יש לדאוג שלא תתווסף קומה שלא הייתה קודם, מאחד המבטים.

הוספנו קוביה / דירה בשורה הראשונה באמצע.

כך נשארות 3 קוביות משמאל ממבט מימין,

3 קוביות באמצע ממבט מלפנים, ואין שינוי בקוביות שלמטה (בבסיס).

תשובה: משמאל, הוספנו קוביה / דירה בשורה הראשונה באמצע.

3	3	2
2	2	
3	2	2

↑