

תוכנית חדשה

מתמטיקה 4 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעה וארבעים וחמש דקות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

- פרק ראשון – גאומטריה במרחב, סטטיסטיקה
פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
- $33\frac{1}{3} \times 1 - 33\frac{1}{3}$ נקודות
– $66\frac{2}{3} \times 2 - 33\frac{1}{3}$ נקודות
סך הכול – 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

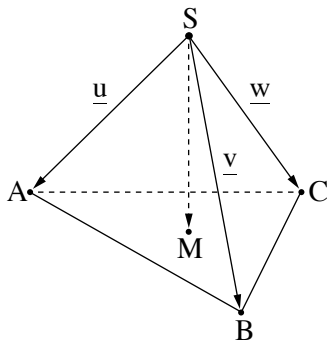
השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – גאומטריה במרחב, סטטיסטיקה (33 נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 1-2.

שים לב: אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



1. נתונה פירמידה ישרה SABC שבסיסה משולש ABC (ראה סרטוט).

אורך המקצוע הצדדי של הפירמידה הוא 3.

נתון: $\angle ASB = \angle BSC = \angle ASC = 30^\circ$.

נסמן: $\vec{SA} = \underline{u}$, $\vec{SB} = \underline{v}$, $\vec{SC} = \underline{w}$.

הנקודה M נמצאת במישור ABC.

ידוע כי $\vec{SM} = \frac{1}{3}\underline{u} + \frac{1}{3}\underline{v} + \frac{1}{3}\underline{w}$.

א. חשב את המכפלות הסקלריות:

$$\underline{u} \cdot \underline{w}, \underline{v} \cdot \underline{w}, \underline{u} \cdot \underline{v}$$

ב. (1) הבע את הווקטורים \vec{AB} ו- \vec{AC} באמצעות \underline{u} , \underline{v} ו- \underline{w} .

(2) חשב את אורכי הווקטורים \vec{AB} ו- \vec{AC} .

(3) מצא את גודל הזווית BAC.

ג. הראה כי \vec{SM} מאונך למישור ABC.

נסמן: $|\vec{SM}| = m$.

ד. הבע את נפח הפירמידה SABC באמצעות m.

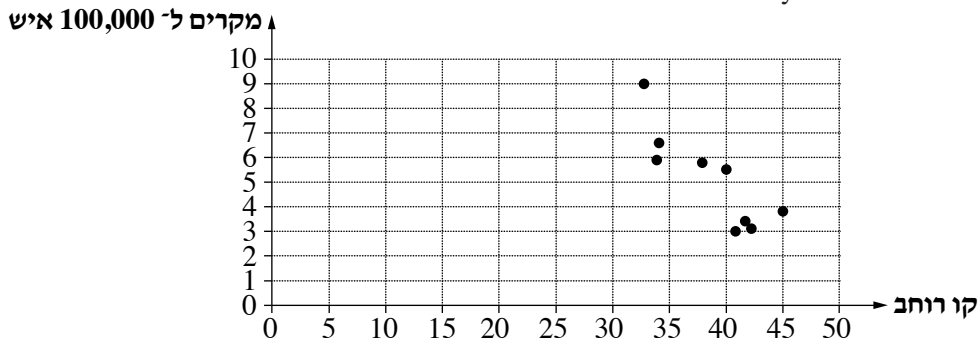
2. חוקרים בדקו אם יש קשר בין קו הרוחב שבו נמצא אזור מסוים ובין שיעור מקרי סרטן העור (מלנומה) באוכלוסייה באותו אזור. המחקר נערך בתשעה אזורים שונים בארצות הברית, במשך שלוש שנים. בכל אחד מן האזורים נבדקו 100,000 תושבים. נתוני המחקר מוצגים בטבלה שלפניך.

קו רוחב – x	שיעור מקרי המלנומה – y (מקרים ל-100,000)
32.8	9
33.9	5.9
34.1	6.6
37.9	5.8
40.0	5.5
40.8	3.0
41.7	3.4
42.2	3.1
45.0	3.8
$\bar{x} = 38.71$	$\bar{y} = 5.12$
$s_x = 4.04$	s_y

ממוצע
סטיית תקן

א. הראה כי סטיית התקן של שיעור מקרי המלנומה היא $s_y = 1.88$.

לפניך דיאגרמת הפיזור של y כתלות ב- x.



ב. אחד מבין מקדמי המתאם (1)–(4) שלפניך מייצג את הקשר בין הנתונים. קבע איזה מהם מייצג את הקשר, ונמק את קביעתך.

(1) $r = 1$

(2) $r = -0.857$

(3) $r = 0.651$

(4) $r = -1$

ג. מצא את משוואת קו הרגרסיה לניבוי מקרי המלנומה y על פי קו הרוחב x.

ד. מהו הניבוי לשיעור מקרי המלנומה y בקו רוחב 36?

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי**של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות** ($\frac{2}{3}$ נקודות) 66

ענה על שתיים מן השאלות 3–5 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3. בתחילת שנת 2020 התגלה נגיף ביישוב מסוים. מספר החולים ביישוב עלה בקצב מעריכי קבוע. כשהתגלה הנגיף היו ביישוב 104 חולים בנגיף, וכעבור חמישה חודשים היו ביישוב 200 חולים בנגיף. ביום שבו אובחנו ביישוב 200 חולים בנגיף, חוסנה כל האוכלוסייה ביישוב נגד אותו הנגיף. מאותו יום, ירד מספר החולים בנגיף ביישוב בקצב מעריכי קבוע. אחרי 3 חודשים ממתן החיסון, היה מספר החולים בנגיף ביישוב 40% ממספרם לפני מתן החיסון.
- א. מזמן גילוי הנגיף ועד למתן החיסון לאוכלוסיית היישוב, פי כמה עלה מספר החולים בנגיף בכל חודש?
- ב. מצא את האחוז הקבוע שבו ירד מספר החולים בנגיף ביישוב בכל חודש מאז מתן החיסון.
- ג. (1) כמה חודשים עברו מזמן גילוי הנגיף ועד היום שבו אובחנו 20 חולים בלבד בנגיף?
- (2) אם האוכלוסייה ביישוב לא הייתה מתחסנת, וקצב העלייה במספר החולים לא היה משתנה, מה היה בערך מספר החולים ביישוב באותה תקופת זמן שמצאת בתת-סעיף ג(1)?

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{8}{e^x} + \frac{e^x}{2} + c$, c הוא פרמטר.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. נתון כי גרף הפונקציה $f(x)$ עובר דרך ראשית הצירים. מצא את c .
- הצב בפונקציה $f(x)$ את הערך של c שמצאת בסעיף ב, וענה על הסעיפים ג–ו.
- ג. מצא את שיעורי נקודת החיתוך הנוספת של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .
- ד. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.
- ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- נסמן ב- S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, ועל ידי ציר ה- x .
- נסמן ב- S_1 את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $-f(x)$, ועל ידי ציר ה- x .
- נסמן ב- S_2 את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $2 \cdot f(x)$, ועל ידי ציר ה- x .
- ו. בעבור כל אחד מן השטחים S_1 ו- S_2 קבע אם הוא גדול מ- S , קטן ממנו או שווה לו. נמק את קביעותיך.

5. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{\ln(x+1)}{x+1}$.

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. (2) מצא את האסימפטוטה המאונכת לציר ה- x של הפונקציה $f(x)$.
- ג. מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .
- ד. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.
- ה. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- ו. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ז. מצא את התחום שבעבורו מתקיים $f(x) \cdot f'(x) > 0$.

בהצלחה!