

פתרון הבחינה

במתמטיקה

חורף תשפ"ב, 2022, שאלון: 35481

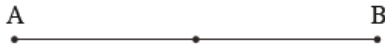
מוגש ע"י צוות מורי המתמטיקה של "יואל גבע"

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



1. אורי ודוד רצו לאורך מסלול ישר AB. כל אחד מהם רץ במהירות קבועה.



ביום ראשון הם התחילו לרוץ יחד מאמצע המסלול AB:

אורי רץ מאמצע המסלול לנקודה B, ואילו דוד רץ מאמצע המסלול לנקודה A.
אורי הגיע לנקודה B אחרי 40 דקות, ודוד הגיע לנקודה A אחרי שעה.
נסמן ב-x את המהירות של דוד (בקמ"ש).

א. הבע את המהירות של אורי באמצעות x.



ביום שני הם התחילו לרוץ יחד מנקודה C הנמצאת על המסלול AB:

אורי רץ מן הנקודה C לנקודה B, ואילו דוד רץ מן הנקודה C לנקודה A.
אורך AC הוא 4.5 ק"מ.

אורי הגיע לנקודה B חצי שעה אחרי שדוד הגיע לנקודה A.
כל אחד מהם רץ באותה המהירות שבה הוא רץ ביום ראשון.

ג. מצא את אורך המסלול AB.

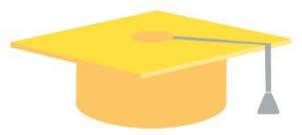
S	V	t	
X	$\frac{X}{2/3}$	$\frac{2}{3}$	אורי
X	X	1	313

פתרון: (א)

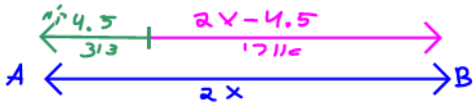
מהירותו של אורי היא x קמ"ש
נחשב את המרחק שצב צב
במרחק שעה אחת: $x = 10 - x$

כלומר, צב צב x קמ"ש, וכיוון שכל אחד צב צב x קמ"ש, $AB = 2x$ קמ"ש
המרחק בין A ל-B הוא $40 - x$ קמ"ש
נחיר פשוט את זמן הריצה של אורי: $\frac{40}{60} = \frac{2}{3}$ שעות

כך נבטא את מהירותו של אורי: $\frac{x}{2/3} = 1.5x$ קמ"ש



המשק פתרון שאלה 1



נבטא בזכירת x אורח הארצון
שאנוכי רש: $2x-4.5$
נבנה משוואת שמיניס:

$$\frac{2x-4.5}{1.5x} = \frac{1}{2} + \frac{4.5}{x}$$

$$\frac{2x-4.5}{1.5x} = \frac{x+9}{2x}$$

$$2(2x-4.5) = 1.5(x+9)$$

$$4x-9 = 1.5x+13.5$$

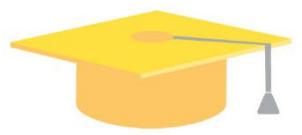
$$2.5x = 22.5$$

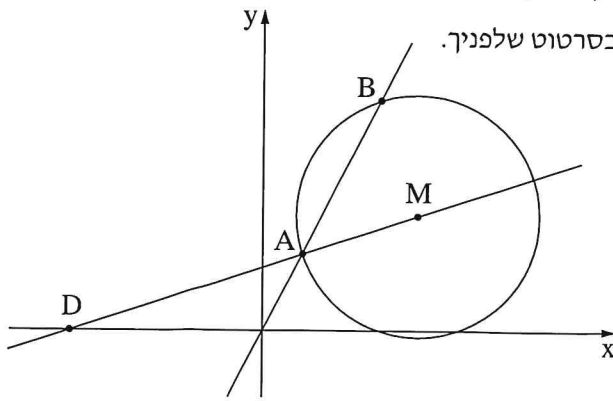
$$x = 9$$

אורך המסלול כולו:

$$AB = 2x = 2 \cdot 9 = 18 \text{ ק"מ}$$

S	V	t	
$2x-4.5$	$1.5x$	$\frac{2x-4.5}{1.5x}$	אלרי
4.5	x	$\frac{4.5}{x}$	3/3





2. הנקודה M היא מרכז המעגל שמשוואתו $(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 10$.

הישר $y = 2x$ חותך את המעגל בנקודות A ו-B, כמתואר בסרטוט שלפניך.

א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.

הישר AM חותך את ציר ה-x בנקודה D (ראה סרטוט).

ב. מצא את שיעורי הנקודה D.

ג. הוכח כי BM מאונך ל-DM.

ד. האם הישר DB משיק למעגל? נמק.

ה. חשב את שטח המשולש ABD.

פתרון

A - 1 B הן עונת המעגל על הקו ישר.

$$\begin{cases} I & (x-4)^2 + (y-3)^2 = 10 \\ II & y = 2x \end{cases}$$

$$I \quad (x-4)^2 + (2x-3)^2 = 10$$

$$x^2 - 8x + 16 + 4x^2 - 12x + 9 = 10$$

$$x^2 - 8x + 16 + 4x^2 - 12x + 9 - 10 = 0$$

$$5x^2 - 20x + 15 = 0$$

$$x_1 = 3$$

$$x_2 = 1$$

$$y = 2x$$

$$x = 3 \rightarrow y = 2 \cdot 3 = 6$$

$$(3, 6)$$

$$x = 1 \rightarrow y = 2 \cdot 1 = 2$$

$$(1, 2)$$



$A(1, 2)$; $B(3, 6)$

$(x-4)^2 + (y-3)^2 = 10$.?

!!

$m(4, 3)$

נעזר בנקודה A ונקודה m וניסו

$A(1, 2)$; $m(4, 3)$

$m(AM) = \frac{3-2}{4-1} = \frac{1}{3}$

$m = \frac{1}{3}$

נעזר

$\frac{A(1, 2)}$

$y-2 = \frac{1}{3}(x-1)$

$y = \frac{1}{3}x + 1\frac{2}{3}$

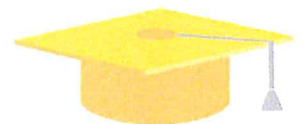
נקודת Δ הינה נקודה הנמצאת על הישר AM אז x ו- y .

$y = \frac{1}{3}x + 1\frac{2}{3}$

$y=0 \rightarrow 0 = \frac{1}{3}x + 1\frac{2}{3}$

$-\frac{1}{3}x = 1\frac{2}{3} \quad | : (-\frac{1}{3})$

$x = -5$



$$D(-5, 1)$$

ג. נתון גרף שני ישרים m_1 ו- m_2 .

$$B(3, 6), m(1, 3)$$

$$m(m_1) = \frac{3-6}{4-3} = \frac{-3}{1} = -3$$

הישר m_2 קטן 90° ביחס ל- m_1 .
 $m(m_2) = \frac{1}{3}$

$$m(m_1) \cdot m(m_2) =$$

$$= (-3) \cdot \frac{1}{3} = -1$$

\Downarrow

$$m_1 \perp m_2$$

(יש לזכור: הישרים m_1 ו- m_2 ישרים שונים, אינם הישרים
 מאונכים זה לזה.)



3. נמצא את שינוע BM .

$$D(-5, 0), B(3, 6)$$

$$m(DB) = \frac{6-0}{3+5} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

$$m(BM) = -3 \quad \text{כי נכונות: } m(BM) = -\frac{1}{m(DB)}$$

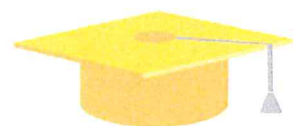
נכונות זווית שווה למנוחה השינוע: $m(DB) \cdot m(BM)$

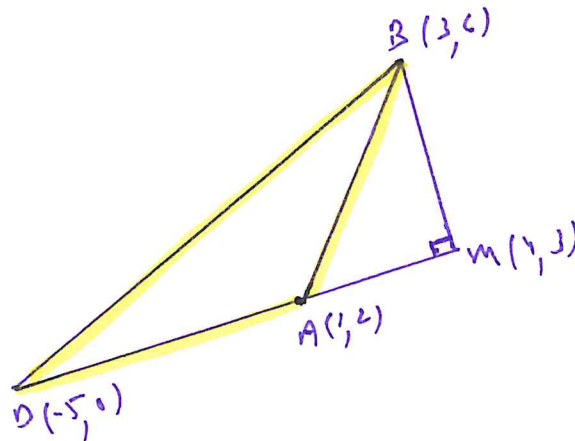
$$m(DB) \cdot m(BM) =$$

$$= \frac{3}{4} \cdot (-3) = -2\frac{1}{4}$$

נכונות שנוחה השינוע שונה מה-1 ($-2\frac{1}{4} \neq -1$)

לכן BM אינו אנך ל- DB .





$$S_{ABD} = \frac{AD \cdot BM}{2}$$

נרמקו את הנתון ונחשב את AD. נרמקו את הנתון ונחשב את AD.

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$AD \rightarrow d = \sqrt{(-5-1)^2 + (0-2)^2}$$

$$d = \sqrt{36+4}$$

$$d = \sqrt{40}$$

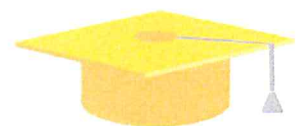
⇓

$$AD = \sqrt{40}$$

נשים לב כי BM הינו וניסו להגות.

$$(x-4)^2 + (y-3)^2 = 10$$

$$\begin{aligned} R^2 &= 10 \\ R &= \sqrt{10} \end{aligned}$$



$$. \quad \beta^m = \sqrt{10} \quad \text{ולכן}$$

$$S_{ABD} = \frac{AD \cdot \beta^m}{2}$$

↓

$$S_{ABD} = \frac{\sqrt{40} \cdot \sqrt{10}}{2}$$

$$S_{ABD} = 10$$

נמידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



3. במרכז הקהילתי יש שני חוגים בלבד: חוג כדורגל וחוג טניס. אפשר להשתתף בחוג **אחד בלבד** מבין שני החוגים האלה. סך כל הבנים המשתתפים בשני החוגים האלה זהה לסך כל הבנות המשתתפות בהם. 80% מן הבנים משתתפים בחוג כדורגל. מספר הבנות המשתתפות בחוג טניס גדול פי 3 ממספר הבנות המשתתפות בחוג כדורגל. בוחרים באקראי משתתף בחוגים (בן או בת).
- מהי ההסתברות שנבחר בן המשתתף בחוג כדורגל?
 - אם ידוע שנבחר משתתף בחוג טניס, מהי ההסתברות שנבחר בן?
- ידוע כי בשני החוגים במרכז הקהילתי יש 200 משתתפים (בנים ובנות) סך הכול.
- כמה משתתפים סך הכול (בנים ובנות) יש בחוג טניס?
 - מבין כל המשתתפים בחוגים (בנים ובנות) בוחרים באקראי שניים בזה אחר זה (ללא החזרה). מהי ההסתברות ששניהם משתתפים בחוג טניס? דייק 3 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

פתרון

א. נניח x - מספר הבנים בחוג טניס.

	חוג טניס	חוג כדורגל	
בנים			
בנות			
			1

(ג'י'ס) (נניח).

ט'י. כל הבנים והבנות הם; המעקף הג'י'ס. זהו אס'י. כל הבנות

והמספר הוא. \Leftarrow $P(\text{בן}) = P(\text{בת}) = \frac{1}{2}$



	האירוע A	האירוע B	
$\frac{1}{2}$			האירוע A
$\frac{1}{2}$			האירוע B
1			

לפי נתון ההסתברות של האירוע A ו-B.

∴

$$P(A \cap B) = 0.2$$

הסתברות האירוע A ו-B יחד:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

נתון אירוע B:

$$\frac{P(A \cap B)}{P(B)} = 0.8$$

$$P(B) = \frac{1}{2} \quad \text{נתון}$$

$$\frac{P(A \cap B)}{\frac{1}{2}} = 0.8 \quad | \cdot \frac{1}{2}$$

מקבל:

∴

$$P(A \cap B) = 0.4$$



	מוקט טקסט	מוקט קטן	
$\frac{1}{2}$		0.4	הקטן
$\frac{1}{2}$			הקטן
1			

$$\Rightarrow P(\text{הקטן} | \text{מוקט טקסט}) = \frac{1}{2} - 0.4 = 0.1$$

	מוקט טקסט	מוקט קטן	
$\frac{1}{2}$	0.1	0.4	הקטן
$\frac{1}{2}$			הקטן
1			

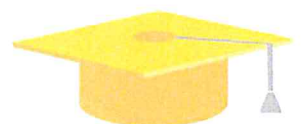
מסנו הקטן והשאר הוא מוקט טקסט כי $\frac{1}{2}$ למסנו הקטן והשאר הוא מוקט טקסט (קטן).

נמשיך:

$$x = \text{מסנו הקטן והשאר הוא מוקט טקסט}$$

⇓

$$x = \frac{1}{2} = \text{מסנו הקטן והשאר הוא מוקט טקסט}$$



	ה'יג ט'ג'ס	ה'יג ט'ג'ק	
$\frac{1}{2}$	0.1	0.6	ג'ג'ק
$\frac{1}{2}$	3x	x	ג'ג'ט
1			

נכונה להימנע :

$$x + 3x = \frac{1}{2}$$

$$4x = \frac{1}{2} \quad | : 4$$

$$x = \frac{1}{8}$$

נכ'ק $x = \frac{1}{8}$:

	ה'יג ט'ג'ס	ה'יג ט'ג'ק	
$\frac{1}{2}$	0.1	0.6	ג'ג'ק
$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	ג'ג'ט
1			

$$P(\text{ה'יג ט'ג'ק}) = 0.6 + \frac{1}{8} = 0.525$$

$$P(\text{ה'יג ט'ג'ס}) = 0.1 + \frac{3}{8} = 0.475$$



	חוק טנים	חוק נניוקן	
$\frac{1}{2}$	0.1	0.4	חנה
$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	דנה
1	0.475	0.525	

$$P(\text{חוק נניוקן} | \text{אם ין}) = 0.4$$

$$P(\text{חוק טנים} | \text{ין}) = ?$$

(משך קונסיליון אינסטרקטור מלאכה.)

$$P(\text{חוק טנים} | \text{ין}) = \frac{P(\text{חוק טנים ואם ין})}{P(\text{חוק טנים})} = \frac{0.1}{0.475} = \frac{4}{19}$$

$$P(\text{חוק טנים} | \text{ין}) = \frac{4}{19} \quad (\text{יואל קו})$$



ז. אחיך: סניג 200 למתחבז.

(1) $P(\text{חוק ג'יס}) = 0.475$

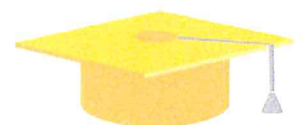
סניג למתחבז
חוק ג'יס
 $= 200 \cdot 0.475 = 95$
למתחבז

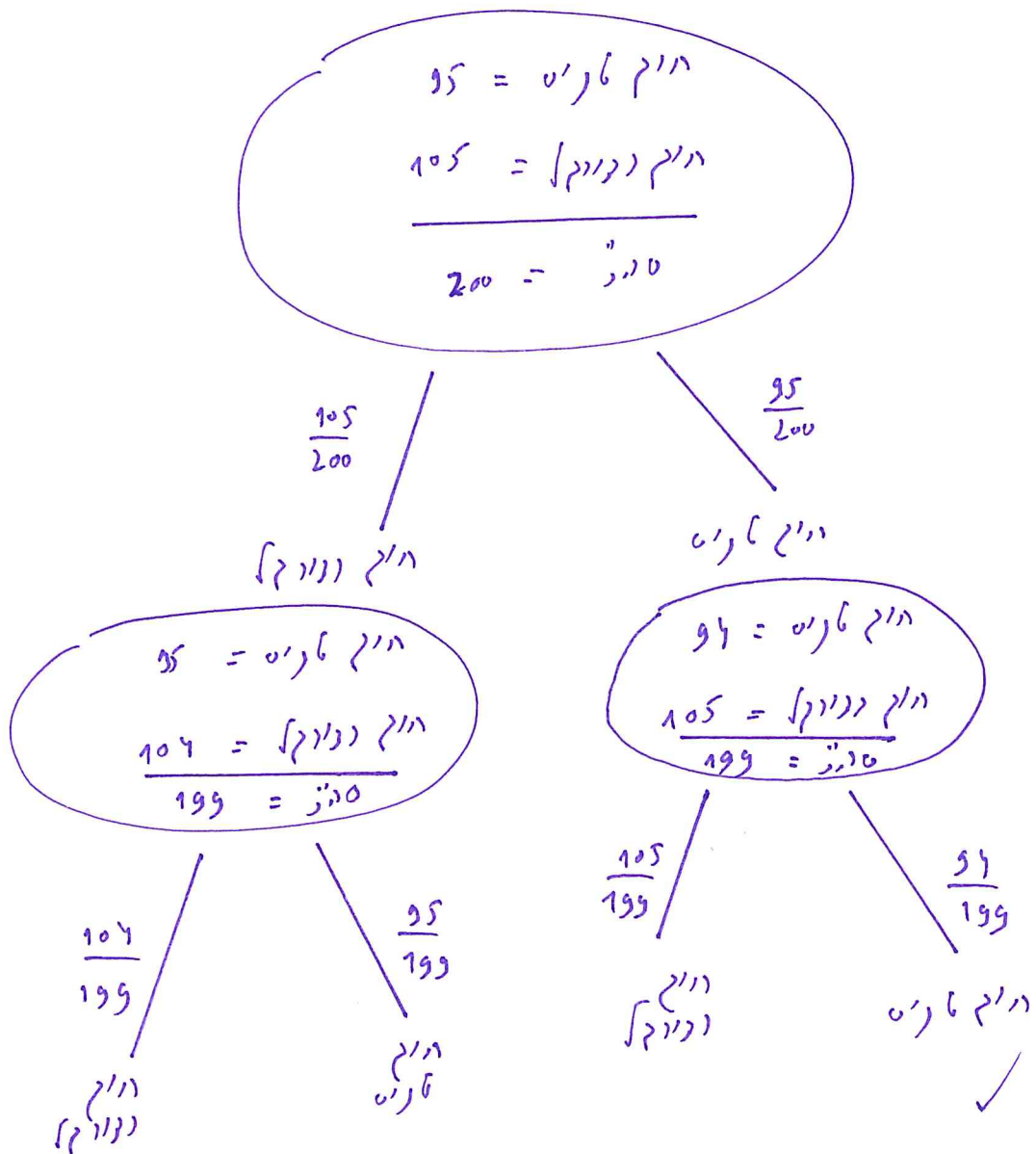
(2)

יש 200 למתחבז,
ואיך:

סניג למתחבז
חוק וכוך
 $= 200 - 95 = 105$

למנה (ניאוקוטה) מהאיתה!



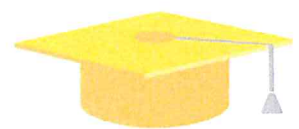


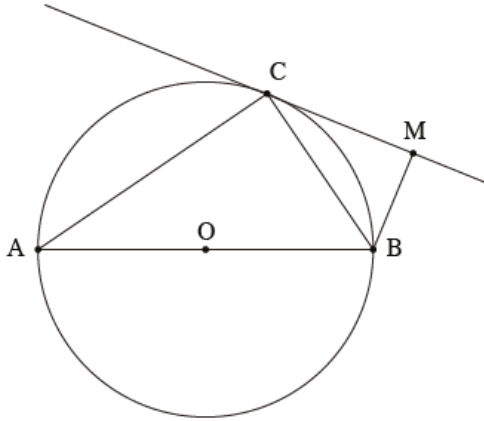
$$p = \frac{95}{200} \cdot \frac{95}{199} = 0.227$$

$p = 0.227$

כמידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.





4. בסרטוט שלפניך מתואר מעגל שמרכזו בנקודה O.
 AB הוא קוטר במעגל.
 דרך הנקודה C שעל המעגל, העבירו משיק למעגל.
 מן הנקודה B העבירו אנך למשיק, החותך אותו בנקודה M,
 כמתואר בסרטוט.
- א. הוכח: $\angle MBC = \angle CBA$.
 ב. הוכח: $BC^2 = AB \cdot BM$.
- דרך מרכז המעגל, O, העבירו ישר מקביל ל-BC.
 ישר זה חותך את AC בנקודה E.
- נתון: שטח המשולש ABC גדול פי 3.24 משטח המשולש CBM,
 $OE = 5$.
- ג. מצא את AB.

נימוק
נתון

נתון
נתון

זווית היקפית הנשענת על קוטר.
 ע"כ 1
 זווית בין משיק לאחיד
 השלמה עם 180° במשולשים
 ע"כ 3, 4, 5

פתרון:
טענה

① AB קוטר במעגל

② CM משיק למעגל בנק' C

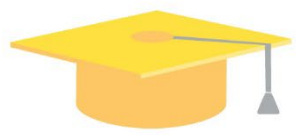
③ $MB \perp CM$

④ $\angle ACB = 90^\circ$

⑤ $\angle BCM = \angle BAC$

⑥ $\angle MBC = \angle CBA$

ד.ע.א



שאלה 4 המשך
טענה

נימוק

משפט צמיין ז.ז.ז. ע"פ 3-6

יתם הצלעות המתאימות
במשושים צומ"פ. ע"פ 7

חישוב נ.ש.נ. $\hat{=}$

נתון

רזקסים במצמד שווים

קטע היוצא מאמצע צלע במשולש
ומקביל לצלע אחרת במשולש הוא
קטע אמצעים במשולש. ע"פ 10, 11

נתון

קטע אמצעים במשולש שווה
למחצית הצלע השלישית.

נתון

יתם הנקודות במשולשים צומ"פ
שווה עיתם הצלעות המתאימות
בר"ב. ע"פ 7, 8, 15

$\triangle BMC \sim \triangle BCA$ (7)

$\frac{BC}{AB} = \frac{BM}{BC} = \frac{CM}{AC}$ (8)

$BC^2 = AB \cdot BM$ (9)

$OE \parallel BC$ (10)

$OB = OA$ (11)

OE קטע אמצעים במשולש ABC (12)

$OE = 5$ (13)

$BC = 10$ (14)

$\frac{S_{ABC}}{S_{MBC}} = 3.24$ (15)

$\left(\frac{BC}{MB}\right)^2 = 3.24$ (16)



המשק סתרון שאלה 4

נימוק

טענה

חילוק

$$\frac{BC}{MB} = 1.8 \quad (17)$$

חילוק

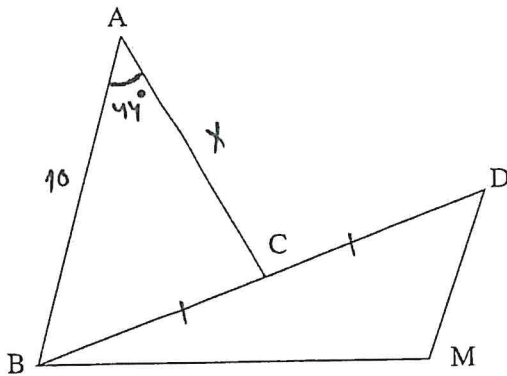
$$MB = \frac{10}{1.8} \quad (18)$$

חילוק. סכי 9, 14, 18

$$AB = 18 \quad (19)$$

נ.ש.ע





5. בסרטוט שלפניך מתוארים משולש BDM ומשולש ABC.

הנקודה C היא אמצע הצלע BD.

נתון: שטח המשולש ABC הוא 27.8,

$AB = 10$,

$\angle BAC = 44^\circ$.

א. מצא את אורך הצלע AC.

ב. מצא את אורך הצלע BC.

נתון: $BM = 11.4$,

$\angle BDM = 50^\circ$,

$\angle BMD > 90^\circ$.

ג. מצא את גודל הזווית BMD.

מן הנקודה A העבירו חוצה זווית BAC החותך את הצלע BM בנקודה F.

ד. מצא את גודל זווית המשולש AFB.

פתרון

א. נתון: $AC = x$

נמצא את אורך הצלע AB

$S_{\Delta} = \frac{1}{2} bc \cdot \sin \alpha$

∴

$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin \angle BAC$

נניח ש- $x = 8$

$27.8 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot x \cdot \sin 44^\circ$

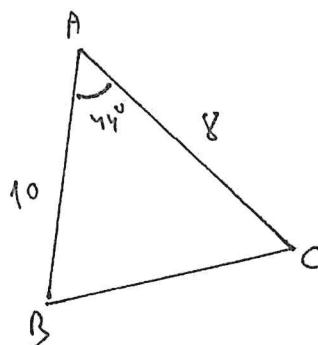
$27.8 = 2.77x$ | $x = 8$

נחידע על פסיכומטרי
 ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



$\Rightarrow AC = 8$



?

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$ (ניסוח וקטור) : ויניאוסוס :

$(BC)^2 = 10^2 + 8^2 - 2 \cdot 10 \cdot 8 \cdot \cos 44^\circ$ (ניכוח ויניאוסוס) :

$(BC)^2 = 48.91$

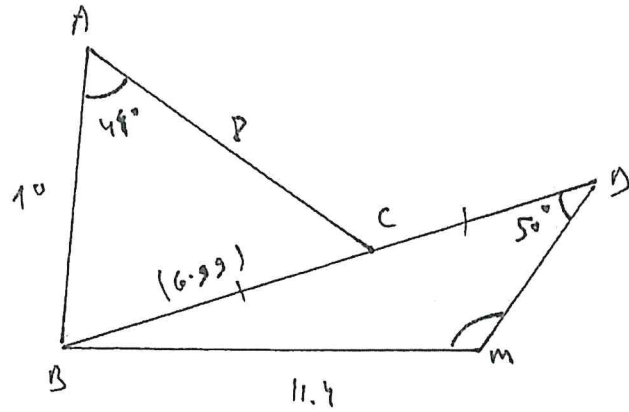
$BC = \sqrt{48.91}$

$BC = 6.99$

נמידע עכ פסיכומטרי
ביואל גבע ←

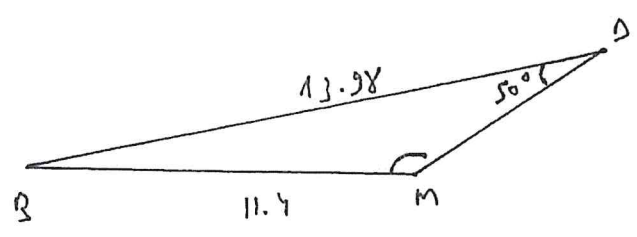
הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.





.ז

(תיכון : C - אונגן פו B)
 (תיכון)
 $CD = BC = 6.99$
 \Downarrow
 $BC = 2 \cdot 6.99 = 13.98$



(ניצוי קטל) (סינוס):

$$\frac{13.98}{\sin 50^\circ} = \frac{11.4}{\sin \angle BMD}$$

נחידע על פסיכומטרי
 ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



$$\sin \angle B M D = \frac{13.98 \cdot \sin 50^\circ}{11.4}$$

$$\sin \angle B M D = 0.939$$

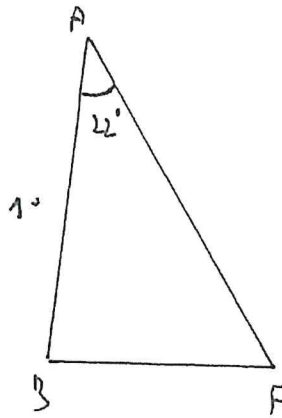
⌋

$$\angle B M D = 69.88^\circ$$

⌋

$$\angle B M D = 180^\circ - 69.88^\circ = 110.12^\circ$$

$$\angle B M D = 110.12^\circ$$



נתון: AF חוצה $\angle BAC$, $AB > AC$:

$$\angle BAF = \frac{\angle BAC}{2} = \frac{44^\circ}{2} = 22^\circ$$

$$\angle BAF = 22^\circ$$

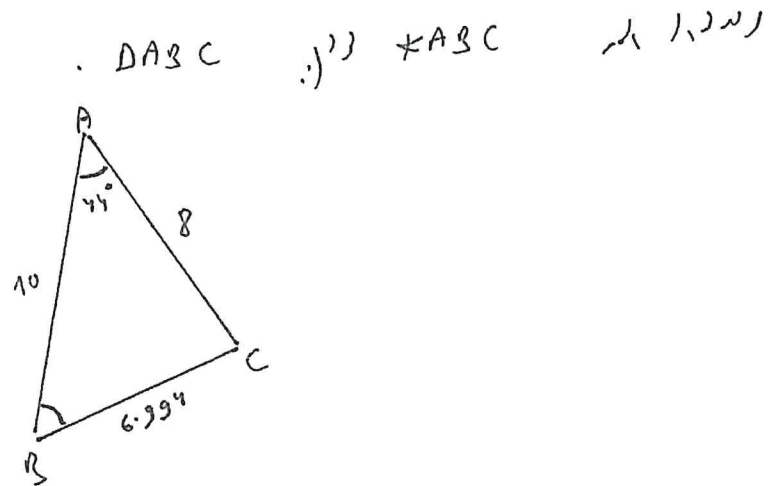
נחידע על פסיכומטרי
 ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



נתון: $\angle A = 42^\circ$

$$\angle ABF = \angle ABC + \angle DBM$$



נמצא את $\angle B$ (המשפט הסינוסים):

$$\frac{10}{\sin \angle ABC} = \frac{6.994}{\sin 42^\circ}$$

$$\sin \angle ABC = \frac{6.994 \cdot \sin 42^\circ}{10}$$

$$\sin \angle ABC = 0.4755$$

$$\angle ABC = 28.36^\circ$$



נניח $\angle OBM$ נניח $\angle OBM$ נניח $\angle OBM$

$$\angle OBM = 180^\circ - (50^\circ + 110.12^\circ) = 19.88^\circ$$

$$\angle ABF = \angle ABC + \angle OBM =$$

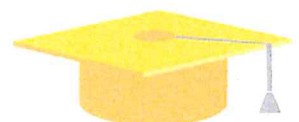
$$= 52.66^\circ + 19.88^\circ = 72.54^\circ$$

$$\angle ABF = 72.54^\circ$$

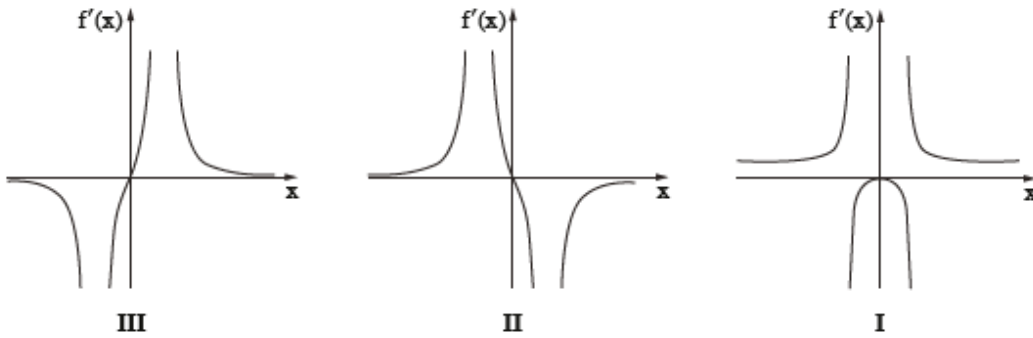
נניח $\angle AFB$: $\angle AFB$

$$\angle AFB = 180^\circ - (22^\circ + 72.54^\circ) = 85.46^\circ$$

$$\angle AFB = 85.46^\circ$$



6. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{4}{4x^2 - 1} + b$, b הוא פרמטר.
- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 - מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה (אם צריך, הבע באמצעות b).
 - מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- נתון כי הישר $y = -2$ משיק לפונקציה $f(x)$ בנקודת הקיצון שלה.
- מצא את b .
 - הצב את b שמצאת בסעיף ג בפונקציה $f(x)$ וענה על הסעיפים ד-ו.
 - מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.
 - סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 - $f'(x)$ היא פונקציית הנגזרת של הפונקציה $f(x)$.
 - אחד מן הגרפים III-I שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. קבע איזה מהם, ונמק את קביעתך.
 - מצא את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישר $x = \frac{1}{3}$, ועל ידי ציר ה- x .



Ⓒ ת.ה: $4x^2 - 1 \neq 0$ נמצוק שה מאלס אור האננה:

$$4x^2 - 1 = 0$$

$$x^2 = \frac{1}{4}$$

$$x = -\frac{1}{2} \quad x = \frac{1}{2}$$

תחום ההגדרה: $x \neq \pm \frac{1}{2}$

Ⓓ (ו) נמצוק אור הפונקציה

$$f'(x) = \frac{0 - 8x \cdot 4}{(4x^2 - 1)^2} = -\frac{32x}{(4x^2 - 1)^2}$$



$$f'(x) = -\frac{32x}{(4x^2-1)^2}$$

ⓐ (1) הנקט

נמצא את שיעורי האקסטרים את הנקודות:

$$0 = -\frac{32x}{(4x^2-1)^2} \longrightarrow x = 0$$

שיעור ה-y בנק' זו הוא: $f(0) = \frac{4}{1} + b = b - 4$

הנקודות חזבו'ג עבור $x < 0$ ושלילי'ג עבור $x > 0$ ופכן =

x	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1
f	+	⚡	+	0	-	⚡	-
f	↗	↘	↗	max	↘	↘	↘

נק' מקסימום $(0, b-4)$

ⓑ (2)

תחום שלילי: $x < -\frac{1}{2}$ או $-\frac{1}{2} < x < 0$

תחום ירידה: $0 < x < \frac{1}{2}$ או $\frac{1}{2} < x$

ⓐ (2) שלבי הנתיב שיעור ה-y בנק' הקיצון הוא $y = -2$

$$b - 4 = -2$$

$$b = 2$$

נבנה משוואה:

$$f(x) = \frac{4}{4x^2-1} + 2$$

נציב מחזלים:



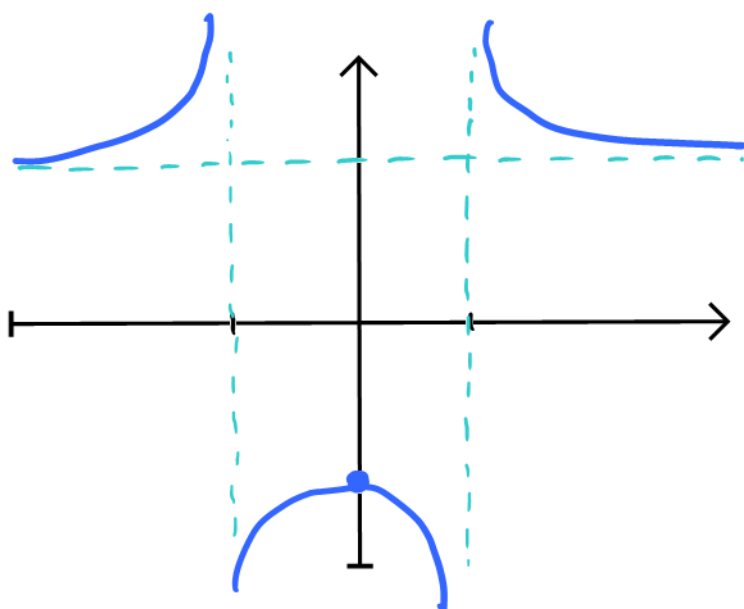
המשק שוליה 6

③ (1) האסימפטוטות האנכיות ותקבצן מערכי ה- x אשר מאופסים את המכנה ולכן את המונה.

בישרים: $x = -\frac{1}{2}$
 $x = \frac{1}{2}$

האסימפטוטה האופקית מישור $y = 2$ כיוון שצמוד ערכי x השואפים ל- $\pm\infty$ ערך הפונקציה שואף ל-2

③ (2)



⑦ נבחר בדרך II פתאור הנלצרת, כיוון שהיא טעויות
 עבור זכני x תיוביים, וכיוון שהיא תזגית עבור זכני x טעויים,
 בהתאם פתחומי העליה והיריבה שמצאנו.

① נחשב בצורת אוינטגרל:

$$\int_0^{\frac{1}{3}} (0 - f'(x)) dx = [-f(x)]_0^{\frac{1}{3}} = -f\left(\frac{1}{3}\right) - (-f(0))$$

$$= \frac{26}{5} - 2 = \frac{16}{5} = 3.2$$

יח"ט יח"ט



7. נתונה הפונקציה: $f(x) = x \cdot \sqrt{x+18}$

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 - ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
 - ג. מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.
 - ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 - ה. נתונה הפונקציה $g(x) = -2 \cdot f(x)$.
- (1) מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבע את סוגן.
 (2) נסמן ב- A ו- B את נקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ בהתאמה. הנקודה O היא ראשית הצירים.
 חשב את שטח המשולש ABO .

פתרון: (א) תחום ההגדרה:

$$x+18 \geq 0$$

$$x \geq -18$$

(ב) נק' חיתוך עם ציר y:

$$f(0) = 0 \quad (0,0)$$

$$0 = x \cdot \sqrt{x+18}$$

\swarrow $x=0$ \searrow $x+18=0$
 $x=-18$

$$(0,0)$$

$$(-18,0)$$

נק' חיתוך עם ציר x:

$$f'(x) = \sqrt{x+18} + x \cdot \frac{1}{2\sqrt{x+18}} = \frac{2(x+18) + x}{2\sqrt{x+18}} = \frac{3x+36}{2\sqrt{x+18}}$$

(ד) נמצא:

$$f'(x) = 0$$

נמצא את שורשי x המאופסים את הנגזרת:

$$\frac{3x+36}{2\sqrt{x+18}} = 0$$

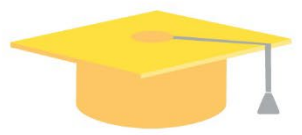
$$3x+36 = 0$$

$$3x = -36$$

$$x = -12$$

שיעור היציאה נק' 15:

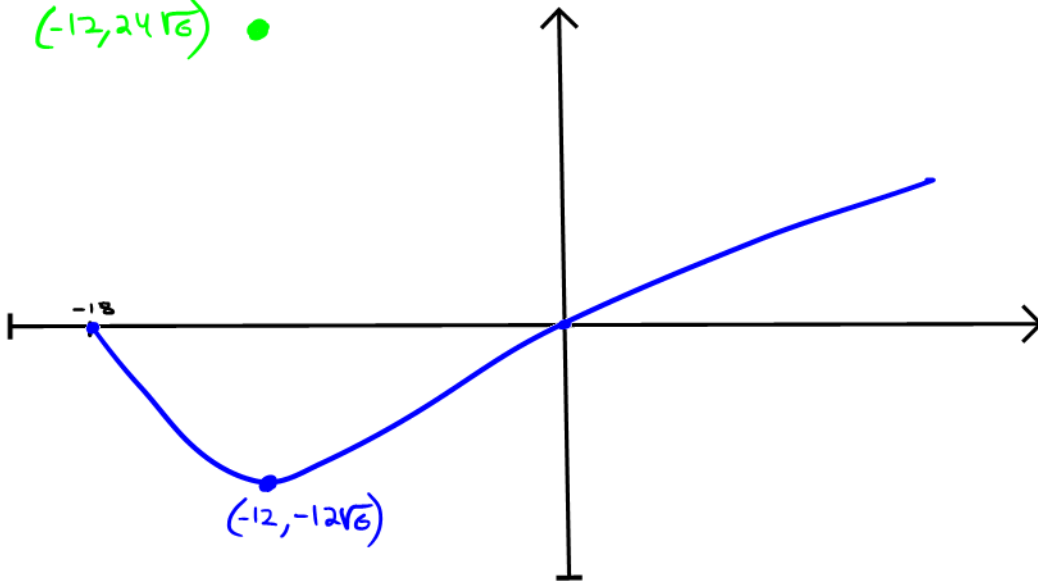
$$f(-12) = -12\sqrt{6} = -29.394 \quad (-12, -12\sqrt{6})$$



x	-18	-13	-12	0
f'	///	-	0	+
f	0	↘	min	↗

נק' קיצון פנימית:
מינימום $(-12, -12\sqrt{6})$
נק' קיצון קצה תמום
הצדקה:
מקסימום קצה $(-18, 0)$

$(-12, 24\sqrt{6})$ •



3

7) (1) $g(x) = -2 \cdot f(x)$

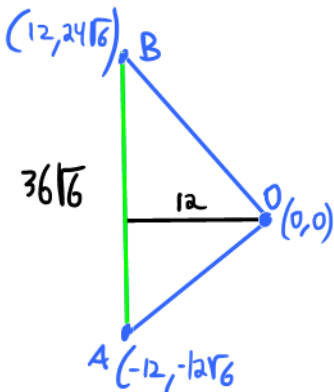
$(-12, -12\sqrt{6}) \rightarrow (-12, 24\sqrt{6})$ נק' מקסימום פנימית:

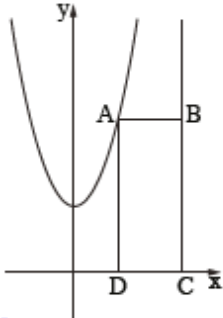
$(-18, 0) \rightarrow (-18, 0)$ נק' מינימום קצה התמום:

(2) $AB = 24\sqrt{6} - (-12\sqrt{6}) = 36\sqrt{6}$ בסיס המשולש:

גובה המשולש: 12

שטח המשולש: $S_{ABO} = \frac{12 \cdot 36\sqrt{6}}{2} = 529.09$ יח"





8. נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 + 3$ ונתון הישר $x = 5$.

הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון משמאל לישר.
 מן הנקודה A מעבירים ישר המקביל לציר ה- x וחותר את הישר הנתון בנקודה B.
 הנקודות C ו- D נמצאות על ציר ה- x כך שהמרובע ABCD הוא מלבן (ראה סרטוט).
 נסמן ב- t את שיעור ה- x של הנקודה A.

א. מצא את הערך של t שבעבורו שטח המלבן ABCD הוא מקסימלי.
 ב. האם ייתכן מלבן ABCD שנבנה באופן המתואר ושטחו הוא 30? נמק.

פתרון (א) נגאל במצבת t את שיצורי הנק' A: $A(t, t^2+3)$

בנק' B ה- y זהה לנק' A ואינ' שיצור ה- x הוא $x=5$: $B(5, t^2+3)$

ואכן יותג המלבן: $AB = 5 - t$

ואובה המלבן: $AD = t^2 + 3$

נגאל את שטח המלבן: $S_{ABCO} = (5-t)(t^2+3) = 5t^2 + 15 - t^3 - 3t$

נרשום פונקציה המתארת את שטח המלבן כתלות בשיצור ה- x בנק' A:

$$f(x) = -x^3 + 5x^2 - 3x + 15$$

כדי למצוא את נק' הקיצון בפונקציה זו נגזור ונשווה לאפס:

$$f'(x) = -3x^2 + 10x - 3$$

$$f'(x) = 0$$

$$-3x^2 + 10x - 3 = 0$$

$$x_1 = 3 \quad x_2 = \frac{1}{3}$$

כדי לקבוע את סוג הקיצון נציב במצבת הנגזרת הנגזרת השנייה. שיצור ה- x בנק' המקסימום יתן ערך שלילי בהצבתו במצבת הנגזרת השנייה:

$$f''(x) = -6x + 10$$

ואכן עבור $t = 3$ שטח המלבן יהיה מקסימלי!

$$f''(3) = -6 \cdot 3 + 10 = -8$$



המשקט מולדה פ

(ב) נבחן מהו השטח המקסימלי של המשלבן (עבור נק' A בריבוע I):

$$f(x) = -(x)^3 + 5x^2 - 3x + 15 = 24$$

כיוון שמתחום $0 < x < 5$ הצירק המקסימלי שלטח הוא 24

פאן יורכין מלבן ABCD אשר שטחו הוא 30 יח'.

