

פתרון הבחינה

במתמטיקה

חורף נבצרים, תשפ"ב, 2022, שאלון: 35481

מוגש ע"י צוות מורי המתמטיקה של "יואל גבע"

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

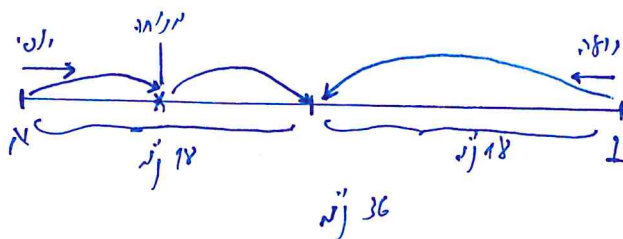
הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



1. המרחק בין יישוב א ליישוב ב הוא 36 ק"מ.
 יוסי יצא מיישוב א לכיוון יישוב ב בשעה 8:00.
 הוא צעד שעתיים במהירות קבועה, עצר למנוחה של שעה, ולאחר מכן המשיך במהירות קבועה הגבוהה ב- 25% ממהירותו הקודמת.
 נועה יצאה מיישוב ב לכיוון יישוב א בשעה 11:00 באותו היום.
 היא צעדה במהירות קבועה הגבוהה ב- 3 קמ"ש מן המהירות שבה צעד יוסי אחרי המנוחה.
 יוסי ונועה נפגשו באמצע הדרך בין שני היישובים.
 א. מה הייתה מהירותו של יוסי לפני המנוחה?
 ב. באיזו שעה נפגשו יוסי ונועה?

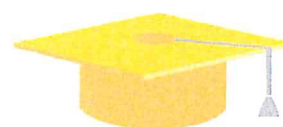
פתרון

א. נניח שהיא נסעה במהירות x קמ"ש.



נניח גם שהיא נסעה במהירות x קמ"ש.

	ל	v	t	
	ק"מ	מהירות	זמן	
	2x	x	2	
יוסי	0	0	1	
	18-2x	1.25x	$\frac{18-2x}{1.25x}$	
	18	1.25x	$\frac{18}{1.25x}$	נועה



ויסגו וטגא

• ויטי נגזג סאעקו דגהינד נקצדי. נטמן ילד להיזולרו הינדועק די-ד, א,

הצטן סאעקו, ולין הינדוק. סאערו היט א 2.

היט אצרו אעדי, דצטן הינדוקה היגהינד היט ט, זענדן סבינדוק. היט ט.
ליטו טמן היקרו ילד להיזולרו ד, ויט, זענדן סבינדוק היגהינד.
היט א 1.25.

נתינ שיט' ונועדי נסקרו דגהינד הינדוק, זענדן סבינדוק. סאערו ילד אהנד

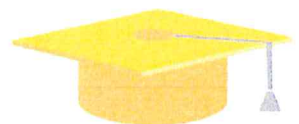
הגה היט $\frac{36}{2}$ דליטו 18 נ"ה.

דגהינד הינדוק. סאערו אהיט' היט $(18 - (2x + 18))$ דליטו א 18-2,

זענדן סבינדוק. היט $\frac{18-2x}{1.25}$

• נועדי נענד דגהינדוק היקדוקה דג נ"ה טמן היגהינדוק סגה נעדי
"יט' זגרו הינדוקה, דליטו מהינדוקה סג נועדי. $(1.25 +$

נמו-נין נועדי נענד א 18 נ"ה, זענדן סבינדוק סגו נועדי
אדוקה ילד הינדוק. היט $\frac{18}{1.25}$



דניאל גרשטינג:

וולטי יורן גלעד סטיג אגילן נועה יורגל גלעד 11:00
נאמר נועה נמנלה גלעד נהיה דניאל.

$$2 + 1 + \frac{18 - 2x}{1.25x} = 3 + \frac{18}{1.25x + 3}$$

$$3 + \frac{18 - 2x}{1.25x} = 3 + \frac{18}{1.25x + 3}$$

$$\frac{(1.25x + 3) \cdot (18 - 2x)}{1.25x} = \frac{1.25x \cdot 18}{1.25x + 3} \quad | \cdot 1.25x(1.25x + 3)$$

$$(18 - 2x)(1.25x + 3) = 22.5x$$

$$22.5x + 54 - 2.5x^2 - 6x = 22.5x$$

$$54 - 2.5x^2 - 6x = 0$$

$$-2.5x^2 - 6x + 54 = 0$$

$$x_1 = 3.6$$

$$x_2 = -6$$

x מייצג גביולה, ולכן x = -6 נוסף.



מהירותו של יוסי לפני (מקומה) $= x = 3.6$

משקל: 3.6 ק"ג

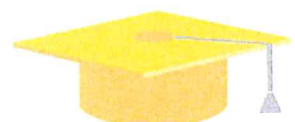
ג) נזחי נמולה קניי. $\frac{18}{1.25x+1}$ ס"מ, נאימו $\frac{18}{1.25 \cdot 3.6 + 1}$ ס"מ

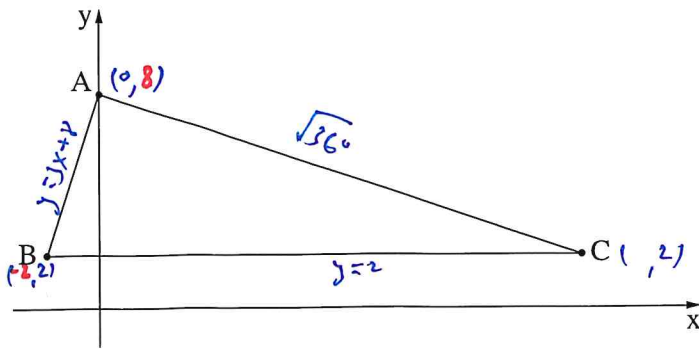
נאימו 2.4 ס"מ.

קניסל נהיך שניתי ונזח לפני. > 11:00.

גם קניסל לא ע"ה 11:00 ל 2.4 ס"מ, נהיך שניתי וק"ל. ג"ה יוסי > 13:24.

משקל: > 13:24





2. לפיך משולש ABC (ראה סרטוט).
 נתון: הנקודה A נמצאת על ציר ה- y .
 הנקודות B ו-C נמצאות על הישר $y = 2$.
 משוואת הישר AB היא $y = 3x + 8$.
 א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.
 נתון: אורך הצלע AC הוא $\sqrt{360}$.
 הנקודה C נמצאת ברביע הראשון.
 ב. מצא את שיעורי הנקודה C.
 ג. הוכח כי הצלע AB מאונכת לצלע AC.
 הנקודה M היא מרכז המעגל החוסם את המשולש ABC.
 דרך הנקודה M העבירו ישר המקביל לציר ה- y . הישר חותך את הצלע AC בנקודה E.
 ד. חשב את שטח המרובע ABME.

פתרון

הישרים A נמצאים על ציר ה- y , ולכן שיעור ה- x שלהם הוא $x=0$.
 הישרים B ו-C נמצאים על הישר $y=2$, ולכן שיעור ה- y שלהם הוא $y=2$.
 הישרים A ו-B נמצאים על הישר $y=3x+8$.

$y = 3x + 8$	
<u>$A(0,)$</u>	<u>$B(, 2)$</u>
$y = 3 \cdot 0 + 8$	$2 = 3x + 8$
$y = 8$	$-3x = 6$
$A(0, 8)$	$x = -2$
	$B(-2, 2)$



ניימן: $AC = \sqrt{360}$

עליו C קודים וניימן $\Leftrightarrow x_2 > 0$

היינו C נמנה עם וייסו $n=2$, ולכן סימני t ונייב: $c(t, 2)$.
ניימן ממוצע:

(ק) ה ל ל וניימן AC קאמנאר t ארסו $\sqrt{360}$.

$A(0, 8); c(t, 2)$

ניימן קאמנאר:

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (n_2 - n_1)^2}$

$AC = \sqrt{(t - 0)^2 + (2 - 8)^2}$

$AC = \sqrt{t^2 + 36}$

ניימן: $\sqrt{t^2 + 36} = \sqrt{360}$

נעל: קודים וניימן:

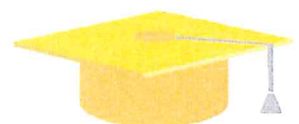
$t^2 + 36 = 360$

$t^2 = 324$

$t = \pm\sqrt{324}$

כחידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



$$t_1 = 18, t_2 = -18$$

מיוני C דוגע ויניאין ואלן $t = -18$ ננס.

C(18, 2) מא'רני:

(2) נמנהל גלם טיניא וי(8) C AC דעסגיה הי'רונג A(0, 8) - C(18, 2).

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

ניעס י דן לטייל:

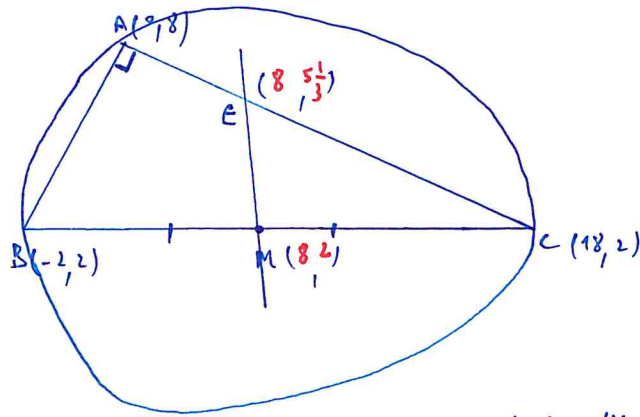
$$m_{AC} = \frac{8 - 2}{0 - 18} = \frac{6}{-18} = -\frac{1}{3}$$

$$m_{AB} \cdot m_{AC} = 3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = -1$$

זיגלנו אמנולם הי'ניעם על הי'רונג AB | AC ליי. (-1)

מניאן נסי' טיניא AB | AC מניונגה 15 | 15 (AB ⊥ AC).





(2)

א"י: קבוצה מ היא מרכז הגזעל החוסם את המשולש ABC.
 קבוצה מונצ הגזעל החוסם משולש וסר צוור נעבדל עקיצה
 הגזעל הימני (הימני היא נטר) - מימני הימניא מיל צוור הימניא
 זה ספ היא נטר

נעבדל את עקיצה מ גזעלה נוסיהא זאננו זכע.

$B(-2, 2), C(18, 2)$

$x_{מ} = \frac{x_1 + x_2}{2}$

↓

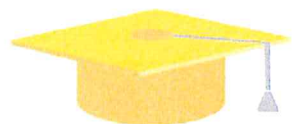
$x_{מ} = \frac{-2 + 18}{2} = 8$

$y_{מ} = \frac{y_1 + y_2}{2}$

↓

$y_{מ} = \frac{2 + 2}{2} = 2$

$m(8, 2)$ ←



נמצא את משוואת AC.
 ניקח את נקודה זו: $m_{AC} = -\frac{1}{3}$

$$m = -\frac{1}{3}$$

$$A(0, 8)$$

$$y - 8 = -\frac{1}{3}(x - 0)$$

$$y = -\frac{1}{3}x + 8$$

נמצא את משוואת ME.

ME זווית ישרה ל AC בנקודה M(8, 2) אזו ה-1, 1
 נגזר טנאנט ME: $x = 8$.

נמצא את נקודת E לזו הישירה ישרה:

$$I \left\{ \begin{array}{l} y = -\frac{1}{3}x + 8 \\ y = 8 \end{array} \right.$$

$$II \left\{ \begin{array}{l} y = 8 \end{array} \right.$$

$$I \quad y = (-\frac{1}{3}) \cdot 8 + 8$$

$$y = 5\frac{1}{3}$$

∴

$$E(8, 5\frac{1}{3})$$



נמצא את שטח הריבוע ABME

$$S_{ABME} = S_{ABC} - S_{CEM}$$

נמצא את שטח הריבוע ABC.

$$A(0, 8), B(-2, 2)$$

$$AB \rightarrow d = \sqrt{(0+2)^2 + (8-2)^2}$$

$$d = \sqrt{40}$$

||

$$AB = \sqrt{40}$$

$$S_{ABC} = \frac{AB \cdot AC}{2} = \frac{\sqrt{40} \cdot \sqrt{360}}{2} = 60$$

נמצא את שטח הריבוע CEM.

$$M(8, 2), C(18, 2)$$

$$CM = 18 - 8 = 10$$

$$M(8, 2), E(8, 5\frac{1}{3})$$

$$EM = 5\frac{1}{3} - 2 = 3\frac{1}{3}$$



$$S_{CEM} = \frac{cm \cdot em}{2} = \frac{10 \cdot 3\frac{1}{3}}{2} = 16\frac{2}{3}$$

$$S_{ABME} = S_{ABC} - S_{CEM} = 60 - 16\frac{2}{3} = 43\frac{1}{3}$$

$$S_{ABME} = 43\frac{1}{3}$$

ואי

יש לקב:

נמידע על פסיכומטרי
 ביואל גבע ←

**הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
 אל תתפשר עליה.**



3. מועמדים לבית ספר מסוים נדרשו להיבחן בשתי בחינות: בחינה במתמטיקה ובחינה באנגלית.
- 80% מן המועמדים עברו את הבחינה במתמטיקה.
 - 60% מן המועמדים עברו את הבחינה באנגלית.
 - 40% מן המועמדים עברו רק אחת משתי הבחינות.
- בחרים באקראי מועמד אחד מבין המועמדים שנבחנו.
- נסמן ב- p את ההסתברות שהמועמד שנבחר עבר את הבחינה במתמטיקה ולא עבר את הבחינה באנגלית.
- א. מצא את p .
 - ב. אם ידוע שהמועמד הזה עבר רק בחינה אחת, מהי ההסתברות שהוא עבר רק את הבחינה במתמטיקה ולא עבר את הבחינה באנגלית?
ידוע שהיו 200 מועמדים סך הכול.
 - ג. (1) כמה מבין המועמדים עברו את שתי הבחינות?
(2) מבין כל המועמדים בחרו באקראי בזה אחר זה שני מועמדים (ללא החזרה).
מהי ההסתברות ששניהם עברו את שתי הבחינות?
בתשובתך דייק 3 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

כתיבה

ג. נבנה טבלת ציפוי-צפייה למאורע הבחינות.

	נשאלו המתמטיקה	עקרו האנגלית	
עקרו המתמטיקה	0.6	$0.4 - p$	
נשאלו האנגלית	0.4	p	
	1	0.8	

$$P(\text{נשאלו המתמטיקה}) = 1 - 0.8 = 0.2$$

$$P(\text{נשאלו האנגלית}) = 1 - 0.6 = 0.4$$



$$P \left(\begin{array}{l} \text{זכויות} \\ \text{אשראי} \\ \text{אשראי} \end{array} \right) = 0.4$$

נניח:

↓

$$P \left(\begin{array}{l} \text{זכויות} \\ \text{אשראי} \end{array} \right) = 0.4 - p$$

לשאלה האם היינו גולגולת:

$$P \left(\begin{array}{l} \text{זכויות} \\ \text{אשראי} \\ \text{זכויות} \end{array} \right) = 0.6 - (0.4 - p) = 0.6 - 0.4 + p = 0.2 + p$$

	נשאו מתאיין	זכויות מתאיין	
0.6	$0.4 - p$	$0.2 + p$	זכויות אשראי
0.4		p	נשאו אשראי
↓	0.2	0.8	

נרצה לשמש את ני העניין הימני:

$$(0.2 + p) + p = 0.8$$

$$2p = 0.6$$

$$p = 0.3$$



2? לניגון גיטת = 0.5
אני לא יודע.

	נגן (מתאמן)	זקן (מתאמן)	
זקן (לא מתאמן)	0.6	0.5	
נגן (לא מתאמן)	0.4	0.3	
<u>1</u>	0.2	0.2	

$$P(\text{נגן} \mid \text{זקן}) = 0.6 - 0.3 = 0.3$$

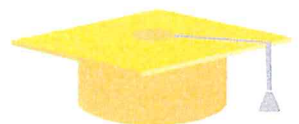
$$P(\text{זקן} \mid \text{נגן}) = ?$$

ניגון גיטת = 0.5

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(\text{זקן} \mid \text{נגן}) = \frac{P(\text{זקן} \cap \text{נגן})}{P(\text{נגן})} = \frac{0.3}{0.4} = 0.75$$

$$P(\text{זקן} \mid \text{נגן}) = 0.75$$



צ"ע (ע) ג'י'ג' 200 מועמדים ס'י. ג'ט

$$(1) \quad P(\text{סדרו שלם שלם יוקרין}) = 0.5$$

↑
ל'י'ג'
ג'ט'ג' =

$$\text{ל'י'ג' ג'ט'ג'} = 0.5 \cdot 200 = 100$$

ל'י'ג' יוקרין

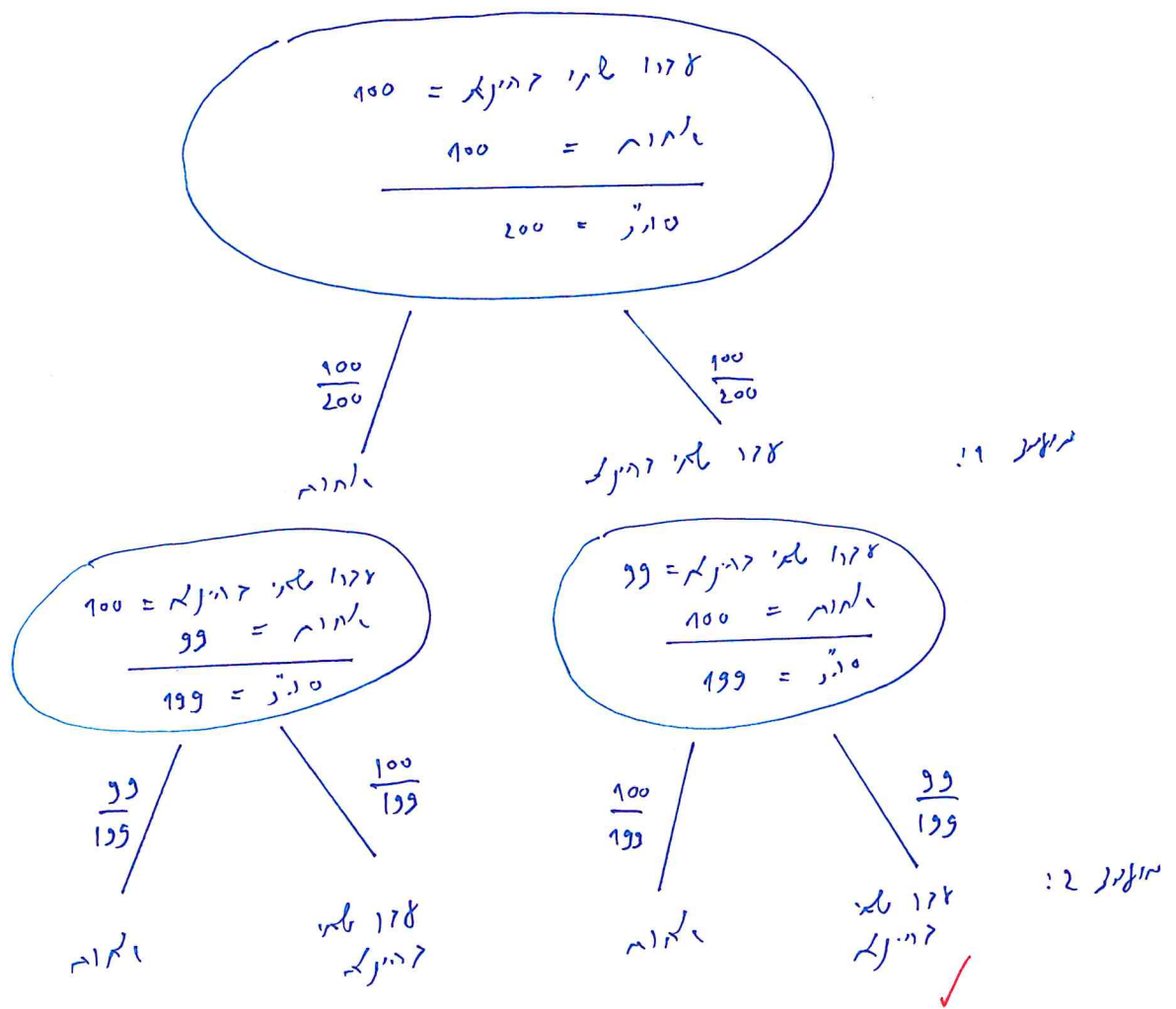
ג'ט'ג':
100 מועמדים

נמידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



(2) יואל גבע דוגמה



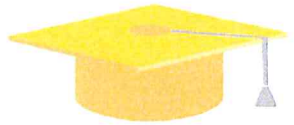
$$P(\text{Success in both steps}) = \frac{100}{200} \cdot \frac{99}{199} = 0.249$$

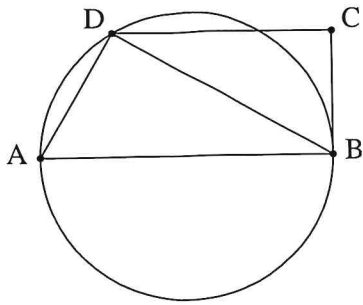
$P(\text{Success in both steps}) = 0.249$

תשובה:

נמידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.





4. המשולש ADB חסום במעגל (ראה סרטוט).

הנקודה C נמצאת מחוץ למעגל כך ש-BC משיק למעגל בנקודה B.

נתון: $DC \parallel AB$.

א. הוכח: $\triangle ADB \sim \triangle BCD$.

נתון: $\angle DAB + \angle CDB = 90^\circ$.

ב. הוכח כי AB הוא קוטר במעגל.

נתון: רדיוס המעגל הוא 4 ס"מ.

היחס בין שטח המשולש ADB לבין שטח המשולש BCD הוא $\frac{4}{3}$.

ג. (1) מצא את אורך הצלע DB.

(2) מצא את אורך הצלע DC.

נימוך

נתון

נתון

סלילה בין לשיק לאיתרה לפי 1

סלילה מתאם שולל פי 1

ישיריב מקבילים. לפי 2

משפט צמיון S.S. לפי 3, 4

פתרון

טענה

BC שיק לאתרה (1)

$DC \parallel AB$ (2)

$\angle CBD = \angle BAD$ (3)

$\angle BDC = \angle ABD$ (4)

$\triangle ADB \sim \triangle BCD$ (5)

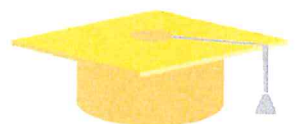
משיק א'

$\angle OAB + \angle ODB = 90^\circ$ (6)

$\angle ABC = 90^\circ$ (7)

AB דווקא בתגל' (8)

משיק ב'



נילמד
נתון

נתון

יחס הפרקטור הטרנזיטיוו
במשולשים הפולמיים אפי 5

דווקא שווה כפוליים הדיואוס,
אפי 9

יחס השטחים במשולשים
קולומיי שווה לריבוע יחס
הפרקטור הטרנזיטיוו. אפי

11, 10

חישבו. אפי 13

חישבו. אפי 14, 13

שלם

$R = 4\sqrt{3}$ (9)

$\frac{S_{ADB}}{S_{BCD}} = \frac{4}{3}$ (10)

$\frac{AB}{DB} = \frac{BD}{DC} = \frac{AD}{BC}$ (11)

$AB = 8\sqrt{3}$ (12)

$(\frac{AB}{DB})^2 = (\frac{BD}{DC})^2 = \frac{4}{3}$ (13)

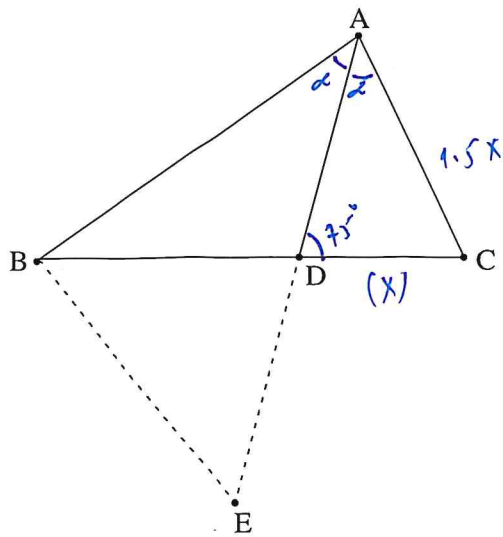
$DB = 4\sqrt{3}$ (14)

נ.ש.ל. א' (1)

$DC = 6$ (15)

נ.ש.ל. א' (2)





5. לפניך משולש ABC (ראה סרטוט).

הנקודה D נמצאת על הצלע BC.

נתון: $AC = 1.5 \cdot CD$,

AD חוצה את הזווית $\angle BAC$,

$\angle ADC = 75^\circ$.

א. מצא את גודל הזווית $\angle BAC$.

נתון: $AC = 6$.

ב. מצא את אורך הקטע DB.

הנקודה E נמצאת על המשך הקטע AD, כמתואר בסרטוט.

שטח המשולש BDE הוא 19.

ג. מצא את אורך הצלע BE.

כתיב

א. נתון: $AC = 1.5 \cdot CD$

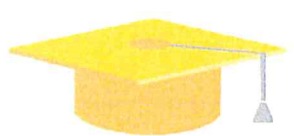
נסמן: $CD = x$

!!

$AC = 1.5x$

ב. נתון: AD חוצה את $\angle BAC$

נסמן: $\angle BAC = \angle DAC = \alpha$



ΔACD :

לפי משפט הסינוס :

$$\frac{x}{\sin \alpha} = \frac{1.5x}{\sin 75^\circ}$$

⇓

$$\sin \alpha = \frac{x \cdot \sin 75^\circ}{1.5x}$$

$$\alpha = 40.09^\circ$$

(α נמצא בטווח 0° עד 90° ולכן זהו הזווית הנכונה)
(אין טווח 180° עד 270° ולכן זהו הזווית הנכונה)

$$\angle BAC = 2\alpha = 2 \cdot 40.09^\circ = 80.18^\circ$$

$$\angle BAC = 80.18^\circ$$

$$AC = 6 \quad \text{לפי הנתון}$$

⇓

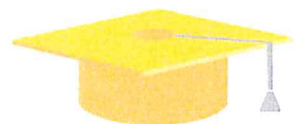
$$AC = 1.5x = 6$$

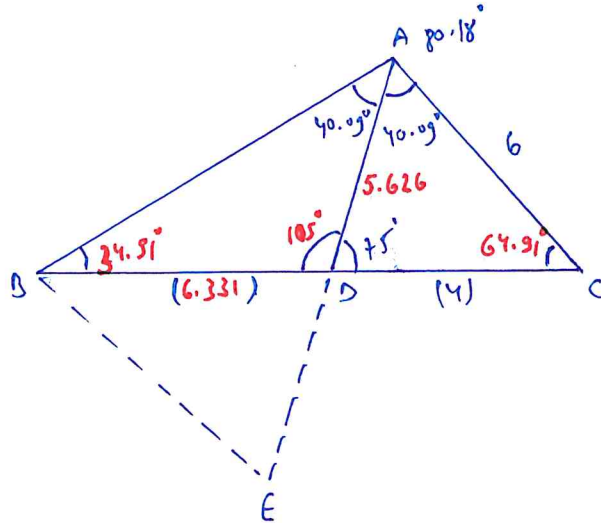
$$1.5x = 6 \quad | :1.5$$

$$x = 4$$

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.





(שאלה בנויה):

ΔACD:

$$\angle C = 180^\circ - (40.09^\circ + 75^\circ) = 64.91^\circ$$

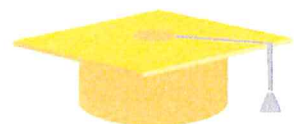
(טריגונומטריה - חוק הזווית הנגדית)

$$\angle ADB = 180^\circ - \angle ADC = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$$

(חוק הזווית הנגדית - טריגונומטריה)

ΔABD:

$$\angle ABD = 180^\circ - (40.09^\circ + 105^\circ) = 34.91^\circ$$



ΔACD:

לפי משפט הסינוסים:

$$\frac{AD}{\sin 64.91^\circ} = \frac{6}{\sin 75^\circ}$$

$$AD = \frac{6 \cdot \sin 64.91^\circ}{\sin 75^\circ}$$

$$AD = 5.626$$

ΔABD:

לפי משפט הסינוסים:

$$\frac{DB}{\sin 40.09^\circ} = \frac{5.626}{\sin 34.91^\circ}$$

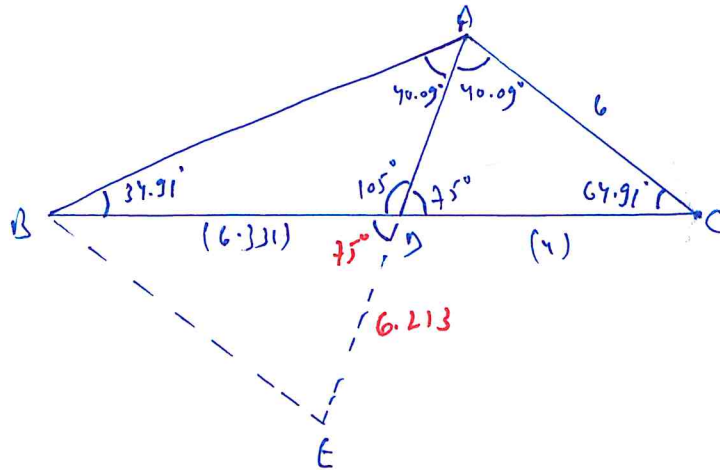
$$DB = \frac{5.626 \cdot \sin 40.09^\circ}{\sin 34.91^\circ}$$

$$DB = 6.331$$

למידע על פסיכומטרי
 ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.





$S_{BDE} = 19$ $S_{ADC} = ?$

$BE = ?$

$\angle BDE = \angle ADC = 75^\circ$

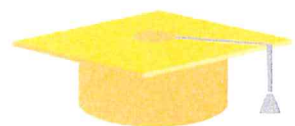
שני זוויות (בניכונת שני זוויות)

נניח כי $\angle BDE = \angle ADC = 75^\circ$ (שני זוויות בניכונת שני זוויות)

$S_D = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin \alpha$

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



$$S_{BDE} = \frac{1}{2} \cdot DB \cdot DE \cdot \sin \angle BDE$$

$$\Downarrow$$

$$19 = \frac{1}{2} \cdot 6.331 \cdot DE \cdot \sin 75^\circ$$

$$19 = 3.058 DE \quad / : 3.058$$

$$DE = 6.213$$

ΔBDE :

לפי משפט הסינוסים:

$$(BE)^2 = (DB)^2 + (DE)^2 - 2 \cdot DB \cdot DE \cdot \cos \angle BDE$$

$$\Downarrow$$

$$(BE)^2 = (6.331)^2 + (6.213)^2 - 2 \cdot 6.331 \cdot 6.213 \cdot \cos 75^\circ$$

$$(BE)^2 = 58.12$$

$$BE = \sqrt{58.12} = 7.637$$

$$BE = 7.637$$



6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{2x^2 - 3x - 9}{x^2}$

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.
- ג. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
- ד. מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.
- ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ו. נתון כי הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g'(x) = f(x)$
($g'(x)$ ו- $g(x)$ מוגדרות באותו התחום).
העבירו משיקים לגרף הפונקציה $g(x)$ המקבילים לציר ה- x .
מה הם שיעורי ה- x של נקודות ההשקה של המשיקים האלה? נמק.

א) תחום ההגדרה: $x \neq 0$

ב) אסימפטוטה אנכית נקבעת על-פי האופס אולי

האנכית, אך לא אופס אולי: $x = 0$

אסימפטוטה אופקית נקבעת מיחס המקצמים של המצקות

המקורות במונה ובמכנה:

$$y = \frac{2}{1} \rightarrow y = 2$$

ד) מצואת נק' החיתוך עם ציר ה- x נציב $y = 0$:

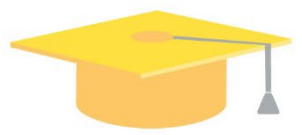
$$\frac{2x^2 - 3x - 9}{x^2} = 0$$

$$2x^2 - 3x - 9 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-9)}}{2 \cdot 2}$$

$$\begin{matrix} \nearrow x_1 = 3 \\ \searrow x_2 = -1.5 \end{matrix}$$

נפתור בצורת נוסחת השורשים:



המשק מסתם לא שאלה 6:

נקודות החיתוך עם הצירים הן: $(3, 0)$ $(-1.5, 0)$

אין נק' חיתוך עם ציר ה-y כיון ש $x \neq 0$
 3) נשור את הפונקציה ע"י כפל משת"מ:

$$f'(x) = \frac{(4x-3)x^2 - 2x(2x^2-3x-9)}{(x^2)^2} = \frac{4x^3 - 3x^2 - 4x^3 + 6x^2 + 18x}{x^4}$$

$$f'(x) = \frac{3x^2 + 18x}{x^4}$$

למצוא נקודות קיצון של הפונקציה
 אנו חוצים את המכנה:

$$f'(x) = 0$$

$$0 = \frac{3x^2 + 18x}{x^4}$$

$$\cdot x^4 \quad (x \neq 0)$$

$$0 = x(3x + 18)$$

~~$x = 0$~~
 נכנס
 במעלה ת.ה.

$$\begin{aligned} 3x + 18 &= 0 \\ 3x &= -18 \\ x &= -6 \end{aligned}$$



המשק שאם ה 6 סעיף 3

נמצא את שיזור ה g בעזרת הצבה במוקדיו:

$$f(-6) = \frac{2(-6)^2 - 3 \cdot (-6) - 9}{(-6)^2} = 2.25$$

נקבע את סוגה כאמצעות טבלה:

x	-7	-6	-1	0	1
$f'(x)$	+	0	-		+
$f(x)$	↗	max	↘		↗

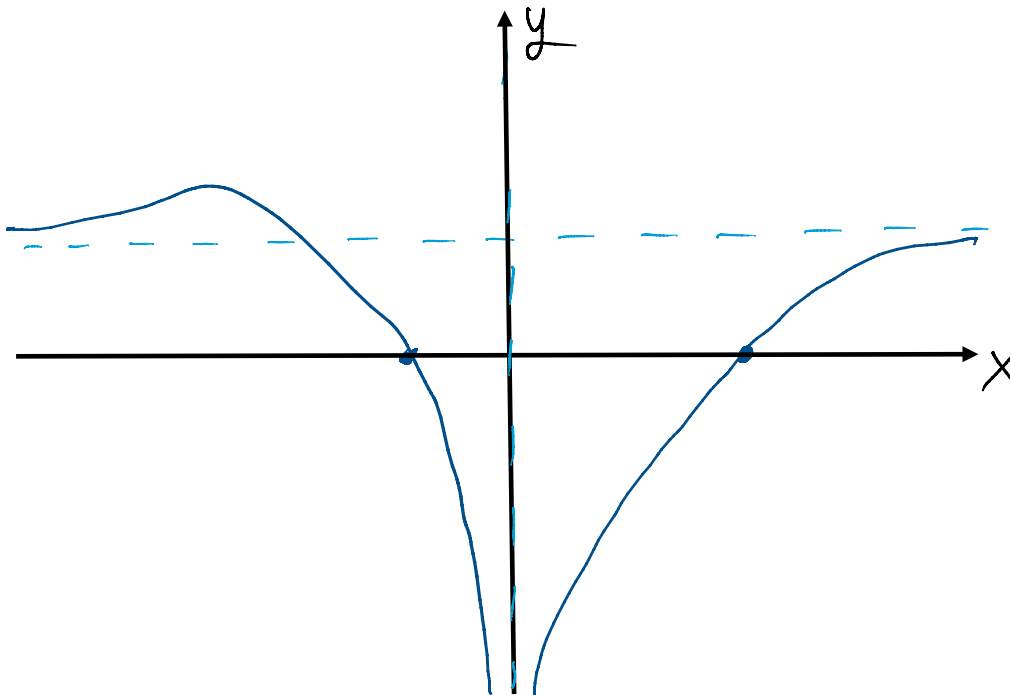
נקודת הקיצון

$$(-6, 2.25)$$

היא

והיא נקודת מקסימום

ה)



המשק בתריון שאולה א

① שיכוננו א משק התקנים עציר ה א יהיה אפס.

כיוון ש- $g(x) = f(x)$ ש'צורר' ה- א ש נה'

 ההשק ה יהיו פנקוזות נכין $g(x) = f(x) = 0$.

אפי התריון אסע'ם א, נקמל: $x = -1.5$

$x = 3$



נבדוק את סוג נק' הקיצון בעזרת נגזרת שנייה:

$$S''(t) = -12t + 16$$

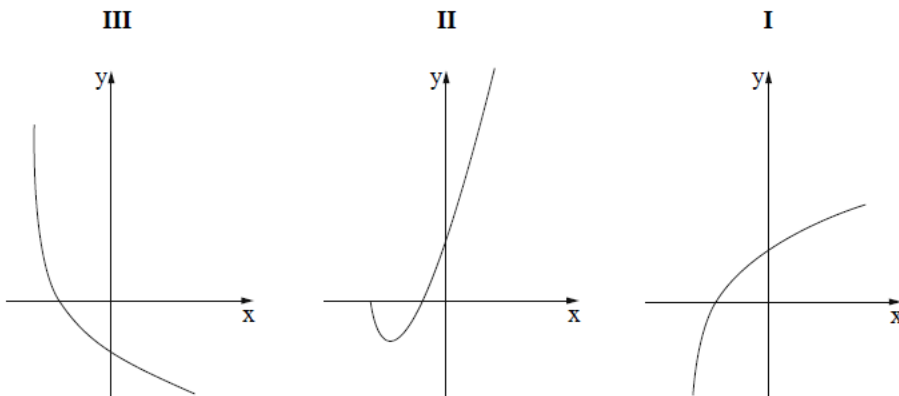
$$S''(0) = 16 \longrightarrow \text{נק' מקסימום בנק' } t=0$$

$$S''\left(\frac{8}{3}\right) = -16 \longrightarrow \text{נק' מינימום בנק' } t=\frac{8}{3}$$

כמו כן, עבור $t = \frac{8}{3}$ נקבע שיש מקסימום



7. נתונה הפונקציה $f(x) = 2x \cdot \sqrt{x+a}$, a הוא פרמטר.
- הבע באמצעות a את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 - הנקודה $(4, 20)$ נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$. מצא את a .
- הצב $a = 2.25$ בפונקציה $f(x)$, וענה על הסעיפים ג-ה.
- מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
 - מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.
 - סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
7. אחד מן הגרפים III-I שבסוף השאלה מתאר את גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$. קבע איזה מהם, ונמק את קביעתך.
- ה. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי הצירים.



Ⓐ נפתור את אי השוויון: $x+a \geq 0$

תחום המצד ג: $x \geq -a$

Ⓑ נפתור את המשוואה $f(4) = 20$

$2 \cdot 4 \cdot \sqrt{4+a} = 20 \quad / \div 8$

$\sqrt{4+a} = \frac{20}{8} \quad / ()^2$

$4+a = 6.25 \quad / -4$

$a = 2.25$



$$f(x) = 2x\sqrt{x+2.25}$$

① נק' החיתוך עם ציר y - נציב $x=0$:

$$f(0) = 0 \quad (0, 0)$$

נק' החיתוך עם ציר x - נציב $f(x)=0$:

$$0 = 2x \cdot \sqrt{x+2.25}$$

$$2x = 0$$

$$x = 0$$

$$\sqrt{x+2.25} = 0$$

$$x+2.25 = 0$$

$$x = -2.25$$

נק' החיתוך עם הצירים הן: $(-2.25, 0)$ $(0, 0)$

② נמצאות שינויי ה-x בתוך הקיבוצים נמצור את הסוגים ונשווה לאפס, לפי נגזרת של מכנה:

$$f'(x) = 2\sqrt{x+2.25} + 2x \cdot \frac{1}{2\sqrt{x+2.25}}$$

$$f'(x) = \frac{2\sqrt{x+2.25} \cdot \sqrt{x+2.25} + x}{\sqrt{x+2.25}} = \frac{2(x+2.25) + x}{\sqrt{x+2.25}}$$

נציב ונבצע מונה מולות:

$$= \frac{2x+4.5+x}{\sqrt{x+2.25}} = \frac{3x+4.5}{\sqrt{x+2.25}}$$



$$f'(x) = 0$$

$$\frac{3x+4.5}{\sqrt{x+2.25}} = 0$$

$$3x+4.5 = 0$$

$$3x = -4.5$$

$$x = -1.5$$

עמציאת שיצור ה- y נציב בסיוקציה.

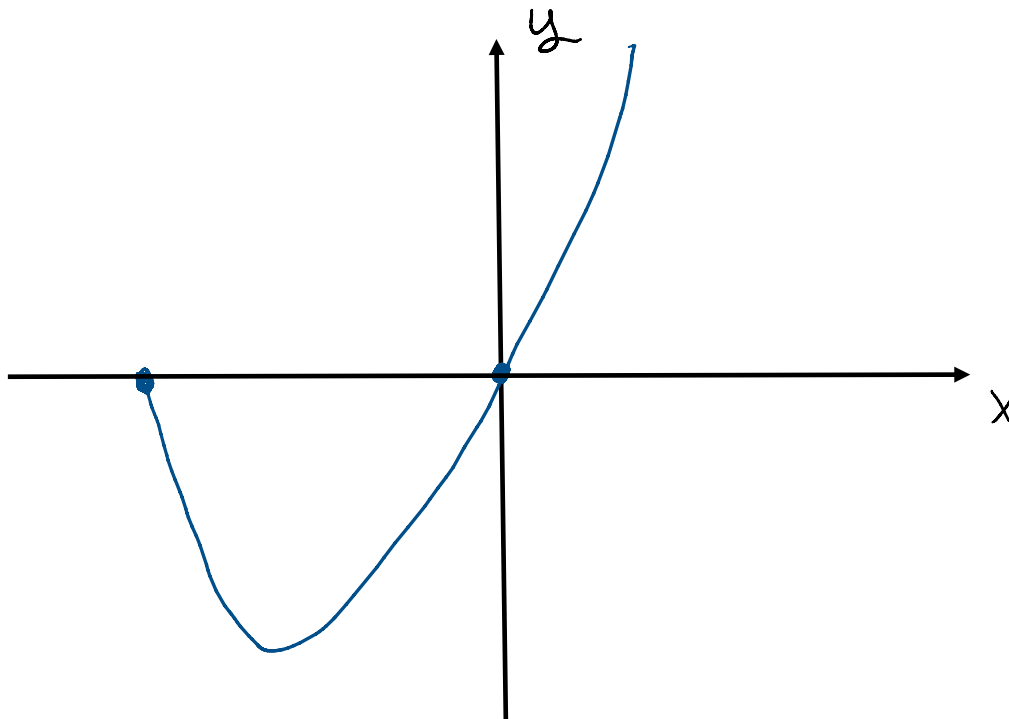
$$f(-1.5) = 2 \cdot (-1.5) \cdot \sqrt{-1.5+2.25} = -\frac{3\sqrt{3}}{2} = -2.598$$

עקבות סוג הקיצון נעזר בטבלה:

x	-2.25	-2	-1.5	0
$f'(x)$	-	-	0	+
$f(x)$	↘	↘	min	↗

נק קיצון פני'נית : $(-1.5, -2.598)$ min

נק קיצון קצה: $(-2.25, 0)$ max



(3)

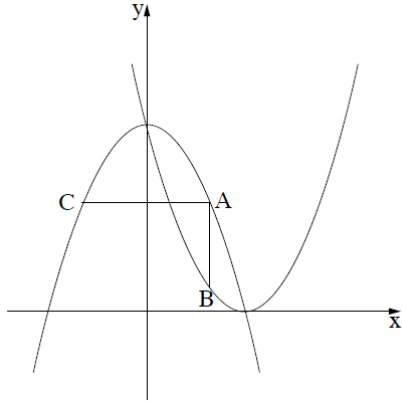


(ג) ארש I מתאר את הנלצרת. פנצרת יש אסימפוטלה אנכית בישר $x = -2.25$, ועכנ גרש II נכסס. הפונקציה עולה בתחום $x > -1.5$ ועכנ בתחום זה הנלצרת תהיה חלואית, ועכנ גרש III נכסס.

(ד) נחשב בעזרת אינטגרל מסוים של הנלצרת:

$$S = \int_{-1.5}^0 f'(x) dx = [f(x)]_{-1.5}^0 = f(0) - f(-1.5) = 0 - \left(-\frac{3\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{3\sqrt{3}}{2} \text{ יח"ל} \\
 \approx 2.598 \text{ יח"ל}$$





8. בסרטוט שלפניך מוצגים הגרפים של הפונקציות

$f(x) = -x^2 + 16$ ו- $g(x) = (x - 4)^2$.

נקודה A נמצאת ברביע הראשון על

גרף הפונקציה $f(x)$.

מן הנקודה A העבירו שני ישרים:

ישר אחד, המקביל לציר ה- y

וחותך את גרף הפונקציה $g(x)$ בנקודה B,

וישר אחר, המקביל לציר ה- x

וחותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה C

(ראה סרטוט).

נסמן את שיעור ה- x של הנקודה A ב- t .

א. הבע באמצעות t את השיעורים של הנקודות A, B ו- C.

ב. מצא את הערך של t שבעבורו שטח המשולש ABC הוא מקסימלי.

① נציג $x_A = t$ כ- $f(x)$ ונקבע:

$f(t) = -t^2 + 16$

ועכשן שיעורי הנק' A יהיו $A(t, -t^2 + 16)$

עכשן B שיעור x צריך להיות A, כיוון שהישר המחבר אותן מקביל לציר y. נק' B נמצאת על הפונקציה $g(x)$ ועכשן:

$g(t) = (t-4)^2$

שיעורי הנק' B יהיו $B(t, (t-4)^2)$

הישר המחבר את נק' C ונק' A מקביל לציר ה- x ועכשן

עכשן C שיעור y צריך להיות A, ושתייהן נמצאות על $f(x)$.

$f(x)$ היא פונקציה זוגית ועכשן סימטרית סביב ציר ה- y

מכאן נובע כי שיעור ה- x של נק' C הוא $-t$:

$f(-t) = f(t)$

שיעורי הנק' C יהיו: $C(-t, -t^2 + 16)$



ב) נבטא אור שטח המשולש ABC מצורת אורכי הזווית:

$$S_{ABC} = \frac{AB \cdot AC}{2}$$

הישר AC מקביל לציר ה-x וענן נוכח פבלא אור

$$AC = x_A - x_C = t - (-t) = 2t \quad \text{אורכו:}$$

הישר AB מקביל לציר ה-y וענן נוכח פבלא אור

$$AB = y_A - y_B = f(t) - g(t) = -t^2 + 16 - (t-4)^2 = -t^2 + 16 - (t^2 - 8t + 16)$$

$$= -t^2 + 16 - t^2 + 8t - 16 = -2t^2 + 8t \quad \text{אורכו:}$$

נציג ביטויים אלו בשטח ABC:

$$S_{ABC} = \frac{AB \cdot AC}{2} = \frac{(-2t^2 + 8t) \cdot 2t}{2} = -2t^3 + 8t^2$$

כדומה, הפונקציה המתארת את שטח המשולש היא:

$$S(t) = -2t^3 + 8t^2$$

נמצא את שיער נק' המקסימום מצורת גזירה והשוואה פאוס:

$$S'(x) = -6t^2 + 16t$$

$$S'(x) = 0$$

$$0 = -6t^2 + 16t$$

$$0 = t(-6t + 16)$$

$$\swarrow$$

$$t = 0$$

$$\downarrow$$

$$-6t + 16 = 0$$

$$6t = 16$$

$$t = \frac{8}{3}$$



נבדוק את סוג נק' הקיצון בעזרת נגזרת שנייה:

$$S''(t) = -12t + 16$$

$$S''(0) = 16 \longrightarrow \text{נק' מקסימום בנק' } t=0$$

$$S''\left(\frac{8}{3}\right) = -16 \longrightarrow \text{נק' מינימום בנק' } t = \frac{8}{3}$$

כמו כן, עבור $t = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$ נק' שטח מקסימלי

