פתרון הבחינה
במתמטיקה

חורף נבצרים, תשפ"ב, 2022, שאלון: 35382

מוגש ע"י צוות מורי המתמטיקה של "יואל גבע"

1. קבוצה של 56 תלמידים ומורים הגיעה לפעילות בבריכה העירונית.
מספר התלמידים בקבוצה היה גדול פי 6 ממספר המורים בקבוצה.

א. כמה מורים וכמה תלמידים היו בקבוצה?

מחירו של כרטיס כניסה לבריכה לתלמיד נמוך ב־ 11 שקלים ממחירו של כרטיס כניסה לבריכה למורה.
הנהלת הבריכה נתנה הנחה של 18% לכרטיס לכל אחד מן המורים בקבוצה.
בעבור כל הכרטיסים של התלמידים והמורים בקבוצה שולמו 1,927.20 שקלים.

ב. **(1)** מהו המחיר של כרטיס כניסה לבריכה לתלמיד?

(2) מהו המחיר של כרטיס כניסה לבריכה למורה, <u>לאחר ההנחה</u>?

א. נסמן ב- x את מספר המורים.
מספר התלמידים גדול פי 6 ממספר המורים,
לכן מספר התלמידים הוא $6x$.

מספר המורים והתלמידים יחד הוא 56,
ולכן המשוואה היא:

$$x+6x=56$$
$$7x=56 \quad /:7$$
$$x=8$$

מספר המורים הוא: $x=8$
מספר התלמידים הוא: $6x=6\cdot 8=48$

תשובה:

מספר המורים - 8
מספר התלמידים - 48

ב (1) נסמן ב-y את מחיר כרטיס הכניסה למורה.
(משתמשים בנעלם y כי בסעיף א' סימנו ב-x את מספר המורים).

מחיר כרטיס הכניסה לתלמיד נמוך ב-11 שקלים ממחיר הכניסה למורה, לכן מחירו הוא $y-11$.

לכל מורה ניתנה הנחה של 18%, לכן מחיר הכרטיס למורה הוא $100\%-18\%=82\%$ ממחירו המקורי כלומר 82% מתוך y.
18% מ-y הוא:

$$\frac{82}{100}\cdot y=0.82y$$

בעבור כל הכרטיסים שילמו 1,927.20 שקלים.
נמצא באמצעות x את המחיר ששילמו כל המורים ואת המחיר ששילמו כל התלמידים.

<u>קבוצת המורים:</u>

בקבוצה 8 מורים שכל אחד מהם שילם $0.82y$ לכרטיס, לכן המחיר ששילמה קבוצת המורים היא $0.82y\cdot 8 = 6.56y$

קבוצת התלמידים: בקבוצה 48 תלמידים שכל אחד מהם שילם $y-11$ שקלים, ולכן המחיר ששילמה קבוצת התלמידים היא: $48(y-11)$.

ניתן לרכז את הנתונים בטבלה:

	מחיר כרטיס	מספר האנשים	המחיר הכולל
מורים	$0.82y$	8	$8\cdot 0.82y = 6.56y$
תלמידים	$y-11$	48	$48(y-11)$

המחיר הכולל ששילמו המורים והתלמידים הוא 1,927.20, ולכן המשוואה היא:

$$6.56y + 48(y-11) = 1927.20$$

$$6.56y + 48y - 528 = 1927.20$$

$$6.56y + 48y = 1927.20 + 528$$

$54.56y = 2455.2 \quad / :54.56$

$y = 45$

מחיר כניסה לתלמיד הוא $y-11$.

נציב $y=45$ ונקבל:

$y-11 = 45-11 = 34$

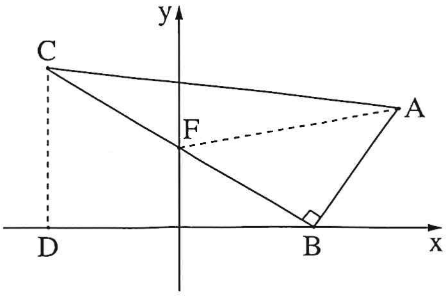
תשובה: מחיר כרטיס כניסה לתלמיד הוא 34 שקלים

(2) מחיר כניסה למורה לאחר הנחה הוא $0.82y$.

נציב $y=45$ ונקבל:

$0.82y = 0.82 \times 45 = 36.9$

תשובה: מחיר כרטיס כניסה למורה לאחר הנחה הוא 36.9 שקלים



.2 נתון משולש ישר זווית ABC $(\sphericalangle ABC = 90°)$.

הקודקוד B מונח על ציר ה־ x (ראה סרטוט).

הישר BC חותך את ציר ה־ y בנקודה F.

משוואת הישר BC היא $y = -\frac{2}{3}x + 4$.

א. מצא את שיעורי הנקודות B ו־ F.

ב. מצא את משוואת הצלע AB.

נתון: שיעור ה־ y של הנקודה A הוא 6.

ג. מצא את שיעור ה־ x של הנקודה A.

ד. חשב את שטח המשולש ABF.

נתון: הנקודה F היא אמצע הצלע BC.

מן הנקודה C הורידו אנך לציר ה־ x, החותך אותו בנקודה D.

ה. מצא את שיעורי הנקודה C.

ו. חשב את שטח המרובע $ABDF$.

א. הנקודה B נמצאת על ציר ה-x ולכן שיעור ה-y שלה הוא 0.
נציב $y=0$ במשוואת BC הנתונה:

$$y = -\frac{2}{3}x + 4$$

$$0 = -\frac{2}{3}x + 4$$

$$\frac{2}{3}x = 4 \quad / : \frac{2}{3}$$

$$x = \frac{4}{\frac{2}{3}} = 6$$

$B(6,0)$

הנקודה F נמצאת על ציר ה-y לכן $x=0$.
נציב $x=0$ במשוואת BC.

$$y=-\frac{2}{3}x+4$$
$$y=-\frac{2}{3}\cdot 0+4=4$$

$$F(0,4)$$

תשובה: $\boxed{F(0,4)\ ,\ B(6,0)}$

ב. נמצא את השיפוע של AB.
הצלע AB מאונכת לצלע BC לכן השיפוע של AB הוא הפכי ונגדי לשיפוע של BC.
משוואת BC היא $y=-\frac{2}{3}x+4$ לכן השיפוע של BC הוא $-\frac{2}{3}$.
הפכי ונגדי ל $-\frac{2}{3}$ הוא:

$$-\frac{2}{3}\xrightarrow{\text{הפכי}}-\frac{3}{2}\xrightarrow{\text{נגדי}}\frac{3}{2}=1.5$$

דרך נוספת היא בעזרת הנוסחה: $m_1\cdot m_2=-1$

$$-\frac{2}{3}\cdot m_{AB}=-1$$

$$m_{AB}=\frac{-1}{-\frac{2}{3}}=1.5$$

נמצא את משוואת AB בעזרת הנוסחה:

$$y-y_1=m(x-x_1)$$

כאשר קיבלנו $m=1.5$ והנקודה היא $B(6,0)$

$$y-0=1.5(x-6)$$

$$y=1.5x-9$$

תשובה: $\boxed{\text{משוואת AB היא } y=1.5x-9}$

ג. שיעור ה-y של הנקודה A הוא 6 עפ"י הנתון.
נציב $y=6$ במשוואת AB שמצאנו בסעיף ב'.

$$y=1.5x-9$$

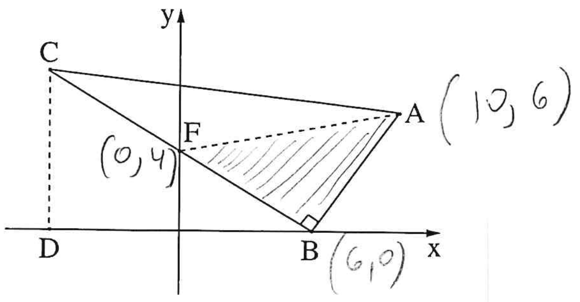
$$6=1.5x-9$$

$$-1.5x=-9-6$$

$$-1.5x=-15 \quad /:-1.5$$

$$x=10$$

תשובה: $\boxed{x_{(A)}=10}$



3. הנוסחה לחישוב שטח משולש ישר זווית

$$S_{\Delta} = \frac{\text{ניצב} \times \text{ניצב}}{2}$$

$$S_{\Delta}ABF = \frac{AB \cdot BF}{2}$$

נמצא את האורך של AB בעזרת נוסחת המרחק:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

נציב בנוסחה את הנקודות $A(10,6)$, $B(6,0)$

$$d_{AB} = \sqrt{(10-6)^2 + (6-0)^2} = \sqrt{52} = 7.211$$

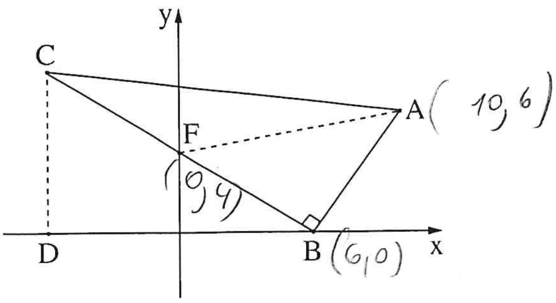
נמצא את האורך של BF, כאשר שיעורי הנקודות הם: $B(6,0)$ $F(0,4)$

$$d_{BF} = \sqrt{(6-0)^2 + (0-4)^2} = \sqrt{52} = 7.211$$

נחשב את שטח המשולש:

$$S_{\Delta}ABF = \frac{7.211 \times 7.211}{2} = 26$$

תשובה: $\boxed{\text{שטח המשולש הוא 26.}}$



ה. הנקודה F היא האמצע של הצלע BC.
נעזר בנוסחת אמצע קטע למציאת הנקודה C.
קיבלנו בסעיפים קודמים:
B(6,0)
F(0,4)
נוסחת אמצע קטע:

$$y_F = \frac{y_B + y_C}{2} \qquad x_F = \frac{x_B + x_C}{2}$$

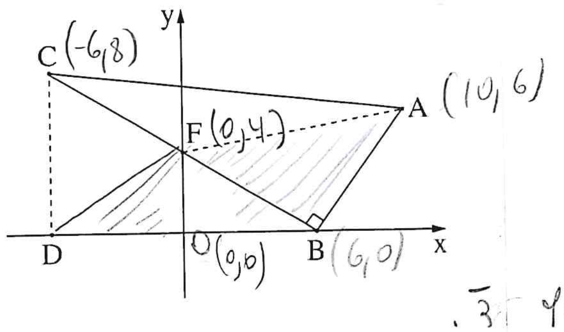
$$4 = \frac{0 + y_C}{2} \quad / \cdot 2 \qquad 0 = \frac{6 + x_C}{2} \quad / \cdot 2$$

$$8 = 0 + y_C \qquad 0 = 6 + x_C$$

$$8 = y_C \qquad -6 = x_C$$

תשובה: $\boxed{C(-6,8)}$

ו. נחשב את שטח המרובע ABDF
בעזרת חיבור שטחי שני המשולשים:



$$S_{\text{מרובע}} = S_{\Delta} ABF + S_{\Delta} FDB$$

את שטח משולש ABF מצאנו בסעיף ד'.

נמצא את שטח משולש FDB

הנוסחה לחישוב שטח משולש היא:

$$S = \frac{\text{צלע} \times \text{גובה לצלע}}{2}$$

$$S_\Delta FDB = \frac{DB \cdot FO}{2}$$ (O - ראשית הצירים)

נמצא תחילה את שיעור ה-x של הנקודה D.

CD אנך לציר ה-x ולכן

$$X_{(D)} = X_{(C)} = -6$$

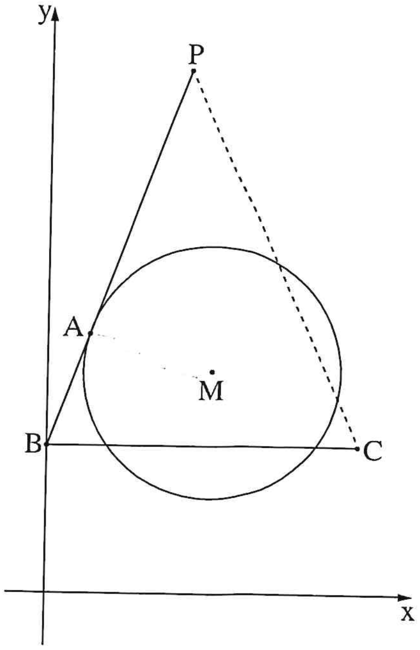
$$BD = X_{(B)} - X_{(C)} = 6-(-6) = 12$$

$$FO = Y_F - Y_O = 4-0=4$$

$$S_\Delta FDB = \frac{12 \cdot 4}{2} = 24$$

$$S_{\text{מרובע}} = S_\Delta ABF + S_\Delta FDB = 26+24 = 50$$

תשובה: $\boxed{\text{שטח המרובע הוא 50}}$



3. נתון מעגל שמרכזו בנקודה $M(4, 6)$.

הנקודה $A(1, 7)$ נמצאת על המעגל (ראה סרטוט).

א. **(1)** מצא את אורך רדיוס המעגל.

(2) מצא את משוואת המעגל.

דרך הנקודה A עובר משיק למעגל.

ב. **(1)** מצא את שיפוע הרדיוס AM .

(2) מצא את משוואת המשיק למעגל דרך הנקודה A .

המשיק חותך את ציר ה־ y בנקודה B .

ג. מצא את שיעורי הנקודה B .

הישר שמשוואתו $y = -2x + 19$ (הישר המקווקו בסרטוט)

חותך את המשיק בנקודה P .

ד. מצא את שיעורי הנקודה P .

הנקודה C נמצאת על הישר $y = -2x + 19$ כך ש־ BC מקביל לציר ה־ x .

ה. **(1)** מצא את אורך הקטע BC .

(2) חשב את שטח המשולש BCP .

א. (1) נמצא את אורך הרדיוס AM, בעזרת נוסחת המרחק

$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

נציב בנוסחה את הנקודות הנתונות $A(1,7)$ $M(4,6)$

$$d_{AM}=\sqrt{(4-1)^2+(6-7)^2}=\sqrt{10}=3.162$$

תשובה: $\boxed{R=\sqrt{10}=3.162}$

(2) הנוסחה למשוואת מעגל היא:

$$(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$$

נציב בנוסחה את שיעורי מרכז המעגל $M(4,6)$
ואת רדיוסו $\sqrt{10}=3.162$ שקיבלנו בסעיף קודם.

$$(x-4)^2+(y-6)^2=3.162^2$$

$$(x-4)^2+(y-6)^2=10$$

תשובה: $\boxed{\text{משוואת המעגל: } (x-4)^2+(y-6)^2=10}$

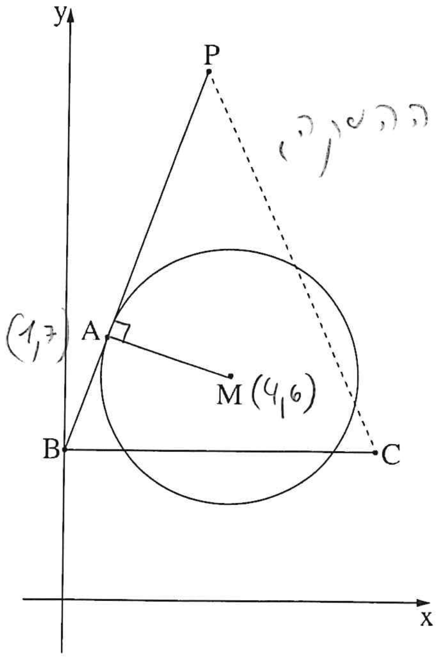
ב. (1) נמצא את שיפוע הרדיוס AM בעזרת הנוסחה למציאת שיפוע עפ"י 2 נקודות.

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

נציב את הנקודות $A(1,7)$ $M(4,6)$

$$m=\frac{7-6}{1-4}=\frac{1}{-3}=-\frac{1}{3}$$

תשובה: $\boxed{\text{השיפוע של הרדיוס הוא } -\frac{1}{3}}$



(2) המשיק מאונך לרדיוס בנקודת ההשקה
ולכן השיפוע של המשיק הוא
הופכי ונגדי לשיפוע של AM.

$m_{AM} = -\frac{1}{3}$ לפי ב(1)

$-\frac{1}{3} \xrightarrow{\text{הופכי}} -\frac{3}{1} \xrightarrow{\text{נגדי}} +3$

או בעזרת הנוסחה $m_1 \cdot m_2 = -1$

$-\frac{1}{3} \cdot m_{\text{משיק}} = -1$

$m_{\text{משיק}} = \frac{-1}{-\frac{1}{3}} = 3$

נמצא את משוואת המשיק בעזרת הנוסחה למשוואת ישר:

$y - y_1 = m(x - x_1)$

כאשר $A(1,7)$ $m = 3$

$y - 7 = 3(x - 1)$

$y - 7 = 3x - 3$

$y = 3x + 4$

תשובה: $\boxed{\text{משוואת המשיק היא } y = 3x+4}$

2. הנקודה B היא נקודת החיתוך של המשיק
עם ציר ה-y לכן שיעור ה-x הוא 0.

B(0,)

נציב $x=0$ במשוואת המשיק ונקבל את y.

$$y=3x+4$$
$$y=3\cdot 0+4=4$$
$$B(0,4)$$

תשובה: $\boxed{B(0,4)}$

3. הנקודה P היא נקודת חיתוך (מפגש) בין
הישרים BP ו-CP.
נמצא את נקודת החיתוך ע"י פתרון מערכת המשוואות
של שני הישרים:

עפ"י ק (2)
נתון

$$\begin{cases} BP: & y=3x+4 \\ CP: & y=-2x+19 \end{cases}$$

$$3x+4=-2x+19$$
$$3x+2x=19-4$$
$$5x=15 \quad /:5$$

$x=3$

נציב $x=3$ באחת המשוואות

$y=3\cdot3+4=13$

$P(3,13)$

תשובה: $\boxed{\text{שיעורי הנקודה } P \text{ הם } (3,13)}$

ה. (1) כדי למצוא את האורך של BC יש לדעת את שיעורי הנקודות B ו- C.

שיעורי הנקודה B הם $(0,4)$ עפ"י סעיף ג.

BC מקביל לציר ה-X עפ"י הנתון ולכן:

$$X_C=Y_B=4$$

נציב $y=4$ במשוואת PC ונקבל את שיעור ה-X של הנקודה C.

$$y=-2x+19$$
$$4=-2x+19$$
$$2x=19-4$$
$$2x=15 \quad /:2$$

$X=7.5$

שיעורי הנקודה C הם $(7.5,4)$

נמצא את האורך של BC

$BC = X_C - X_B = 7.5 - 0 = 7.5$

תשובה: $BC = 7.5$

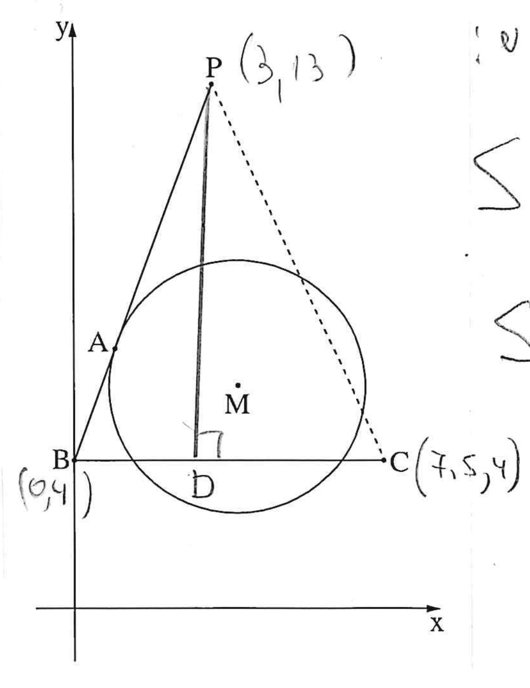
(2) הנוסחה לחישוב שטח משולש:

$$S = \frac{\text{בסיס} \times \text{גובה לבסיס}}{2}$$

$$S_{\Delta}ABC = \frac{BC \cdot PD}{2}$$ PD גובה לבסיס BC

עפ״י סעיף קודם $BC = 7.5$

$PD = Y_P - Y_D$



D נמצאת על ישר המקביל לציר x, לכן

$Y_D = Y_B = 4$

$PD = 13 - 4 = 9$

נציב בנוסחה ונקבל:

$$S_{\Delta ABC} = \frac{7.5 \times 9}{2} = 33.75$$

תשובה: $\boxed{\text{שטח המשולש הוא } 33.75}$

4. נתונה הפונקציה $f(x)=10\sqrt{x}-2.5x$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה־ y .

ג. מצא את שיעורי נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה־ x בנקודה $A(0,0)$ ובנקודה נוספת, B .

ד. איזו מן הנקודות **(1)**–**(3)** שלפניך היא הנקודה B ? נמק.

(1) $(1,0)$

(2) $(9,0)$

(3) $(16,0)$

ה. דרך הנקודה B העבירו משיק לגרף הפונקציה $f(x)$.

(1) מצא את שיפוע המשיק.

(2) מצא את משוואת המשיק.

א. אין שורש ריבועי למספר שלילי ולכן הביטוי שמתחת לשורש צריך להיות חיובי או שווה 0,
מכאן שתחום ההגדרה הוא $X\geq0$.

תשובה: $X\geq0$

ב. בנקודת חיתוך עם ציר y שיעור ה-X הוא 0.

נציב $X=0$ בפונקציה הנתונה ונקבל את שיעור ה-Y.

$f(0)=10\sqrt{0}-2.5\cdot0=0$

שיעורי הנקודה הם $(0,0)$.

תשובה: הנקודה היא (0,0).

ג. כדי למצוא את נקודת הקיצון נשווה את הנגזרת ל- 0.

נגזור את הפונקציה:

$$f(x)=10\sqrt{x}-2.5$$

$$f'(x)=\frac{\cancel{10}}{\cancel{2}\sqrt{x}}-2.5$$

$$f'(x)=\frac{5}{\sqrt{x}}-2.5$$

$$\frac{5}{\sqrt{x}}-2.5=0 \quad /\sqrt{x}$$

$$5-2.5\sqrt{x}=0$$

$$-2.5\sqrt{x}=-5 \quad /:-2.5$$

$$\sqrt{x}=\frac{-5}{-2.5}$$

$$\sqrt{x}=2 \quad /x^2$$

$$x=2^2$$

$$x=4$$

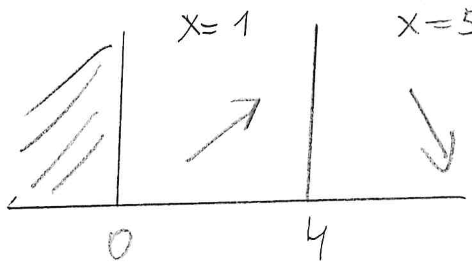
נציב בפונקציה המקורית $x=4$ ונקבל את שיעור ה- y של הנקודה.

$$f(4) = 10\sqrt{4} - 2.5 \cdot 4$$

$$f(4) = 10$$

הנקודה היא $(4,10)$.

נקבע האם היא מסוג מינימום או מקסימום
בעזרת טבלת עליה וירידה



$$f'(x) = \frac{5}{\sqrt{x}} - 2.5$$

$$f'(x=1) = \frac{5}{\sqrt{1}} - 2.5 = 2.5$$

השיפוע חיובי לכן הפונקציה עולה

$$f'(x=5) = \frac{5}{\sqrt{5}} - 2.5 = -0.26$$

השיפוע שלילי לכן הפונקציה יורדת
הפונקציה עוברת מעליה לירידה לכן הנקודה
היא נקודת מקסימום.

תשובה: $\boxed{\text{נקודת הקיצון היא } (4,10) \text{ מסוג מקסימום}}$

ד. נציב את הנקודות בפונקציה ונראה מי מהנקודות מקיימת את המשוואה

$$f(x) = 10\sqrt{x} - 2.5x$$

$(1,0) \longrightarrow$ $0 \overset{?}{=} 10\cdot\sqrt{1} - 2.5\cdot 1$

$0 \neq 7.5$

$(9,0) \longrightarrow$ $0 \overset{?}{=} 10\sqrt{9} - 2.5\cdot 9$

$0 \neq 7.5$

$(16,0) \longrightarrow$ $0 \overset{?}{=} 10\sqrt{16} - 2.5\cdot 16$

$0 = 0$

הנקודה $(16,0)$ מקיימת את המשוואה ולכן שיעורי הנקודה B הם $B(16,0)$.

תשובה: $\boxed{B(16,0) \text{ – תשובה } (3)}$

ה. (1) כדי למצוא את שיפוע המשיק בנקודה B,
נציב את שיעור ה-x של הנקודה B
בנגזרת של הפונקציה.

$$f'(x)=\frac{5}{\sqrt{x}}-2.5$$

שיעורי הנקודה B מסעיף קודם הם $B(16,0)$

$$f'(16)=\frac{5}{\sqrt{16}}-2.5=-1.25$$

תשובה: $\boxed{\text{שיפוע המשיק הוא } -1.25}$

(2) נמצא את משוואת המשיק בעזרת השיפוע
$m=-1.25$ שקיבלנו בסעיף קודם, והנקודה $B(16,0)$
שקיבלנו בסעיף ג.

נציב את הנתונים במשוואת הישר

$$y-y_1=m(x-x_1)$$
$$y-0=-1.25(x-16)$$
$$y=-1.25x+20$$

תשובה: $\boxed{\text{משוואת המשיק הוא } y=-1.25x+20}$

5. נתונה הפונקציה $f(x) = -4x^3 + 30x^2 - 72x + 56$.

הנקודה B היא נקודת מקסימום של הפונקציה $f(x)$ (ראה סרטוט).

א. מצא את שיעורי הנקודה B .

ב. הישר $y = -4x + 14$ עובר דרך הנקודה B,

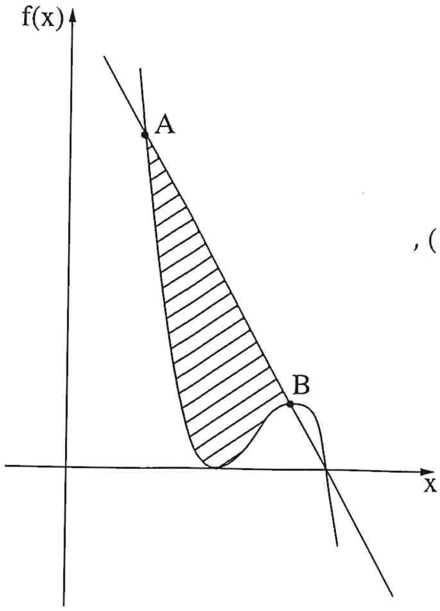
וחותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה A ששיעוריה הם $(1 , 10)$,

כמתואר בסרטוט.

חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$

ועל ידי הישר $y = -4x + 14$ בין הנקודה A לנקודה B

(השטח המקווקו בסרטוט).



א. כדי למצוא את נקודת הקיצון של הפונקציה, נגזור את הפונקציה ונשווה את הנגזרת ל-0.

$$f(x) = -4x^3 + 30x^2 - 72x + 56$$

$$f'(x) = -12x^2 + 60x - 72$$

$$-12x^2 + 60x - 72 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-60 \pm \sqrt{60^2 - 4(-12)(-72)}}{2(-12)} = \frac{-60 \pm 12}{-24}$$

$$x_1 = \frac{-60+12}{-24} = 2$$

$$x_2 = \frac{-60-12}{-24} = 3$$

לפי הגרף נקודת המקסימום נמצאת מימין לנקודת המינימום, ולכן לנקודת המקסימום מתאים הפתרון

$x=3$

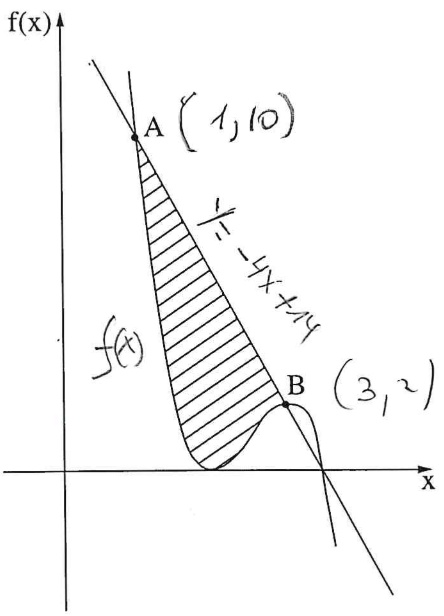
(הערה: אפשר גם להיעזר בטבלת עלייה וירידה)

כדי למצוא את שיעור ה-y של הנקודה נציב $x=3$ בפונקציה הנתונה:

$$f(3) = -4\cdot3^3+30\cdot3^2-72\cdot3+56=2$$

שיעורי הנקודה B הינן $(3,2)$

תשובה $\boxed{B(3,2)}$



ד. גבולות האינטגרל:

$$\int_1^3$$

הפרש הפונקציות:

$$(-4x+14)-(-4x^3+30x^2-72x+56)=$$

$$-4x+14+4x^3-30x^2+72x-56=$$

$$4x^3-30x^2+68x-42$$

נחשב את השטח:

$$\int_1^3 (4x^3-30x^2+68x-42)\,dx = \left[\frac{4x^4}{4}-\frac{30x^3}{3}+\frac{68x^2}{2}-42x\right]_1^3$$

אחרי צמצום נקבל:

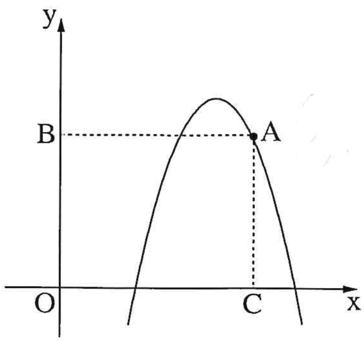
$$\left[x^4-10x^3+34x^2-42x\right]_1^3 =$$

נציב את הגבולות:

$$(3^4-10\cdot3^3+34\cdot3^2-42\cdot3)-(1^4-10\cdot1^3+34\cdot1^2-42\cdot1)$$

$$-9-(-17)=-9+17=8$$

תשובה: $\boxed{\text{השטח הוא } 8}$



6. בסרטוט שלפניך מתואר גרף הפונקציה $y = -x^2 + 9x - 15$.
הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה ברביע הראשון.
הנקודה B נמצאת על ציר ה־ y , והנקודה C נמצאת על ציר ה־ x
כך שהמרובע ABOC הוא מלבן (O ראשית הצירים).
נסמן ב־ x את שיעור ה־ x של הנקודה A .

א. הבע באמצעות x את שיעור ה־ y של הנקודה A .

ב. מצא את שיעורי הנקודה A , שבעבורם שטח המלבן ABOC הוא מקסימלי.

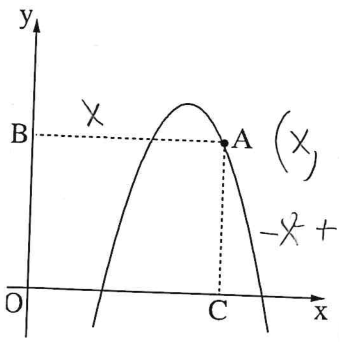
ג. האם שטח המלבן ABOC יכול להיות 30 ? נמק.

א. שיעור ה-y של הנקודה A הוא:

$-x^2+9x-15$

ב. הנוסחה לחישוב שטח המלבן היא:

$S = AB \cdot AC$



$A\ (x,\ -x^2+9x-15)$

אורך הצלע AB הוא שיעור ה-x של הנקודה A, כלומר x.

אורך הצלע AC הוא שיעור ה-y של הנקודה A, כלומר $-x^2+9x-15$

אם כך הפונקציה $f(x)$ שתתאר את שטח המלבן היא:

$f(x) = x(-x^2+9x-15)$

שטח המלבן $f(x) = -x^3 + 9x^2 - 15x$

כדי למצוא את שיעורי הנקודה A שבעבורם שטח המלבן הוא מקסימלי, נגזור את הפונקציה ונשווה את הנגזרת ל-0.

$$f'(x) = -3x^2 + 18x - 15$$

$$-3x^2 + 18x - 15 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-18 \pm \sqrt{18^2 - 4(-3)(-15)}}{2(-3)} = \frac{-18 \pm 12}{-6}$$

$$x_1 = \frac{-18+12}{-6} = 1 \qquad x_2 = \frac{-18-12}{-6} = 5$$

נמצא מי מהנקודות היא נקודת מקסימום בעזרת טבלת עליה וירידה.

$x=0$	1	$x=2$	5	$x=6$
↘		↗		↘

$f'(x) = -3x^2 + 18x - 15$

$f'(0) = -3 \cdot 0^2 + 18 \cdot 0 - 15 = -15$ הפונק' יורדת

$f'(2) = -3 \cdot 2^2 + 18 \cdot 2 - 15 = 9$ הפונק' עולה

$f'(6) = -3 \cdot 6^2 + 18 \cdot 6 - 15 = -15$ הפונק' יורדת

קיבלנו שנקודת המקסימום מתקבלת עבור $X=5$.

נציב ונקבל את שיעורי הנקודה A.

$$A\left(x, -x^2+9x-15\right)$$

$$A\left(5, -5^2+9\cdot5-15\right)$$

$$A(5,5)$$

תשובה: $\boxed{\text{שיעורי הנקודה A הוא } (5,5)}$

ג. נמצא את שטח המלבן המקסימלי.

נציב $X=5$ בפונקציה המתארת את שטח המלבן.

הפונקציה שקיבלנו היא

$$f(x) = -x^3+9x^2-15x$$

$$f(5) = -5^3+9\cdot5^2-15\cdot5 = 25$$

השטח <u>המקסימלי</u> של המלבן הוא 25, לכן השטח אינו יכול להיות 30.

תשובה: $\boxed{\text{השטח אינו יכול להיות } 30}$