

פתרון הבחינה

במתמטיקה

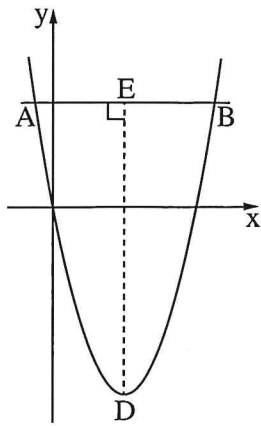
מועד מיוחד תשפ"א, 2021, שאלון: 35381

מוגש ע"י צוות מורי המתמטיקה של "יואל גבע":
יואל גבע, ארד טלמון, ריקי טל, אביחי כהן, קובי שרוני, אודי נעים, יאיר גולני, רועי גבע

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.





1. נתונה פרבולה שהמשוואה שלה היא $y = x^2 - 6x$.

הישר $y = 7$ חותך את הפרבולה בשתי נקודות A ו-B (ראה ציור).

- א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.
- ב. הנקודה D היא קודקוד הפרבולה. מצא את שיעורי הנקודה D.
- ג. DE מאונך ל-AB, כמתואר בציור. מצא את האורך של DE.
- ד. מצא את שטח המשולש ADB.

א. A ו-B הן נקודות החיתוך בין הפרבולה לישר, ולכן כפי שצונו אלוהן נפתור את המשוואה שלהן.

$$\begin{cases} y = x^2 - 6x & \text{פרבולה} \\ y = 7 & \text{ישר} \end{cases}$$

$$x^2 - 6x = 7$$

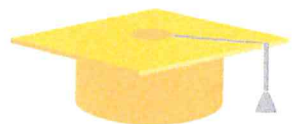
$$x^2 - 6x - 7 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-7)}}{2 \cdot 1} = \frac{6 \pm 8}{2}$$

$$x_1 = 7 \quad x_2 = -1$$

A נמצאת ממעלה ל-B ולכן שיעורי ה-x שלה קטן יותר משיעורי ה-x של הנקודה B.

מטאן נקודות: A(-1, 7) B(7, 7)



תשובה: $B(7,7) \quad A(-1,7)$

ג. נמצא את שיעור ה- x של קווקו הכרזוה באמצעות הנוסחה:

קווקו $X = \frac{-b}{2a}$

קווקו $X_D = \frac{-(-6)}{2 \cdot 1} = \frac{6}{2} = 3$

כדי למצוא את שיעור ה- y של עקלית הקווקו לביק $x=3$ במשוואת הכרזוה יקבל:

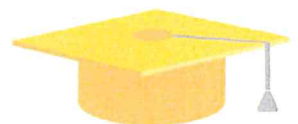
$y = x^2 - 6x$

$y(x=3) = 3^2 - 6 \cdot 3 = -9$

תשובה: $D(3,-9)$

ד. $DE = y(E) - y(D)$

הנקודה E נמצאת על הישר $y=7$, ולכן שיעור ה- x של הנקודה D הוא 7. $y(D) = -9$ זכור סעיף ק.



$$DE = 7 - (-9) = 16$$

$$\boxed{DE = 16}$$

תשובה:

3. הנוסחה לחישוב שטח משולש היטל:

$$S = \frac{\text{הגובה} \times \text{בסיס}}{2}$$

$$S_{\Delta ADB} = \frac{AB \cdot ED}{2}$$

$$AB = X_{(B)} - X_{(A)}$$

$$X_B = 7 \quad X_A = -1 \quad \text{ע"פ סעיף ט'$$

$$AB = 7 - (-1) = 8$$

$$ED = 16$$

ע"פ סעיף ט"

נציב בנוסחה ונקבל:

$$S_{\Delta ADB} = \frac{8 \cdot 16}{2} = 64$$

$$\boxed{64 \text{ שטח המשולש הוא}} \quad \text{תשובה:}$$



2. יוסי קנה שואב אבק בתשלומים חודשיים, והם מהווים סדרה חשבונית. בחודשים השלישי והרביעי שילם יוסי 570 שקלים סך הכול. בחודש השישי שילם יוסי 440 שקלים.
- כמה שקלים שילם יוסי בחודש הראשון?
 - כמה שקלים שילם יוסי בחודש השני?
 - בכמה תשלומים קנה יוסי את שואב האבק?

א. בחודשים השלישי והרביעי שילם יוסי 570 שקלים
אנן המטאלאג היא :

$$a_3 + a_4 = 570$$

ניצור בנוסחה האיבר הנ"ל סדרה חשבונית:

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_3 = a_1 + (3-1)d = a_1 + 2d$$

$$a_4 = a_1 + (4-1)d = a_1 + 3d$$

נציב במטאלאג הנקרא :

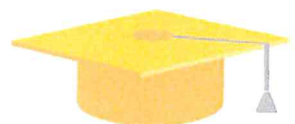
$$a_1 + 2d + a_1 + 3d = 570$$

$$2a_1 + 5d = 570$$

בחודש השישי שילם יוסי 440 שקלים, אנן

$$a_6 = 440$$

אפי נוסחה האיבר הנ"ל a_n נקרא :



$$a_1 + (6-1)d = 440$$

$$a_1 + 5d = 440$$

נפתור את מערכת המשוואות הבאה:

$$\begin{cases} 2a_1 + 5d = 570 \\ a_1 + 5d = 440 \end{cases} \quad /-1$$

$$\begin{array}{r} 2a_1 + 5d = 570 \\ + \quad -a_1 - 5d = -440 \\ \hline a_1 = 130 \end{array}$$

נציב $a_1 = 130$ במשוואת הקצה של d

$$a_1 + 5d = 440 \quad (\text{בחרו במשוואה})$$

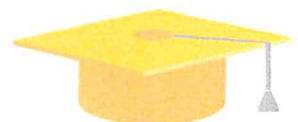
$$130 + 5d = 440$$

$$5d = 310 \quad /:5$$

$$d = 62$$

תשובה: בחוגג הולדתו של יואל 130 שקלים

ב. בחוגג הולדתו של יואל 130 שקלים.
הפרט הסדרה הוא 62 (זכוי 440 שקלים)
אכן בחוגג הטני של יואל $130 + 62 = 192$



אנטי ג' אר היצרי קנוסחה: $a_2 = a_1 + d$

$$a_2 = 130 + 62 = 192$$

תשובה: קחו צט הטנו טיל ק 192 טקיל

ג. קחו צט האתרון טיל ק יוס 564 טקיל

$$a_n = 564$$

צפ' נוסחה האיקר הכללי

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_1 = 130 \quad (3 \text{ ק})$$

$$d = 62$$

$$130 + (n-1)62 = 564 \quad (\text{קבל:})$$

$$130 + 62n - 62 = 564$$

$$62n = 564 - 130 + 62$$

$$62n = 496 \quad /: 62$$

$$n = \frac{496}{62}$$

$$n = 8$$

תשובה: יוס קנה אט שואק האקן ק 8 גטלומ





3. אלעד לקח הלוואה מן הבנק בסך 400,000 שקלים.
בכל שנה הוא הקטין את חובו לבנק ב-14%.

א. מה היה החוב של אלעד לבנק שנתיים לאחר שלקח את ההלוואה?

ב. (1) מה היה החוב של אלעד לבנק 13 שנים לאחר שלקח את ההלוואה?

(2) 13 שנים לאחר שלקח את ההלוואה, קיבל אלעד 50,000 שקלים מקרן השתלמות.

האם סכום זה יספיק לאלעד כדי להחזיר את יתרת החוב שלו לבנק? נמק.

א. הפסטי היתחלת של ההלוואה הוא 400,000 שקלים

$$M_0 = 400,000$$

בכל שנה הקטין את חובו לבנק ב-14% כלומר

אנחנו קטנים את החוב ב-14% כל שנה.

נמצא את q בעזרת הנוסחה:

$$q = \frac{100 - P}{100} \quad P = 14\%$$

$$q = \frac{100 - 14}{100} = 0.86$$

ענינו זמנא את החוב שאנו שנתיים, כלומר

ענינו זמנא את M_2 .

ניצרי נוסחה:

$$M_t = M_0 q^t$$

(ציב):

$$M_2 = 400,000 \cdot 0.86^2$$

$$M_0 = 400,000$$

$$M_2 = 295,840$$

$$q = 0.86$$

$$t = 2$$



תשובה: החלק לאחר שנת"ם הוא 295,840 שקלים

ק.ק. (1) עדינו זמבא אה החלק לאחר 13 שנה, נזמו
עדינו זמבא אה M_{13} .

$$M_{13} = M_0 q^{13}$$

$$M_{13} = 4000000 \cdot 0.86^{13}$$

$$M_{13} = 56,304$$

(3 ק)

$$M_0 = 4000000$$

$$q = 0.86$$

$$t = 13$$

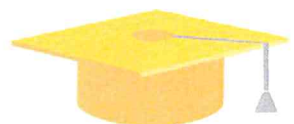
תשובה: החלק לאחר 13 שנים הוא 56,304 שקלים

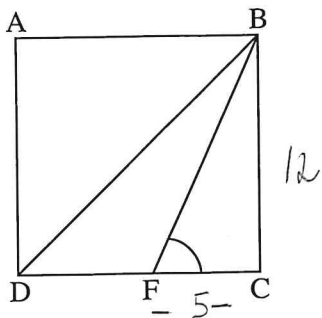
(2) הסכום שניתרואו אטאס לאחר 13 שנים הוא

56,304 שקלים (ענ"ה סע"ל ק.ק.)

אע"ז קיבא 50,000 באק, וזאנן הסכום זא יסביק
אהצוי אה יתבת החלק.

תשובה: הסכום שיקבא לא יסביק כזו אהצוי
אה יתבת החלק.





4. נתון ריבוע ABCD.

הנקודה F נמצאת על הצלע DC (ראה ציור).

נתון: $FC = 5$ ס"מ

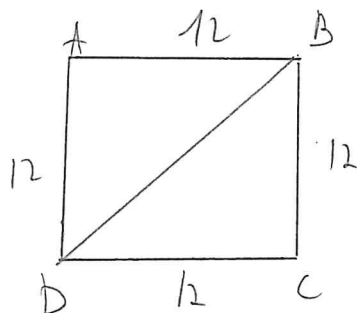
אורך צלע הריבוע הוא 12 ס"מ.

א. מצא את האורך של אלכסון הריבוע.

ב. מצא את הגודל של $\angle BFC$.

ג. מצא את זוויות המשולש BFD.

ד. מצא את שטח המשולש BFD.



א. נמצא את אלכסון הריבוע

בעזרת משפט פיתגורס

במשולש BCD :

$$BD^2 = 12^2 + 12^2$$

$$BD^2 = 288$$

$$BD = \sqrt{288}$$

$$BD = 16.97$$

הטובה: אורך האלכסון 16.97 ס"מ

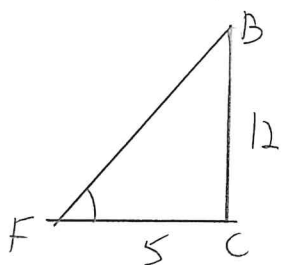
ב. נמצא את הזווית $\angle BFC$ במשולש ישר הזווית

BFC, כ"א ישר $\angle C = 90^\circ$, $BC = 12$, $FC = 5$

נשתמש בתורת הנגזרות

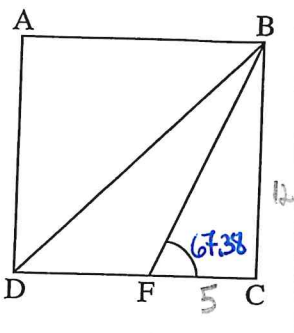
$$\tan \angle F = \frac{12}{5}$$

$$\angle F = 67.38^\circ$$



$\angle BFC = 67.38^\circ$

גטוקה:



ע. אפינסון הריקו חוצה את זווית הריקו ז'ן:

$\angle BDF = \frac{90}{2} = 45^\circ$

$\angle BFC$ זווית BFD זווית
כח/סכום 180° נשאר:

$\angle BFD = 180^\circ - \angle BFC = 180^\circ - 67.38^\circ = 112.62^\circ$

סכום זווית המשולש הוא 180° , ולכן

$\angle DBF = 180^\circ - 45^\circ - 112.62^\circ = 22.38^\circ$

גטוקה: זווית המשולש הן: $22.38^\circ, 112.62^\circ, 45^\circ$

3. הנוסחה לחיטוק נסחה משולש היא:

$$S_{\Delta} = \frac{אוקה \times ב \times ג}{2}$$

$$S_{\Delta BFD} = \frac{DF \cdot BC}{2}$$

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.

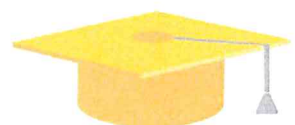


$BC = 12$ זכר היטן!

$DF = CD - FC = 12 - 5 = 7$

$\sum_{\Delta} BFD = \frac{12 \cdot 7}{2} = 42$

תשובה: טסה אטולט BFD הוא 42 נ"ס





5. בכד יש 8 כדורים צהובים, 7 כדורים שחורים ו-5 כדורים ירוקים.
מוציאים באקראי כדור אחד, מחזירים אותו לכד, ושוב מוציאים באקראי כדור אחד.
- מהי ההסתברות שבשתי הפעמים הוציאו כדור צהוב?
 - מהי ההסתברות שבשתי הפעמים הוציאו כדורים באותו צבע?
 - מהי ההסתברות שתחילה הוציאו כדור ירוק ואחריו כדור שחור?
 - מהי ההסתברות שאחד משני הכדורים שהוציאו הוא ירוק ואחד הוא שחור?

א. בכד יש 8 כדורים צהובים, 7 כדורים שחורים ו-5 כדורים ירוקים.
מספר הכדורים הכולל הוא:

$$8 + 7 + 5 = 20$$

מספר הכדורים הצהובים הוא 8, ולכן ההסתברות
להוציא כדור צהוב היא $\frac{8}{20}$,
כלומר $\frac{8}{20}$.

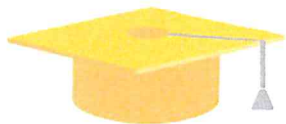
מספר הכדורים השחורים הוא 7, ולכן ההסתברות
להוציא כדור שחור היא $\frac{7}{20}$, כלומר $\frac{7}{20}$.

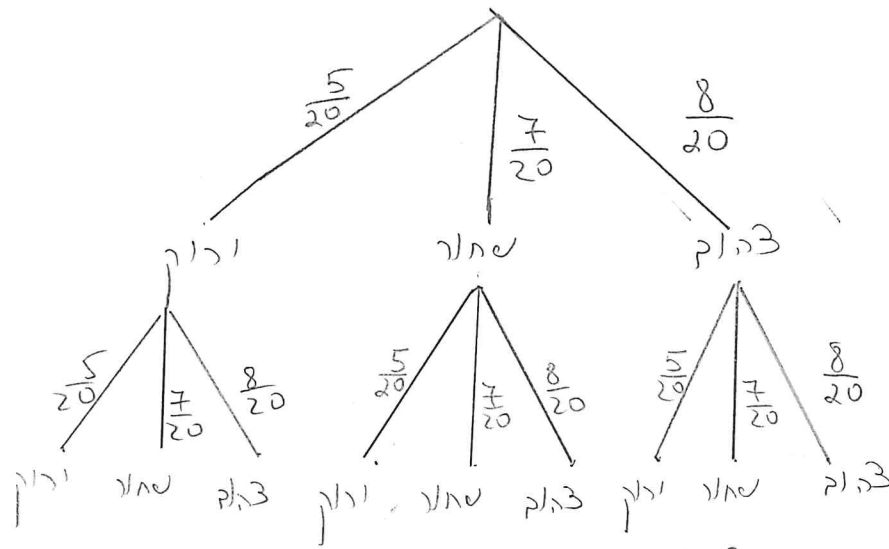
מספר הכדורים הירוקים הוא 5, ולכן ההסתברות
להוציא כדור ירוק היא $\frac{5}{20}$, כלומר $\frac{5}{20}$.

אנשים מוציאים 2 כדורים.
רצף אג האנס הויר קאלצקל דיאגרמה עץ:

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.





ההסתברות אלוזטא 2 כצורות צהובים:

$$P(\text{צהוב, צהוב}) = \frac{8}{20} \cdot \frac{8}{20} = \frac{4}{25} = 0.16$$

$$P = \frac{4}{25} = 0.16 \quad \text{תשובה:}$$

ההסתברות אלוזטא 2 כצורות אלוזטא צהוב (היא):

$$P = P(\text{צהוב, צהוב}) + P(\text{שחור, שחור}) + P(\text{יוקן, יוקן})$$

$$P = \frac{8}{20} \cdot \frac{8}{20} + \frac{7}{20} \cdot \frac{7}{20} + \frac{5}{20} \cdot \frac{5}{20} = \frac{138}{400} = \frac{69}{200} = 0.345$$

$$P = \frac{69}{200} = 0.345 \quad \text{תשובה:}$$

$$P(\text{יוקן, יוקן}) = P(\text{שחור, שחור}) = \frac{5}{20} \cdot \frac{7}{20} = \frac{35}{400} = \frac{7}{80} = 0.0875 \quad \text{ב) (ג)}$$



$$P = \frac{7}{80} = 0.0875$$

תשובה:

$$P \begin{pmatrix} \text{אחז} \\ \text{יורק} \\ \text{ואחז} \\ \text{טחז} \end{pmatrix} = P_{\text{טחז, יורק}} + P_{\text{יורק, טחז}} \quad (3)$$

$$P_{\text{אחז יורק (ואחז טחז)}} = \frac{5}{20} \cdot \frac{7}{20} + \frac{7}{20} \cdot \frac{5}{20} = \frac{70}{400} = \frac{7}{40} = 0.175$$

$$P = \frac{7}{40} = 0.175$$

תשובה:



6. בבית ספר שיש בו 800 תלמידים, נמדד גובהם של כל התלמידים.

נמצא כי הגבהים של תלמידי בית הספר מתפלגים נורמלית.

הגובה הממוצע של תלמידי בית הספר הוא 160 ס"מ.

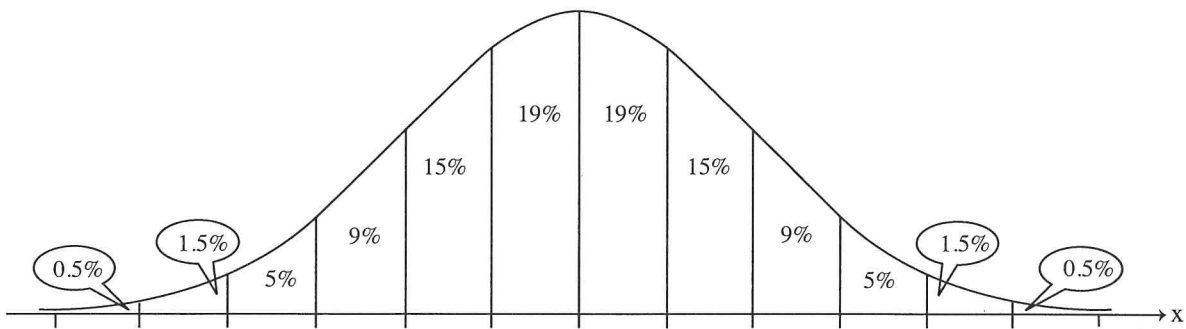
הגובה של 7% מן התלמידים הוא פחות מ-154 ס"מ.

א. מצא את סטיית התקן של גובה התלמידים בבית הספר.

ב. מהו אחוז תלמידי בית הספר שגובהם בין 164 ס"מ לבין 170 ס"מ?

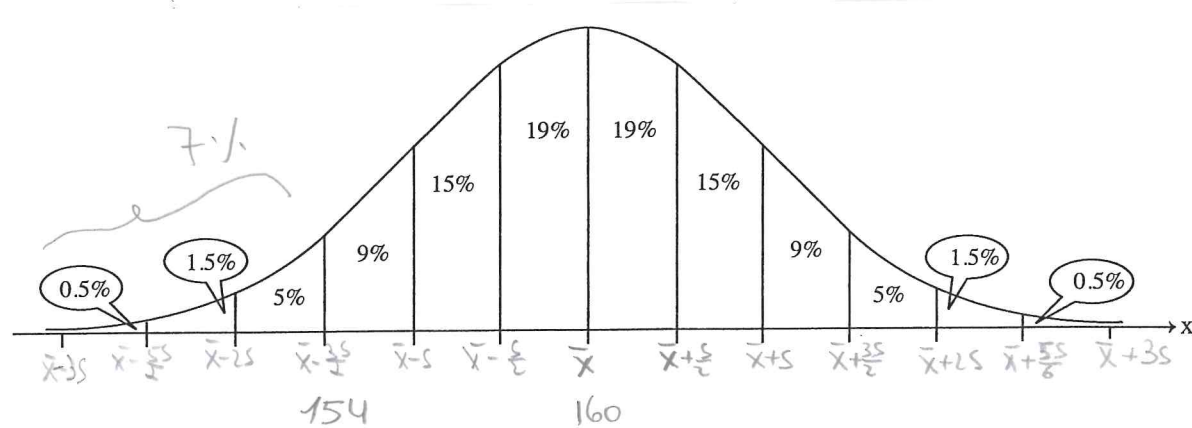
ג. על פי גרף ההתפלגות הנורמלית, כמה תלמידים שגובהם בין 164 ס"מ לבין 170 ס"מ יש בבית הספר?

לפניך גרף ההתפלגות הנורמלית מודף הנוסחאות. היעזר בו בחישוביך.



נסמן \bar{x} גובה ההתפלגות - אה הנטלנים
 $\bar{x} = 160$

הגובה של 7% מתלמידי בית הספר הוא נמוך מ-154 ס"מ.
 $0.5 + 1.5 + 5 = 7\%$



הגובה 154 מתאים לסטיית התקן $\bar{x}-\frac{3s}{2}$, כי אז קיים

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



ט. 7% מהתלמידים הוא בחור נ - 154 סה.

ההפרט בין 154 לבין 160 הוא 6.

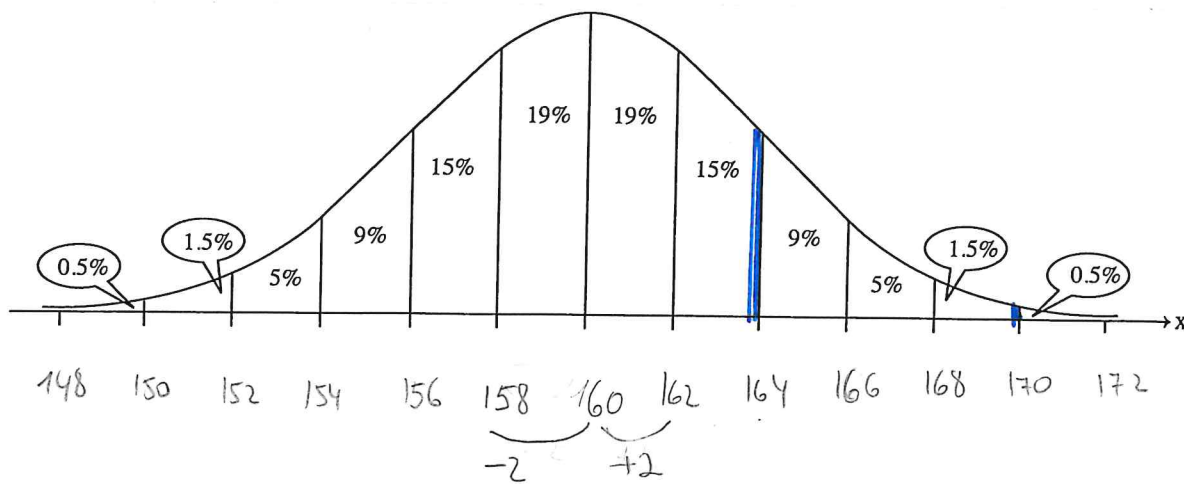
ההפרט זה מניח 3 תוצאות סטיות תקן.

אז נק' חצי סטייה תקן היא $\frac{6}{3}$ כלומר 2 סה.

נקודת סטייה תקן אחת היא 2.2 כלומר 4 סה.

תשובה: סטייה תקן היא 4 סה

ק) נוסף את העקבים בגודל ההיתפאל הנורמלי -
באשר סטייה תקן היא 4, והמתפלג הוא 160 סה



אחוז התלמידים שאקדם בין 164 לבין 170 סה הוא:
 $9\% + 5\% + 1.5\% = 15.5\%$

תשובה: אחוז התלמידים שאקדם בין 164 לבין 170 סה הוא 15.5%

נחידע ענ פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



מספר התלמידים קבוע מספר הוא 800.
 עפ"י סעיף קודם אמוץ התלמידים שגובהו ק"ן
 164 זבין סה 170 סה הוא 15.5%.
 ע"י זמבוא אל מספר התלמידים שגובהו ק"ן
 164 זבין סה 170 סה בואר ע"י זמבוא כמה
 הם 15.5% מתוך 800.
 15.5% מתוך 800 הוא:

$$\frac{15.5}{100} \times 800 = 125$$

124	תלמידים שגובהו ק"ן
164	סה זבין סה 170

גטובה!

