

מתמטיקה 4 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעה וארבעים וחמש דקות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב
פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה
עליך לענות על שלוש שאלות לבחירתך – $3 \times \frac{1}{3} = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענה על שלוש מן השאלות 1-5.

שים לב: אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב

סדרות

1. a_n היא סדרה חשבונית.

נתונים שלושה איברים עוקבים בסדרה a_n (הסדר משמאל לימין):

$$5t + 6, \quad 2t + t^2, \quad 4t + t^2$$

t הוא פרמטר.

א. מצא את שלושת האיברים ואת הפרש הסדרה (שתי האפשרויות).

נתון: a_n היא סדרה יורדת, $a_1 = 189$.

ב. מצא בסדרה זו את המיקום של שלושת האיברים שמצאת בסעיף א.

נתון: האיבר האמצעי שבתחילת השאלה הוא האיבר האמצעי גם בסדרה כולה.

ג. (1) כמה איברים יש בסדרה כולה?

(2) מצא את סכום האיברים שבמקומות האיזוגיים בסדרה כולה.

טריגונומטריה במרחב

2. נתונה תיבה $ABCD A' B' C' D'$ שבסיסה מלבן.

נתון: $AB = 2a$, $BC = a$.

הזווית שבין AC' ובין הבסיס $ABCD$ היא 60° .

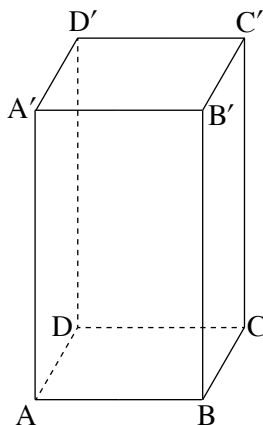
א. הבע באמצעות a את גובה התיבה.

נתון כי שטח המעטפת של התיבה (סכום שטחי הפאות הצדדיות) הוא $30 \cdot \sqrt{15}$.

ב. מצא את a .

ג. מצא את גודל הזווית שבין AD' ובין אחד מאלכסוני התיבה.

ד. מצא את שטח המרובע $AD' C' B$.



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
ופונקציות חזקה

3. נתונה הפונקציה $f(x) = 4x + 4 \cos(2x) - 2$ המוגדרת בתחום $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

- א. מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.
 ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 ג. רשום את תחום השליליות של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
 ד. סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
 ה. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה- x (השטח ברביע הרביעי).

4. נתונה הפונקציה $f(x) = e^{3x} + 3e^{4-x} + a$ המוגדרת לכל x . $a > 0$ הוא פרמטר.

א. מצא את שיעור ה- x של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

נתון כי המרחק של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ מציר ה- x הוא $4e^3 + 2$.

ב. מצא את a .

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x) = -f(x)$.

ד. (1) מה הם שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, ומהו הסוג של נקודת הקיצון? נמק את תשובותיך.

(2) הוסף סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$ לסקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ שסרטטת.

דרך נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ העבירו ישר המקביל לציר ה- y .

ה. מצא את השטח המוגבל על ידי הישר, על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי גרף הפונקציה $g(x)$ ועל ידי ציר ה- y .

5. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{bx}{1 + \ln(x)}$. $b > 0$ הוא פרמטר.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. מצא את שיעורי נקודת המינימום של הפונקציה $f(x)$ (אם צריך, הבע באמצעות b).
- ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

נתון: הישר $y = 3$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$.

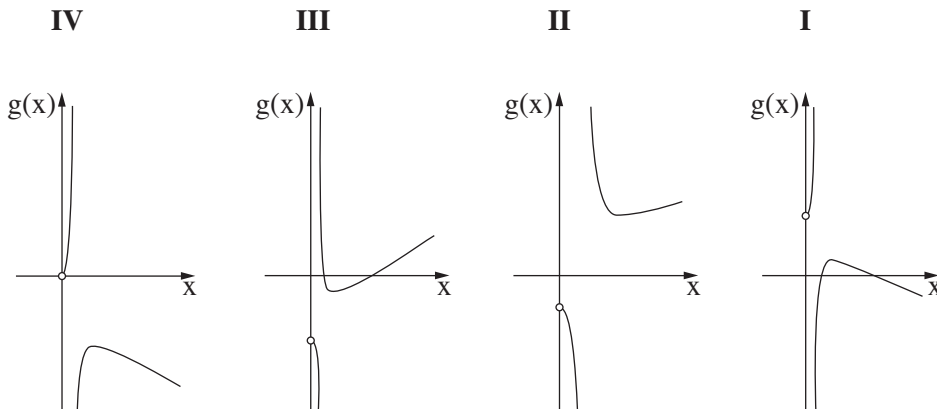
ד. (1) מצא את b .

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) - 4$.

(1) מה הם שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, ומהו הסוג של נקודת הקיצון? נמק את תשובותיך.

(2) אחד מן הגרפים I, II, III, IV שלפניך מתאר את גרף הפונקציה $g(x)$. קבע איזה, ונמק את קביעתך.



בהצלחה!