יואל גבע
לא מתפשרים.

שאלון 35472 מועד
קיץ ב׳ תשפ״א

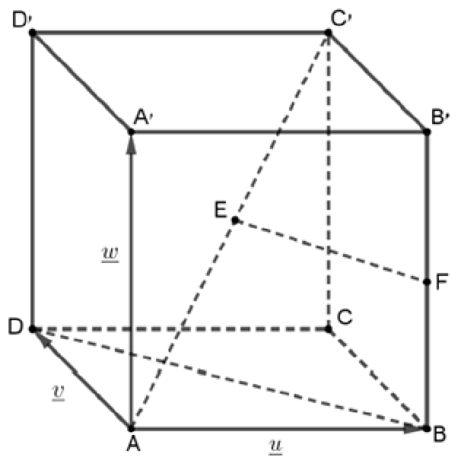
מורים יקרים,
החל משנת 2022, נוספו סמלי שאלון המציינים את השאלונים לפי התוכנית החדשה במתמטיקה.
להלן השינויים:
שאלון 182 (801) שונה ל- 172
שאלון 381 (802) שונה ל- 371
שאלון 382 (803) שונה ל- 372
שאלון 481 (804) שונה ל- 471
שאלון 482 (805) שונה ל- 472
שאלון 581 (806) שונה ל- 571
שאלון 582 (807) שונה ל- 572

בהתאם לכך, מצורף פתרון בחינת בגרות לשאלון 35472 מועד קיץ ב׳ תשפ״א.

תודה מיוחדת למר עפר ילין על כתיבת הפתרונות ועריכת קובץ זה.

א. נתונה קובייה, שכל מקצועותיה שווים ל- 1 **.**

בקובייה, כמו בתיבה, המקצועות הצדדים מאונכים לבסיסים.



$\boxed{\overrightarrow{AB}=\underline{u}}$ $\boxed{|\underline{u}|=1}$ $\boxed{\underline{u}^2=1}$

$\boxed{\overrightarrow{AD}=\underline{v}}$ $\boxed{|\underline{v}|=1}$ $\boxed{\underline{v}^2=1}$

$\boxed{\overrightarrow{AA'}=\underline{w}}$ $\boxed{|\underline{w}|=1}$ $\boxed{\underline{w}^2=1}$

$\underline{u}\cdot\underline{v}=0 \leftarrow \underline{u}\perp\underline{v}$

$\underline{u}\cdot\underline{w}=0 \leftarrow \underline{u}\perp\underline{w}$

$\underline{v}\cdot\underline{w}=0 \leftarrow \underline{v}\perp\underline{w}$

מה עוד ניתן ללמוד מהנתונים ?

F **היא אמצע המקצוע הצדדי** BB'.

$$\overrightarrow{BF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BB'}$$

$$\boxed{\overrightarrow{BF}=\frac{1}{2}\underline{w}}$$

E **היא אמצע אלכסון הקובייה** AC'.

$$\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CC'}$$

$$\boxed{\overrightarrow{AC'}=\underline{u}+\underline{v}+\underline{w}}$$

$$\overrightarrow{AE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC'}$$

$$\boxed{\overrightarrow{AE}=\frac{1}{2}\underline{u}+\frac{1}{2}\underline{v}+\frac{1}{2}\underline{w}}$$

נביע גם את הווקטורים $\overrightarrow{DB}$, $\overrightarrow{EF}$ **, ו-** $\overrightarrow{DE}$ **, באמצעות** $\underline{u}$, $\underline{v}$ **ו-** $\underline{w}$.

$$\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{DB}=-\underline{v}+\underline{u}$$

$$\boxed{\overrightarrow{DB}=\underline{u}-\underline{v}}$$

$$\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AE}$$

$$\overrightarrow{DE}=-\underline{v}+\frac{1}{2}\underline{u}+\frac{1}{2}\underline{v}+\frac{1}{2}\underline{w}$$

$$\boxed{\overrightarrow{DE}=\frac{1}{2}\underline{u}-\frac{1}{2}\underline{v}+\frac{1}{2}\underline{w}}$$

$$\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BF}$$

$$\overrightarrow{EF}=-\frac{1}{2}\underline{u}-\frac{1}{2}\underline{v}-\frac{1}{2}\underline{w}+\underline{u}+\frac{1}{2}\underline{w}$$

$$\boxed{\overrightarrow{EF}=\frac{1}{2}\underline{u}-\frac{1}{2}\underline{v}}$$

תשובה: $\overrightarrow{DB}=\underline{u}-\underline{v}$, $\overrightarrow{AC'}=\underline{u}+\underline{v}+\underline{w}$, $\overrightarrow{EF}=\frac{1}{2}\underline{u}-\frac{1}{2}\underline{v}$, $\overrightarrow{DE}=\frac{1}{2}\underline{u}-\frac{1}{2}\underline{v}+\frac{1}{2}\underline{w}$.

ב. (1) נחשב את אורכי הווקטורים $\overrightarrow{DE}$ ו- $\overrightarrow{DB}$.

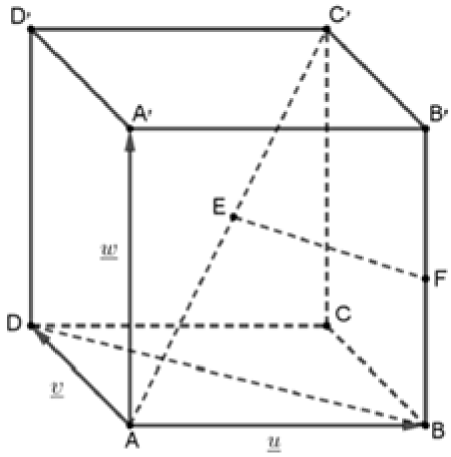
$$\boxed{\overrightarrow{DE}=\frac{1}{2}\underline{u}-\frac{1}{2}\underline{v}+\frac{1}{2}\underline{w}}$$

$$\left|\overrightarrow{DE}\right|=\sqrt{(\frac{1}{2}\underline{u}-\frac{1}{2}\underline{v}+\frac{1}{2}\underline{w})^2}$$

$$\overrightarrow{DE}=\sqrt{\frac{1}{4}\underline{u}^2+\frac{1}{4}\underline{v}^2+\frac{1}{4}\underline{w}^2}$$

$$\left|\overrightarrow{DE}\right|=\sqrt{\frac{1}{4}\cdot1+\frac{1}{4}\cdot1+\frac{1}{4}\cdot1}$$

$$\boxed{\left|\overrightarrow{DE}\right|=\frac{\sqrt{3}}{2}}$$



$\boxed{\overrightarrow{AB}=\underline{u}}$ $\boxed{\left|\underline{u}\right|=1}$ $\boxed{\underline{u}^2=1}$

$\boxed{\overrightarrow{AD}=\underline{v}}$ $\boxed{\left|\underline{v}\right|=1}$ $\boxed{\underline{v}^2=1}$

$\boxed{\overrightarrow{AA'}=\underline{w}}$ $\boxed{\left|\underline{w}\right|=1}$ $\boxed{\underline{w}^2=1}$

$\underline{u}\cdot\underline{v}=0 \leftarrow \underline{u}\perp\underline{v}$

$\underline{u}\cdot\underline{w}=0 \leftarrow \underline{u}\perp\underline{w}$

$\underline{v}\cdot\underline{w}=0 \leftarrow \underline{v}\perp\underline{w}$

<u>דרך אחת</u>

על פי משפט פיתגורס $\Delta BCC'$:

$$(DB)^2=(AD)^2+(AB)^2$$

$$(DB)^2=1^2+1^2=2$$

$$\boxed{DB=\sqrt{2}}$$

תשובה: אורך הווקטור $\overrightarrow{DB}$ הוא $\sqrt{2}$.

<u>דרך שנייה</u>

$$\left|\overrightarrow{DB}\right|=\left|(\underline{u}-\underline{v})\right|$$

$$\left|\overrightarrow{DB}\right|=\sqrt{\underline{u}^2+\underline{v}^2} \quad \leftarrow \underline{u}\cdot\underline{v}=0$$

$$\left|\overrightarrow{DB}\right|=\sqrt{1+1}$$

$$\boxed{\left|\overrightarrow{DB}\right|=\sqrt{2}}$$

תשובה: אורך הווקטור $\overrightarrow{DE}$ הוא $\frac{\sqrt{3}}{2}$, אורך הווקטור $\overrightarrow{DB}$ הוא $\sqrt{2}$.

הערה: בחישובים נעשה שימוש בנוסחת כפל מקוצר: $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc$.

אם לא למדתם את הנוסחה, וזה ממש סבבה בארבע יחידות, אז מומלץ להשתמש בחוק הפילוג המורחב.

$$\left|\overrightarrow{DE}\right|=\sqrt{(\frac{1}{2}\underline{u}-\frac{1}{2}\underline{v}+\frac{1}{2}\underline{w})(\frac{1}{2}\underline{u}-\frac{1}{2}\underline{v}+\frac{1}{2}\underline{w})}$$

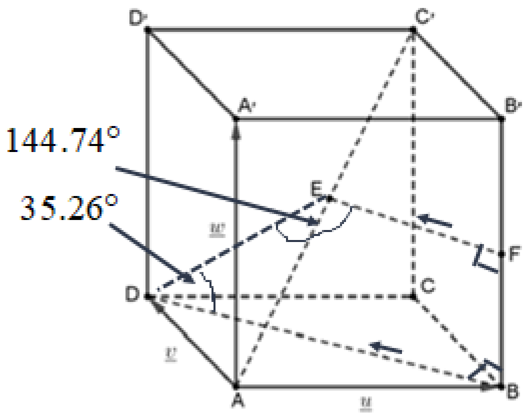
$$\left|\overrightarrow{DE}\right|=\sqrt{\frac{1}{4}\underline{u}^2+\frac{1}{4}\underline{v}^2+\frac{1}{4}\underline{w}^2}$$

התוצאה נראית ממש זהה, כי במקרה זה: $\underline{u}\cdot\underline{v}=\underline{u}\cdot\underline{w}=\underline{v}\cdot\underline{w}=0$,

ואין טעם לרשום את המכפלות המתאפסות.

(2) נחשב את $\sphericalangle EDB$.

תכנון: $\cos\sphericalangle EDB=\dfrac{\overrightarrow{DE}\cdot\overrightarrow{DB}}{|\overrightarrow{DE}|\cdot|\overrightarrow{DB}|}$



$\boxed{\overrightarrow{AB}=\underline{u}}$ $\boxed{|\underline{u}|=1}$ $\boxed{\underline{u}^2=1}$

$\boxed{\overrightarrow{AD}=\underline{v}}$ $\boxed{|\underline{v}|=1}$ $\boxed{\underline{v}^2=1}$

$\boxed{\overrightarrow{AA'}=\underline{w}}$ $\boxed{|\underline{w}|=1}$ $\boxed{\underline{w}^2=1}$

$\underline{u}\cdot\underline{v}=0 \leftarrow \underline{u}\perp\underline{v}$

$\underline{u}\cdot\underline{w}=0 \leftarrow \underline{u}\perp\underline{w}$

$\underline{v}\cdot\underline{w}=0 \leftarrow \underline{v}\perp\underline{w}$

$$\overrightarrow{DE}\cdot\overrightarrow{DB}=(\frac{1}{2}\underline{u}-\frac{1}{2}\underline{v}+\frac{1}{2}\underline{w})\cdot(\underline{u}-\underline{v})$$

$$\overrightarrow{DE}\cdot\overrightarrow{DB}=\frac{1}{2}\cdot\underline{u}^2+\frac{1}{2}\cdot\underline{v}^2$$

$$\overrightarrow{DE}\cdot\overrightarrow{DB}=\frac{1}{2}\cdot1+\frac{1}{2}\cdot1$$

$$\boxed{\overrightarrow{DE}\cdot\overrightarrow{DB}=1}$$

$$\cos\sphericalangle EDB=\frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$\boxed{\sphericalangle EDB=35.26^\circ}$$

תשובה: $\sphericalangle EDB=35.26^\circ$.

ג. $\overrightarrow{EF}=\frac{1}{2}\underline{u}-\frac{1}{2}\underline{v}$ **,** $\overrightarrow{DB}=\underline{u}-\underline{v}$.

הווקטור $\overrightarrow{DE}$ **והווקטור** $\overrightarrow{DB}$ **תלויים לינארית (יוצאים לאותו כיוון).**

דרך אחרת לומר זאת היא ש- $\overrightarrow{DE}$ **קולינארי ל-** $\overrightarrow{DB}$**, כי הוא מכפלה שלו בסקלר (** $\frac{1}{2}$ **).**

כיוון ש- F **היא אמצע המקצוע הצדדי, בעוד ש-** DB **נמצא המישור הבסיס,**

הרי ש- $EF \| DB$ **, והם אינם מתלכדים.**

תשובה: הסברנו מדוע $EF \| DB$.

ד. $EDBF$ **טרפז ישר זווית,** $EF \| DB$ **ו-** $\sphericalangle DBF=90^\circ$ **(המקצועות הצדדים מאונכים לבסיסים).**

$\sphericalangle BFE=90^\circ$ **(אם אחד משני ישרים מקבילים מאונך לישר שלישי, אז גם המקביל השני מאונך לו.)**

$\sphericalangle EDB=35.26^\circ$ **, ולכן** $\sphericalangle DEF=144.74^\circ$ **(זוויות חד צדדיות בין ישרים מקבילים משלימות ל-** 180°**).**

תשובה: $\sphericalangle DBF=90^\circ$, $\sphericalangle BFE=90^\circ$, $\sphericalangle DEF=144.74^\circ$, $\sphericalangle EDB=35.26^\circ$.

א. נתונה פירמידה מרובעת (לא נאמר שהיא ישרה), $SABO$ **.**

(1) נתון: $O(0, 0, 0)$, $S(1, 2, 3)$.

$AO = 2$ **, כאשר** A **על החלק החיובי של ציר ה-** x **, ולכן** $A(2, 0, 0)$**.**

$BO = 4$ **, כאשר** B **על החלק החיובי של ציר ה-** y **, ולכן** $B(0, 4, 0)$**.**

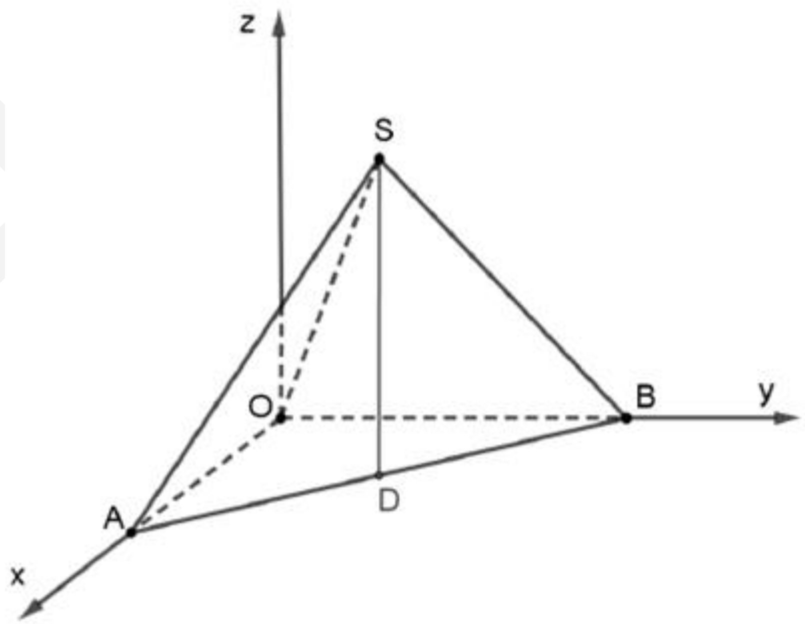
תשובה: $A(2, 0, 0)$, $B(0, 4, 0)$.

(2) נראה ש- $SABO$ **היא פירמידה ישרה, על ידי הוכחה שהמקצועות הצדדיים שווים זה לזה. .**

$$\left.\begin{aligned}
&\overrightarrow{SA} = \underline{A} - \underline{S} = \underline{x} = (1, -2, -3) \quad \to \left|\overrightarrow{SA}\right| = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-3)^2} = \sqrt{14} \\
&\overrightarrow{SB} = \underline{B} - \underline{S} = \underline{x} = (-1, 2, -3) \quad \to \left|\overrightarrow{SB}\right| = \sqrt{(-1)^2 + 2^2 + (-3)^2} = \sqrt{14} \\
&\overrightarrow{SO} = \underline{O} - \underline{S} = \underline{x} = (-1, -2, -3) \quad \to \left|\overrightarrow{SO}\right| = \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2 + (-3)^2} = \sqrt{14}
\end{aligned}\right\} SA = SB = SO$$

אורכי המקצועות הצדדים שווים זה לזה, ולכן הפירמידה ישרה .

תשובה: הוכחנו כי הפירמידה $SABO$ **היא ישרה.**



ג. הנקודה D היא אמצע המקצוע AB .

(1) ΔAOB הוא ישר זווית ($\sphericalangle AOB = 90°$).

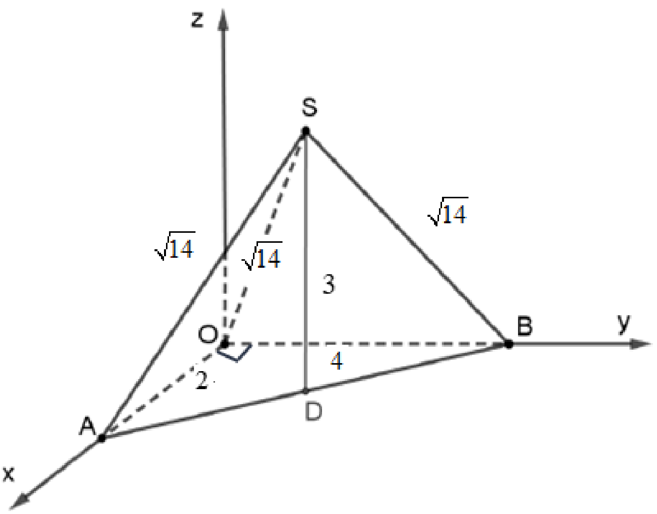
לכן, הנקודה היא אמצע היתר, שהוא מרכז המעגל החוסם את ΔAOB .

בפירמידה ישרה הגובה יורד למרכז המעגל החוסם,

ומכאן ש- SD הוא גובה הפירמידה ומאונך למישור הבסיס,

ו- $\overrightarrow{DS}$ מאונך למישור זה.

תשובה: הראינו כי הווקטור $\overrightarrow{DS}$ מאונך למישור בסיס הפירמידה ABO .



(2) נחשב את נפח הפירמידה.

כאמור, ΔAOB הוא ישר זווית.

$$S_{\Delta ABO} = \frac{AO \cdot BO}{2}$$

$$S_{\Delta ABO} = \frac{2 \cdot 4}{2}$$

$$\boxed{S_{\Delta ABO} = 4}$$

הנקודה D היא אמצע המקצוע AB .

$$D\left(\frac{2+0}{2}, \frac{0+4}{2}, \frac{0+0}{2}\right) \quad \to \boxed{D(1, 2, 0)}$$

כיוון ש- ΔAOB הוא במישור $z = 0$,

אז אורך הגובה SD הוא $|z_S| = |3| = 3$.

אפשר גם:

$$\overrightarrow{SD} = \underline{D} - \underline{S} = \underline{x} = (0, 0, -3)$$

$$\left|\overrightarrow{SD}\right| = \sqrt{0^2 + 0^2 + (-3)^2} = 3$$

נחשב את נפח הפירמידה $SABO$.

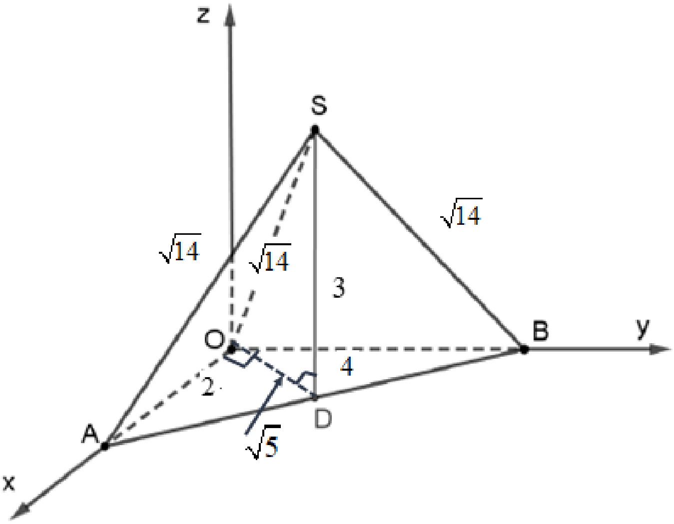
$$V_{SABO} = \frac{S_{\Delta ABO} \cdot SD}{3}$$

$$V_{SABO} = \frac{4 \cdot 3}{3}$$

$$\boxed{V_{SABO} = 4}$$

תשובה: נפח הפירמידה הוא 4 יח"ק.

ג. נחשב את גודל הזווית SOD בשתי דרכים.



<u>חישובי ווקטורים</u>

תכנון: $\cos\sphericalangle SOD = \dfrac{\overrightarrow{OS}\cdot\overrightarrow{OD}}{|\overrightarrow{OS}|\cdot|\overrightarrow{OD}|}$

$\boxed{|\overrightarrow{OS}| = \sqrt{14}}$

$\overrightarrow{OD} = \underline{D} = \underline{x} = (1, 2, 0)$

$|\overrightarrow{OD}| = \sqrt{1^2 + 2^2 + 0^2}$

$\boxed{|\overrightarrow{OD}| = \sqrt{5}}$

$\overrightarrow{OS}\cdot\overrightarrow{OD} = (1, 2, 3)\cdot(1, 2, 0) = 1 + 4 + 0 = 5$

$\cos\sphericalangle SOD = \dfrac{5}{\sqrt{14}\cdot\sqrt{5}}$

$\boxed{\sphericalangle SOD = 53.3^\circ}$

<u>טריגונומטריה במרחב</u>

$\underline{\Delta SOD} \quad (\sphericalangle SDO = 90^\circ)$

$\sin\sphericalangle SOD = \dfrac{SD}{SO}$

$\sin\sphericalangle SOD = \dfrac{3}{\sqrt{14}}$

$\boxed{\sphericalangle SOD = 53.3^\circ}$

תשובה: $\sphericalangle SOD = 53.3^\circ$.

א. לפונקציה $f(x)=(x+a)e^x$ **, יש נקודת קיצון בנקודה שבה** $x=1$ **, כלומר** $f'(1)=0$ **.**

$$f'(x)=e^x+(x+a)e^x$$
$$0=e^1+(1+a)e^1 \quad /e>0$$
$$0=1+1+a$$
$$\boxed{a=-2}$$

תשובה: $a=-2$.

ב. נציב $a=-2$**, ונקבל** $f(x)=(x-2)e^x$ **.**

(1) תשובה: תחום ההגדרה הוא כל x **.**

(2) בנקודת חיתוך עם ציר ה- y **מתקיים** $x=0$ **:** $f(0)=(0-2)e^0=-2= \quad \rightarrow \boxed{(0,-2)}$ **.**

בנקודת חיתוך עם ציר ה- x **מתקיים** $y=0$ **.**

$$(x-2)e^x=0$$
$$x-2=0$$
$$x=2 \quad \rightarrow \boxed{(2,\ 0)}$$

תשובה: $(0,-2)$ **,** $(2,\ 0)$**.**

(3) נמצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ **, ונקבע את סוגה.**

$$\boxed{f(x)=(x-2)e^x}$$
$$f'(x)=e^x+(x-2)e^x$$
$$f'(x)=e^x(1+x-2)$$
$$\boxed{f'(x)=e^x(x-1)}$$
$$x-1=0$$
$$x=1 \quad \rightarrow \boxed{(1,\ -e)}$$
$$\left.\begin{array}{l} f'(0)<0 \\ f'(2)>0 \end{array}\right\} \boxed{(1,\ -e),\quad \text{min}}$$

תשובה: $(1,\ -e)$**, מינימום.**

(4) נמצא את התחום שבו הפונקציה $f(x)$ **חיובית.**

נקודת האפס היחידה היא $(2,\ 0)$**.**

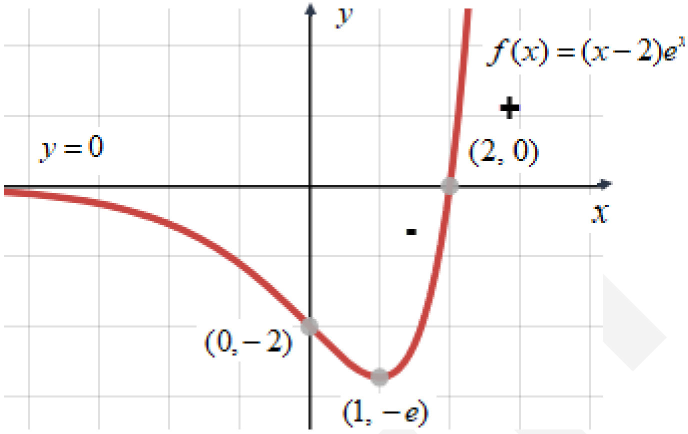
$$\left.\begin{array}{l} f(1)=-e<0 \\ f(3)=e^2>0 \end{array}\right\} x<2 \quad (-) \quad , \quad x>2 \quad (+)$$

תשובה: התחום, שבו הפונקציה $f(x)$ **חיובית, הוא** $x>2$ **.**

5) שתי הצבות, מימין ומשמאל, למציאת אסימפטוטות אופקיות, אם ישנן.

כאשר $x \to +\infty$, למשל $f(5)=445 \to +\infty$, ואין אסימפטוטה אופקית לימין.

כאשר $x \to -\infty$, למשל $f(-7)=-8.21\cdot10^{-3} \to 0^{-}$, והישר $y=0$ אסימפטוטה אופקית לשמאל.



תשובה: הסקיצה מעל.

ג. נתונה הפונקציה $g(x)=f(x)+k$, שהיא הזזה אנכית $+k$ של הפונקציה $f(x)$.

נתון כי גרף הפונקציה $g(x)$ משיק לציר ה- x.

לכן $g(x)=0$ וגם $g'(x)=0$.

נשים לב ש- $g'(x)=f'(x)$, ולכן הפתרון הוא רק עבור $x=1$,

והתזוזה האנכית היא e יחידות כלפי מעלה, כאשר נקודת ההשקה תהייה $(1, 0)$, מינימום.

תשובה: $k=e$.

א. נתונה הפונקציה $\boxed{f(x)=(2+\ell n\, x)\cdot \ell n\, x}$.

(1) בתחום ההגדרה, הביטוי שמקבלת הפונקציה הלוגריתמית צ"ל חיובי.

תשובה: תחום ההגדרה הוא $x>0$.

(2) נבדוק את התנהגות הפונקציה קרוב לתחום ההגדרה.

כאשר $x\to 0^{+}$ **, למשל** $f(0.00001)=+109\to+\infty$ **, והישר** $x=0$ **אסימפטוטה אנכית.**

תשובה: האסימפטוטה האנכית של הפונקציה $f(x)$ **היא** $x=0$.

(3) בנקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x **מתקיים** $y=0$.

$$0=(2+\ell n\, x)\cdot \ell n\, x$$

$$2+\ell n\, x=0 \quad \to \ell n\, x=-2 \quad \to x=e^{-2}=\frac{1}{e^{2}} \quad \to \boxed{(\frac{1}{e^{2}},0)}$$

$$\ell n\, x=0 \quad \to x=e^{0}=1 \quad \to \boxed{(1,0)}$$

אין נקודת חיתוך עם ציר ה- y **, כי בתחום ההגדרה** $0<x$.

תשובה: $(1,0)$ **,** $(\frac{1}{e^{2}},0)$.

(4) נמצא את שיעורי נקודת הקיצון של $f(x)$ **, ונקבע את סוגה.**

$$\boxed{f(x)=(2+\ell n\, x)\cdot \ell n\, x}$$

$$f'(x)=\frac{1}{x}\cdot \ell n\, x+(2+\ell n\, x)\cdot\frac{1}{x}$$

$$f'(x)=\frac{\ell n\, x+2+\ell n\, x}{x}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{2\ell n\, x+2}{x}}$$

$$0=2(\ell n\, x+1)$$

$$\ell n\, x=-1 \quad \to x=e^{-1}=\frac{1}{e}$$

$$f(\frac{1}{e})=(2+(-1))\cdot(-1)=-1 \quad \to \boxed{(\frac{1}{e},-1)}$$

$$\left.\begin{array}{l} f'(\frac{1}{e^{2}})=\frac{(-)}{(+)}<0 \\ f'(1)=\frac{(+)}{(+)}>0 \end{array}\right\} \boxed{(\frac{1}{e},-1),\min}$$

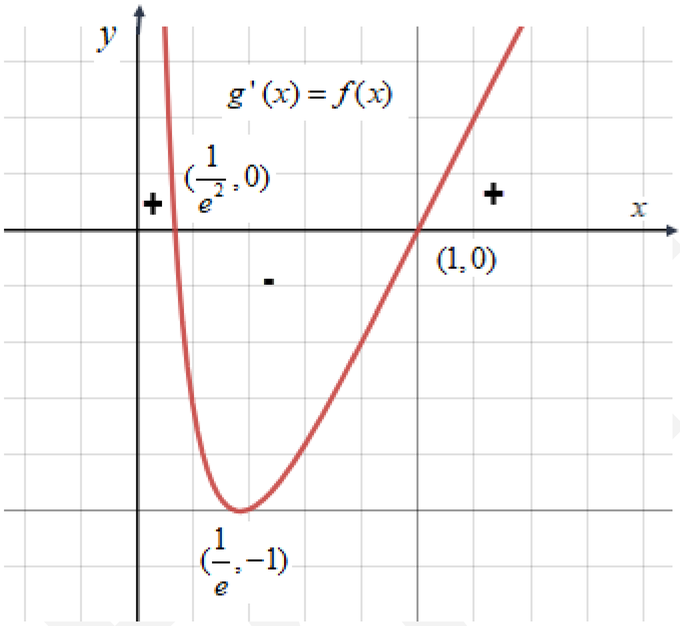
תשובה: $(\frac{1}{e},-1)$**, מינימום.**

(5) נסרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)=(2+\ell n\,x)\cdot\ell n\,x$,

כולל סימון תחומי חיוביות ושליליות עבור סעיף ב.

הצבה מומלצת אחת, לפני הסקיצה, כאשר $x\to+\infty$,

למשל $f(100{,}000)=155\to+\infty$, ואין אסימפטוטה אופקית.



ב. נתונה הפונקציה $g'(x)=f(x)$.

בהתאם, תחומי החיוביות/שליליות של $f(x)$ הם תחומי העלייה/ירידה של $g(x)$.

בנקודה, שבה $x=\frac{1}{e^2}$, $g(x)$ עוברת מעלייה לירידה, ולכן זהו מקסימום.

בנקודה, שבה $x=1$, $g(x)$ עוברת מירידה לעלייה, ולכן זהו מינימום.

תשובה: $x=\frac{1}{e^2}$, מקסימום, $x=1$ מינימום.

ג. נתונה הפונקציה $h(x)=f(x-5)$, שהיא הזזה אופקית 5 יחידות <u>ימינה</u> של $f(x)$.

לכן תחום ההגדרה של $h(x)$ הוא $x>5$.

גם האסימפטוטה האנכית הזזה 5 יחידות ימינה, והיא $x=5$.

תשובה: האסימפטוטה האנכית של הפונקציה $h(x)$ היא $x=5$.

.

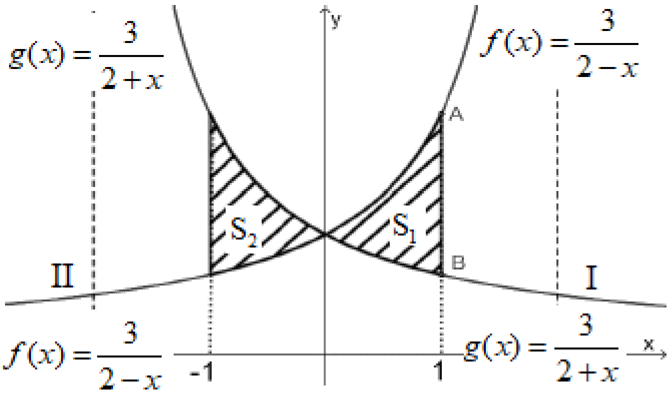
א. נזהה את הפונקציות על ידי הצבת $x=1$ **, כאשר ידוע שעבור** $x=1$ **- גרף** II **מעל גרף** I.

עבור $f(x)=\frac{k}{2-x}$ **נקבל** $(1,k)$, **ועבור** $g(x)=\frac{k}{2+x}$ **נקבל** $(1,\frac{k}{3})$.

כיוון שנתון כי $k>0$ **, אז** $k>\frac{k}{3}$ **, והגרף העליון ברביע הראשון מתאים ל-** $f(x)$.

תשובה: גרף I **מתאים ל-** $g(x)=\frac{k}{2+x}$ **ו גרף** II **מתאים ל-** $f(x)=\frac{k}{2-x}$.

ב. נתון כי $AB=2$ **, כאשר** $x_A=x_B=1$.



$$k-\frac{k}{3}=2 \rightarrow \frac{2}{3}k=2 \rightarrow \boxed{k=3}$$

תשובה: $k=3$.

ג. נציב $k=3$ **ונקבל:** $f(x)=\frac{3}{2-x}$ **ו-** $g(x)=\frac{3}{2+x}$.

נמצא את שיעורי נקודת החיתוך בין הגרפים.

$$\frac{3}{2+x}=\frac{3}{2-x} \rightarrow 2-x=2+x \rightarrow x=0 \rightarrow \boxed{(0,1.5)}$$

תשובה: שיעורי נקודת החיתוך, בין הגרפים של $f(x)$ **ו-** $g(x)$ **, הם** $(0,1.5)$.

ד. נחלק את השטח לשני חלקים.

$$S_1=\int_0^1\left(\frac{3}{2-x}-\frac{3}{2+x}\right)dx$$

$$S_1=\frac{3\ell n|2-x|}{-1}-\frac{3\ell n|2+x|}{1}\Big]_0^1$$

$$S_1=-3\ell n|2-x|-3\ell n|2+x|\Big]_0^1$$

$x=1:\quad -3\ell n3$

$x=0:\quad -6\ell n2$

$$S_1=-3\ell n3-(-6\ell n2)$$

$$\boxed{S_1=0.863}$$

$$S_2=\int_{-1}^0\left(\frac{3}{2+x}-\frac{3}{2-x}\right)dx$$

$$S_2=\frac{3\ell n|2+x|}{1}-\frac{3\ell n|2-x|}{-1}\Big]_{-1}^0$$

$$S_2=3\ell n|2+x|+3\ell n|2-x|\Big]_{-1}^0$$

$x=0:\quad 6\ell n2$

$x=-1:\quad 3\ell n3$

$$S_2=6\ell n2-(3\ell n3)$$

$$\boxed{S_2=0.863}$$

$$S=S_1+S_2=0.863+0.863$$

$$\boxed{S=1.726}$$

תשובה: השטח הכלוא הוא 1.726 **יח"ר.**

ה. נשים לב ש- $S_1=S_2$ **, כאשר בשטח שמימין לציר ה-** y **מתקיים** $f(x)>g(x)$ **,**

ובשטח שמשמאל לציר ה- y **מתקיים** $f(x)<g(x)$ **.**

ולכן $\int_{-1}^{1}(f(x)-g(x))\,dx=0$ **, והטענה נכונה.**

ניתן גם: $\int_{-1}^{1}(f(x)-g(x))\,dx=\int_{0}^{1}(f(x)-g(x))\,dx+\int_{-1}^{0}(f(x)-g(x))\,dx=0.863+(-0.863)=0$ **.**

תשובה: הטענה נכונה.