

שים לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה 4 יחידות לימוד — שאלון ראשון

הוראות לנבחן

- משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון — אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות
פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור
פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש
עליך לענות על ארבע שאלות לבחירתך — $4 \times 25 = 100$ נקודות.
ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

השאלות

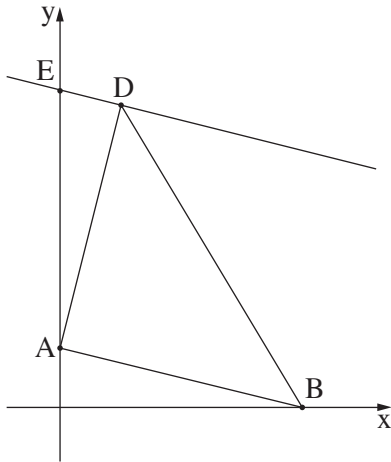
שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענה על ארבע מן השאלות 1-8 (לכל שאלה – 25 נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר מארבע שאלות, ייבדקו רק ארבע התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות

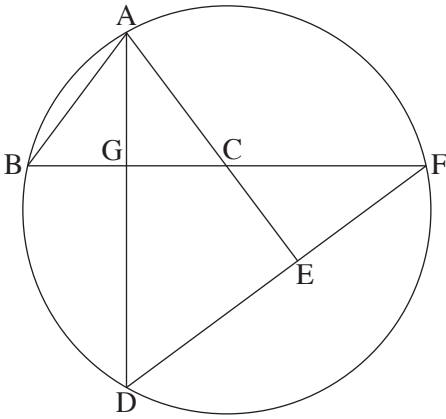
1. ביום ראשון יצאו שתי רכבות מאותו מקום, בשעה 14:00, ונסעו באותו המסלול.
רכבת א נסעה ללא עצירות במהירות קבועה של 80 קמ"ש.
רכבת ב נסעה במהירות קבועה של 120 קמ"ש ועצרה בדרכה בתחנה אחת למשך 12 דקות.
זמן-מה לאחר שיצאה רכבת ב מן התחנה שעצרה בה בדרכה, היא חלפה על פני רכבת א.
א. באיזו שעה חלפה רכבת ב על פני רכבת א?
גם ביום שני יצאו שתי הרכבות מאותו המקום ובאותה השעה. ביום זה, רכבת א הגבירה את מהירותה ב- x קמ"ש לעומת יום ראשון ונסעה ללא עצירות, ואילו רכבת ב הפחיתה את מהירותה ב- $2x$ קמ"ש לעומת יום ראשון.
ביום שני, רכבת ב עצרה בדרכה בתחנה אחת למשך 6 דקות, וזמן-מה לאחר שהמשיכה בדרכה חלפה על פני רכבת א, במרחק של 90 ק"מ ממקום היציאה של שתי הרכבות.
ב. מצא את x .



2. בסרטוט שלפניך מתואר משולש ABD . נתון: הקודקוד A נמצא על ציר ה- y והקודקוד B נמצא על ציר ה- x . משוואת הצלע AB היא $y = -\frac{1}{4}x + 2$.
- א. מצא את אורך הצלע AB .
 נתון: $AB = AD$.
- הקודקוד D נמצא ברביע הראשון, ושיעור ה- x שלו הוא 2 .
- ב. (1) מצא את שיעור ה- y של הקודקוד D .
 (2) הוכח כי AD מאונך ל-AB .
- דרך נקודה D העבירו ישר המקביל לצלע AB . הישר חותך את ציר ה- y בנקודה E .
- ג. מצא את משוואת המעגל החוסם את המשולש AED .
 הנקודה F נמצאת על המעגל שאת משוואתו מצאת בסעיף ג. נתון כי DF הוא קוטר במעגל.
- ד. מצא את שיעורי הנקודה F .

3. בשקית סוכריות יש 2 סוכריות בטעם לימון, וכל שאר הסוכריות בשקית הן בטעם תות. הוציאו באקראי מן השקית שתי סוכריות בזו אחר זו ללא החזרה. ההסתברות ששתי הסוכריות שהוציאו מן השקית הן בטעם לימון היא $\frac{1}{153}$.
- א. כמה סוכריות יש בשקית סך הכול?
 ב. מהי ההסתברות ששתי הסוכריות שהוציאו מן השקית הן בטעמים שונים?
 ג. (1) מהי ההסתברות שהוציאו לפחות סוכרייה אחת בטעם תות?
 (2) אם ידוע שהוציאו לפחות סוכרייה אחת בטעם תות, מהי ההסתברות ששתי הסוכריות שהוציאו הן בטעמים שונים?
- החזירו את כל הסוכריות לשקית והוציאו מן השקית באקראי שלוש סוכריות בזו אחר זו ללא החזרה.
- ד. מהי ההסתברות שכל שלוש הסוכריות שהוציאו הן באותו הטעם?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור



4. בצירוף שלפניך מתואר מעגל. הנקודות A, B, D, F , נמצאות על המעגל.

הנקודה E נמצאת על המיתר DF .

הקטעים AE ו- BF נחתכים בנקודה C .

הקטעים AD ו- BF נחתכים בנקודה G .

נתון: $AB = AC$.

א. הוכח: $\angle ABG = \angle ECF$.

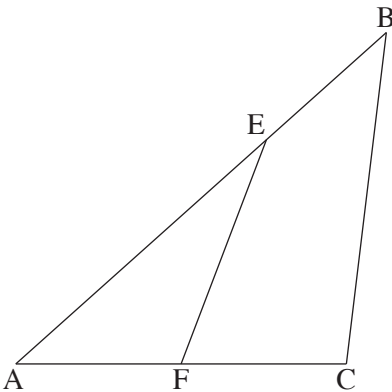
ב. הוכח: $\triangle AGB \sim \triangle FEC$.

נתון: AG הוא חוצה זווית $\angle BAC$.

ג. הוכח $\angle CEF = 90^\circ$.

נתון: $EF = 8$, $CE = 6$, $BG = 5$.

ד. מצא את אורך הקטע AC .



5. המשולש ABC בצירוף שלפניך הוא שווה שוקיים.

נתון: $AB = 12$, $CA = CB = 8$.

א. מצא את גודל הזווית $\angle BAC$.

הנקודה F היא אמצע הצלע AC .

דרך הנקודה F העבירו ישר החותך את הצלע AB בנקודה E .

נתון: שטח המשולש EAF שווה ל-10.

ב. מצא את אורך הצלע AE .

ג. חשב את גודל הזווית $\angle ECB$.

ד. חשב את שטח המרובע $EBCF$.

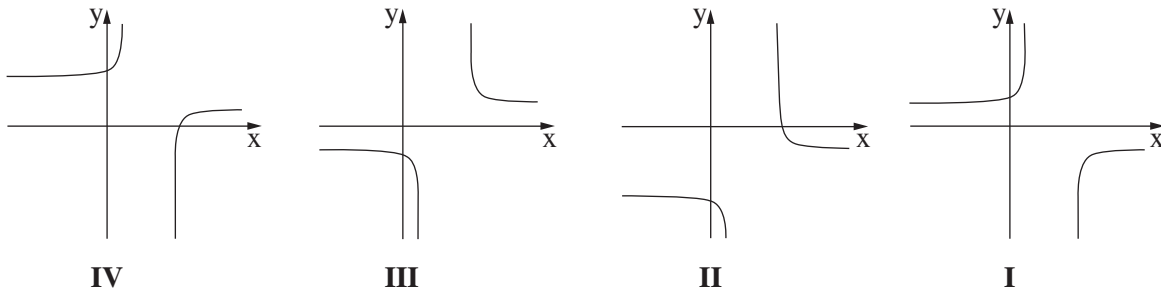
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

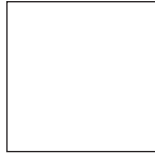
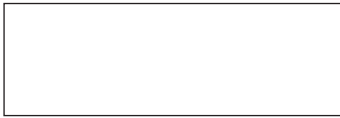
6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{3x^2}{x^2 - 4x + 3} + a$. הוא פרמטר.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. מצא את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$ (אם יש צורך, הבע באמצעות a).
- ג. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן (אם יש צורך, הבע באמצעות a).
- ד. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- נתון: האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $f(x)$ נמצאת מתחת לציר ה- x .
- ה. בחר ערך מסוים של a שמתאים לנתון. נמק את בחירתך.
- הצב בפונקציה $f(x)$ את a שבחרת וענה על סעיפים ו-ז.
- ו. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ז. מצא משוואת ישר המקביל לציר ה- x וחותר את גרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה אחת בלבד (מצא את 3 האפשרויות).

7. נתונה הפונקציה $f(x) = -5 + \sqrt{x^2 - 10x + 16}$.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- ג. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים. (בתשובותיך תוכל להשאיר 2 ספרות אחרי הנקודה העשרונית).
- ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ה. אחד מבין הגרפים IV-I שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. קבע איזה מהם, ונמק את קביעתך.
- ו. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישר $x = -4$ ועל ידי הצירים. תוכל להשאיר שורש בתשובתך.





8. בציור שלפניך ריבוע ומלבן.

נתון: אורך המלבן גדול פי 3 מרוחב המלבן.

סכום ההיקפים של הריבוע והמלבן הוא a .

נסמן את רוחב המלבן ב- x .

א. הבע באמצעות a ו- x את אורך צלע הריבוע.

ב. מצא את הערך של x שבעבורו סכום השטחים של הריבוע והמלבן הוא מינימלי (הבע באמצעות a).

ג. נתון כי סכום השטחים של הריבוע והמלבן הוא מינימלי כאשר אורך צלע הריבוע הוא 3.

מצא את a .

בהצלחה!