

פתרון הבחינה

במתמטיקה

מועד מיוחד תשפ"א, 2021, שאלון: 35382

מוגש ע"י צוות מורי המתמטיקה של "יואל גבע":
יואל גבע, ארד טלמון, ריקי טל, אביחי כהן, קובי שרוני, אודי נעים, יאיר גולני, רועי גבע

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



1. מחיר 1 ק"ג גבינה צהובה היה גבוה ב- 50 שקלים ממחיר 1 ק"ג קמח. אחרי זמן מה השתנו המחירים: מחיר ק"ג גבינה צהובה נבד ב- 20%, ואילו מחיר ק"ג קמח עלה ב- 40%. לאחר השינוי במחירים קנה בעל הפיצרייה 10 ק"ג גבינה צהובה ו- 15 ק"ג קמח. הוא שילם בעבור הקנייה 530.5 שקלים סך הכול.
- א. מה היה המחיר של 1 ק"ג גבינה צהובה, ומה היה המחיר של 1 ק"ג קמח לפני השינוי במחירים?
- ב. כדי להכין פיצה שלמה אחת יש צורך ב- 200 גרם גבינה צהובה ו- 400 גרם קמח. מצא כמה פיצות שלמות לכל היותר יוכל בעל הפיצרייה לייצר מן המצרכים שקנה. פרט את חישוביך.

א. נסמן ק - X אל המחיר של 1 ק"ג קמח.
 המחיר של 1 ק"ג גבינה צהובה שקליו 50 יותר, ולכן מחירו של 1 ק"ג גבינה צהובה הוא X+50.

נניח באמצעות X אל המחירים לאחר השינוי:

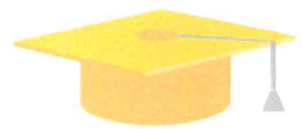
מחיר ק"ג גבינה צהובה ירד ב- 20%, ולכן מחירו הוא 80% ממחירו ההתחלתי, כלומר 80% מ-X+50.

$$\frac{80}{100} \cdot (X+50) = 0.8(X+50)$$

מחיר ק"ג קמח עלה ב- 40%, ולכן מחירו הוא 140% ממחירו ההתחלתי, כלומר 140% מ-X.

$$\frac{140}{100} \cdot X = 1.4X$$

קנה הפיצרייה קנה 10 ק"ג גבינה צהובה ומחיר קמח של 0.8X, ולכן מחירם:

$$10 \cdot 0.8(X+50) = 8(X+50)$$


קמח הביצורה קנה 15 ק"ג קמח במחיר 1.4X
 6 ק"ג, ולכן שילם סה"כ $15 \cdot 1.4X = 21X$

ניין איבז אל הנתינוי קסבלה:

סה"כ	כמות	מחיר ז'אמק	ז'בנה צ'וקה
$10 \cdot 0.8(x+50) = 8(x+50)$	10	$0.8(x+50)$	קמח
$15 \cdot 1.4x = 21x$	15	$1.4x$	קמח

קמח הביצורה שילם עבור הקניי וולכן המשוואה היא:
 530.5 שקלים

$$8(x+50) + 21x = 530.5$$

$$8x + 400 + 21x = 530.5$$

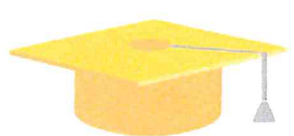
$$29x = 130.5 \quad /:29$$

$$x = 4.5$$

מחיר ק"ג קמח לפני הנתינוי סולמ ק - X וולכן
 מחירו 4.5 שקלים.

למידע על פסיכומטרי
 ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



מחיר יקף לגינה צהובה סומן ב - $X+50$ חבן
מחירו הוא $4.5+50$ סומן 54.5 סקוים.

משוקה!
מחיר יקף לגינה צהובה הוא 54.5 סקוים
מחיר יקף קמח הוא 4.5 סקוים.

ב. נתחיל בקבינת כמח הגינה הצהובה:

כדי להכין ביצה יש צורך ב - 200 גרם גינה צהובה.
נחשוב את האחוזים יקף ונקבל:
 $\frac{200}{1000} = 0.2$

כמח הגינה שקנה היא 10 יקף, ולכן מספר הביצות שניתן להכין ממח הגינה היא:

$$\frac{10}{0.2} = 50$$

ביצות

לקבוק את כמח הקמח:

כדי להכין ביצה יש צורך ב - 400 גרם קמח.
נחשוב את האחוזים יקף ונקבל:

$$\frac{400}{1000} = 0.4$$

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



כמות הקלח שקנה היא 15 ק"ג, ולכן מסתו הביצוג
שיטת חיובין מכמות הקלח היא:

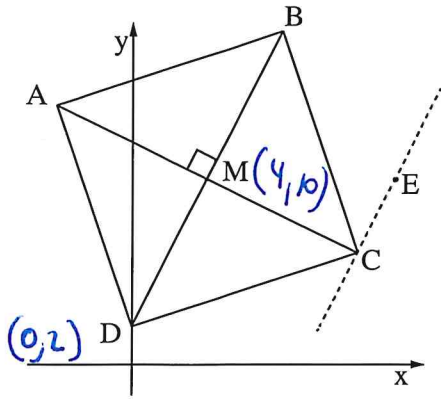
$$\frac{15}{0.4} = 37.5$$

כיסג

מכמות הקלח ניתן להטין 37 ביצוג שמגזרם הילתר
ולכן כמות הביצוג שניתן להטין היא 37 ביצוג.

תשובה: 37 ביצוג





2. נתון ריבוע ABCD.

אלכסוני הריבוע נפגשים בנקודה $M(4, 10)$ (ראה ציור).

שיעורי הקודקוד D הם $(0, 2)$.

א. מצא את השיפוע של הישר DM.

ב. מצא את משוואת האלכסון AC.

ג. ישר המקביל לישר DM עובר דרך הנקודה $E(14, 10)$.

(1) מצא את המשוואה של הישר המקביל.

(2) הישר שאת משוואתו מצאת בתת-סעיף ג(1) עובר

דרך הקודקוד C.

מצא את השיעורים של הקודקוד C.

ד. מצא את שיעורי הקודקוד A.

ה. מצא את ההיקף של המשולש ACD.

א. נמצא את השיפוע של DM בעזרת הנוסחה
 $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
 2 נקודות על הישר:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m_{DM} = \frac{10 - 2}{4 - 0} = \frac{8}{4} = 2$$

נציב בנוסחה את שיעורי הנקודות הנמצאות
 $M(4, 10)$
 $D(0, 2)$

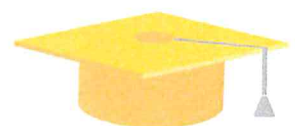
תשובה: שיפוע הישר DM הוא 2

ב. נמצא את השיפוע של AC בעזרת השיפוע של DM שקיבלנו בסעיף קודם.

אלכסוני הריבוע מאונכים זה לזה ולכן השיפוע של AC הוא הופכי ונגדי לשיפוע של DM, א.

לחידע על פסיכומטרי
 ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



מכפול סימוליה פ מולו (-1) :

$$m_{DM} = 2 \xrightarrow{\text{הוכני אלגני}} -\frac{1}{2}$$

$$2. M_{AC} = -1$$

$$M_{AC} = -\frac{1}{2}$$

או

(מנתו את מטולת האלנסון AC עפו הסינון $(-\frac{1}{2})$ והנקודה $M(4,10)$)

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

הנוסחה למטולת יטה:

(צ'ק את הנקודות)

$$y - 10 = -\frac{1}{2}(x - 4)$$

$$y - 10 = -\frac{1}{2}x + 2$$

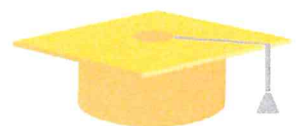
$$y = -\frac{1}{2}x + 2 + 10$$

$$y = -\frac{1}{2}x + 12$$

מטולת האלנסון AC היא $y = -\frac{1}{2}x + 12$ (תשובה)

ג (4) יטויה מקבולת הם קטלי אלול סינון עפו הנתון היטו הנוסף (CE) מקבולת DM-ל ולכן:

$$m_{CE} = m_{DM} = 2$$



נמצא את משוואת הישר המקביל קב"ה השינוי $m=2$
 והנקודה הנתינה $E(14,10)$.

$$y-10 = 2(x-14)$$

$$y-10 = 2x-28$$

$$y = 2x-28+10$$

$$y = 2x-18$$

תשובה: משוואת הישר המקביל היא $y=2x-18$

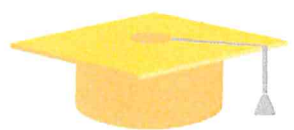
(2) הנקודה C היא נקודת מפגש בין האלכסון AC לבין הישר המקביל, ולכן כדי למצוא את נקודה C נפתח את מערכת המשוואות של הישרים.
 משוואת AC קב"ה סג"ל היא $y = -\frac{1}{2}x + 12$
 משוואת הישר המקביל קב"ה סג"ל (1) היא $y = 2x - 18$

$$\begin{cases} y = -\frac{1}{2}x + 12 \\ y = 2x - 18 \end{cases}$$

$$-\frac{1}{2}x + 12 = 2x - 18$$

$$-2\frac{1}{2}x = -30$$

$$x = 12$$



נציב $x=12$ באתר המשוואה ונקבל את y .

$$y = 2x - 18$$

$$y = 2 \cdot 12 - 18 = 6$$

$$C(12, 6)$$

תשובה: טעויות הנקודות C הוא $(12, 6)$

3. אלו נכסיו הריבוי חלבים זה את זה חסן הנקודה M היא נקודת האמצע של האנכסון AC.

A נמצא קנוסתר אמצע קטע אמצע טעויות הנקודה A

$$X_M = \frac{X_C + X_A}{2}$$

$$4 = \frac{12 + X_A}{2} \quad / \cdot 2$$

$$8 = 12 + X_A$$

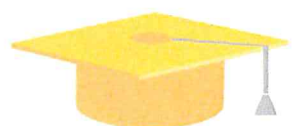
$$X_A = -4$$

$$C(12, 6)$$

$$M(4, 10)$$

$$y_M = \frac{y_C + y_A}{2}$$

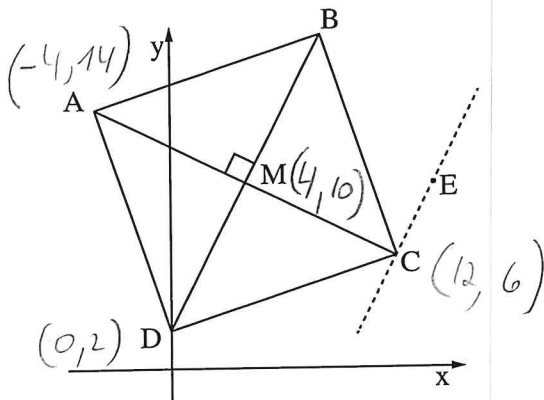
$$10 = \frac{6 + y_A}{2} \quad / \cdot 2$$



$$20 = 6 + y_A$$

$$y_A = 14$$

תשובה: שיעורי הנקודה A הם $(-4, 14)$



ה. היקף המשולש ACD הוא:

$$AC + CD + AD$$

נמצא את האורך של AC בעזרת נוסחת המרחק:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

נציב את שיעורי הנקודות A(-4, 14) ו-C(12, 6) ונמצא את AC

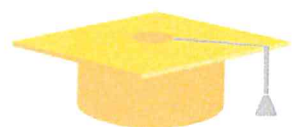
$$d_{AC} = \sqrt{(-4 - 12)^2 + (14 - 6)^2} = 17.89$$

נציב את שיעורי הנקודות C(12, 6) ו-D(0, 2) ונמצא את CD

$$d_{CD} = \sqrt{(12 - 0)^2 + (6 - 2)^2} = 12.65$$

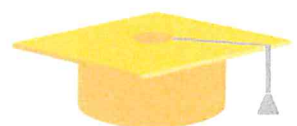
ABCD הוא ריבוע חסן $CD = AD$

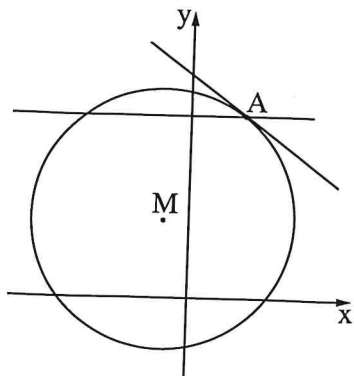
היקף המשולש הוא:



$$AC + CD + AD = 17.89 + 12.65 + 12.65 = 43.19$$

תשובה: היקף משולש ACD הוא 43.19





3. הנקודה M היא מרכז המעגל $(x + 2)^2 + (y - 6)^2 = 100$.
 הנקודה A היא נקודת החיתוך של הישר $y = 14$
 עם המעגל ברביע הראשון (ראה ציור).
 א. מצא את השיעורים של הנקודה A.
 ב. מצא את שיפוע הישר MA.
 ג. מצא את משוואת המשיק למעגל בנקודה A.
 ד. דרך הנקודה M העבירו אנך לציר ה-x.
 האנך חותך את המשיק שאת משוואתו מצאת בסעיף ג בנקודה B.
 מצא את שטח המשולש ΔAMB .

א. הנקודה A היא נקודת החיתוך בין המעגל לישר $y=14$.
 ולכן כדי למצוא את שיעורי הנקודה A נפתר את
 מערכת המשוואות של המעגל והישר:

$$\begin{cases} (x+2)^2 + (y-6)^2 = 100 \\ y = 14 \end{cases}$$

$$(x+2)^2 + (14-6)^2 = 100$$

$$(x+2)(x+2) + 8^2 = 100$$

$$x^2 + 2x + 2x + 4 + 64 - 100 = 0$$

$$x^2 + 4x - 32 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot (-32)}}{2} = \frac{-4 \pm 12}{2}$$

$$x_1 = 4 \quad x_2 = -8$$

הנקודה A (מצאג עפ"י ניתוח קובץ הוואטון
 ולכן הניתרון המתאים הוא $x=4$



סיגורי הנקודה ה' : $A(4,14)$

תשובה: סיגורי הנקודה א' ה' : $(4,14)$

ה' הנקודה M היא מרכז המעגל, וצפי ממוצע המעגל סיגורי המרכז ה' : $M(-2,6)$

נמצא את שינוי היטו MA בצורת הנוסחה למצוא שינוי עפי 2 נקודות :

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

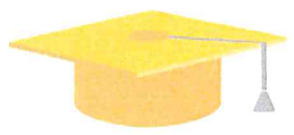
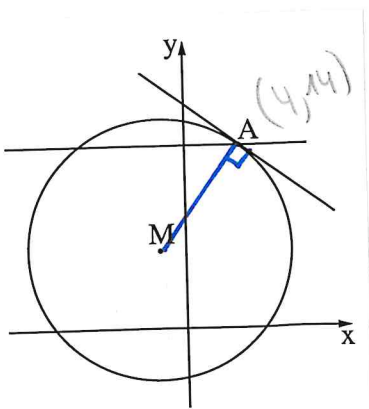
$$m_{MA} = \frac{6 - 14}{-2 - 4} = \frac{-8}{-6} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$$

$M(-2,6)$
 $A(4,14)$

ג. המשיך מאונק זכריוס הנקודה ההיטקן רמן MA מאונק זמטיקן.

אם נקו, שפוז המשיך הוא ה'סכי ונצדי זמטיקן היטו MA, או מנפולרם שולג ל- (-1)

$$m_{MA} = \frac{4}{3} \xrightarrow[\text{ולגבי}]{\text{הופכי}} -\frac{3}{4}$$



או מנכר הטיטוקיז טולג 1- בלומי:

$$\frac{4}{3} \cdot m_{\text{מטיין}} = -1$$

$$m_{\text{מטיין}} = \frac{-1}{\frac{4}{3}} = -\frac{3}{4}$$

מציא אר ממולאג המטיין אפי טינול $m = -\frac{3}{4}$

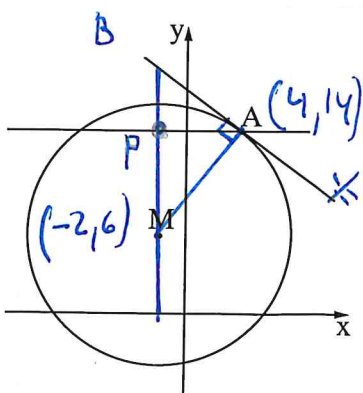
אפי הנקודה $A(4, 14)$ ממולאג בסגיל א.

$$y - 14 = -\frac{3}{4}(x - 4)$$

$$y - 14 = -\frac{3}{4}x + 3$$

$$y = -\frac{3}{4}x + 17$$

תשובה: $y = -\frac{3}{4}x + 17$ ממולאג המטיין הול



3. מצא תחלה אר טיזוי הנקודה B. היי ממ מקיל אצוי י היגינול אנק אצוי x. ממל:

$$x(B) = x(M) = -2$$

הנקודה B ממולאג המטיין ממ ממולאג ממולאג בסגיל א, וולט נצוק $x = -2$ ממולאג המטיין



אנקה את שינוי ה- y של אינקרדזה B.

$$y = -\frac{3}{4}x + 17$$

$$x = -2 \rightarrow y = -\frac{3}{4}(-2) + 17 = 18.5$$

קואורנט: $B(-2, 18.5)$

נמצא את טעם המטוט AMB
בנוסחה לחיטוב טעם מטוט היא:

$$\sum = \frac{MB \times \text{אוקה} + \text{AP}}{2}$$

קיימת 2 אנטרולות:

אנטרולת אד

$$\sum_{\Delta(AMB)} = \frac{MB \cdot AP}{2}$$

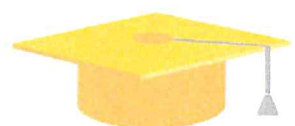
(P היא נקודת החיטוב
של הטעם $y=14$ זה האנך לזרז ה-x)

$$MB = y(B) - y(M) = 18.5 - 6 = 12.5$$

$$AP = x(A) - x(P)$$

$$x(P) = x(M) = -2$$

$$AP = 4 - (-2) = 6$$



$$S_{\Delta(A,MB)} = \frac{12.5 \cdot 6}{2} = 37.5$$

אנטהול ק: מטולט ΔMB הולט מטולט וטו
 : 115, 100

$$S_{\Delta(A,MB)} = \frac{AB \cdot AM}{2}$$

$$d(AB) = \sqrt{(4+2)^2 + (14-18.5)^2} = 7.5$$

$$A(4, 14)$$

$$B(-2, 18.5)$$

$$d(AM) = \sqrt{(4+2)^2 + (14-6)^2} = 10$$

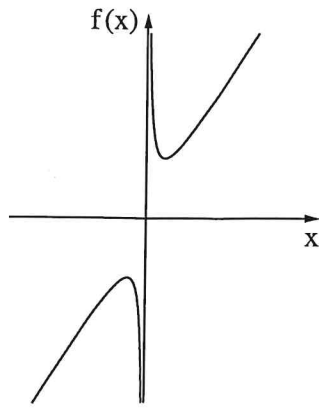
$$A(4, 14)$$

$$M(-2, 6)$$

$$S_{\Delta(A,MB)} = \frac{7.5 \times 10}{2} = 37.5$$

37.5 מטולט הולט הולט הולט





4. לפניך גרף הפונקציה $f(x) = 8x + \frac{2}{x}$.

- א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?
- ב. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן בהסתמך על הגרף.
- בנקודה שבה $x = 1$ העבירו משיק לגרף הפונקציה $f(x)$.
 - ג. (1) מצא את שיפוע המשיק.
 - (2) מצא את משוואת המשיק.

- ד. (1) מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת המקסימום שלה.
- (2) מצא את שיעורי נקודת החיתוך של שני המשיקים שמצאת.

א. האננה לא יכול להיות טולה ל-0, ולכן:

$$x \neq 0$$

ה. כדי למצוא עקומה קיצון הפונקציה ל-0 נמצא את נגזרת הפונקציה:

$$f(x) = 8x + \frac{2}{x}$$

$$f'(x) = 8 - \frac{2}{x^2}$$

נטול את הנגזרת ל-0 ונפתור את המשוואה:

$$8 - \frac{2}{x^2} = 0 \quad / \cdot x^2$$

$$8x^2 - 2 = 0$$

$$8x^2 = 2 \quad / : 8$$

$$x^2 = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$



$$x = \pm \sqrt{\frac{2}{4}}$$

$$x_1 = \frac{1}{2}$$

$$x_2 = -\frac{1}{2}$$

נמצא את שיעורי ה- y של x באמצעות פונקציה

$$f(x) = 8x + \frac{2}{x}$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = 8 \cdot \frac{1}{2} + \frac{2}{\frac{1}{2}} = 8$$

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = 8\left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{2}{-\frac{1}{2}} = -8$$

קיימנו 2 נקודות שהינן הנשענות שלה $f = 0$:

$$\left(\frac{1}{2}, 8\right) \quad \left(-\frac{1}{2}, -8\right)$$

זוהי הנקודה $\left(\frac{1}{2}, 8\right)$ היא נקודת מינימום

$\left(-\frac{1}{2}, -8\right)$ היא נקודת מקסימום

$$\left(\frac{1}{2}, 8\right) \text{ מינימום}$$

$$\left(-\frac{1}{2}, -8\right) \text{ מקסימום}$$

תשובה:



ע (1) כתיב למצוא את שינוי המטען במנק' $x=1$, נביק
 $x=1$ במערכת הנוקציה:

$$f(x) = 8 - \frac{2}{x^2}$$

$$f'(1) = 8 - \frac{2}{1^2} = 6$$

תשובה: שינוי המטען הוא 6.

(2) נמצא את שינוי ה- y הנקודה $x=1$.

$$f(1) = 8 \cdot 1 + \frac{2}{1} = 10$$

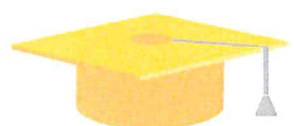
נמצא את משוואת המטען במערכת הסינוס $m=6$
 שמצאנו בסעיף ע (1), ובמערכת הנקודה $(1, 10)$.
 נביק את הנתיב במשוואת הנוטה:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 10 = 6(x - 1)$$

$$y - 10 = 6x - 6$$

$$y = 6x + 4$$



צט"ק: $y = 6x + 4$ הוא המשוואה הנקראת

3 (1) המשוואה הנקראת המקסימום הוא וטר המנקבות

לצד ה- x , ומשוואת המסלול $y = -8$.

נקודת המקסימום ע"פ סעיף ב' היא $(-\frac{1}{2}, -8)$

הנקודה המשוואה הנקראת היא $y = -8$.

צט"ק: $y = -8$

(2) כדי למצוא את נקודת החיתוך של שתי המשוואות נפתור את מערכת המשוואות שלהם:

$$\begin{cases} y = 6x + 4 \\ y = -8 \end{cases}$$

משוואה הנקראת המשוואה הנקראת היא $x = 1$ היא $y = 6x + 4$

משוואה הנקראת המשוואה הנקראת היא $y = -8$

מערכת המשוואות היא:

$$\begin{cases} y = 6x + 4 \\ y = -8 \end{cases}$$

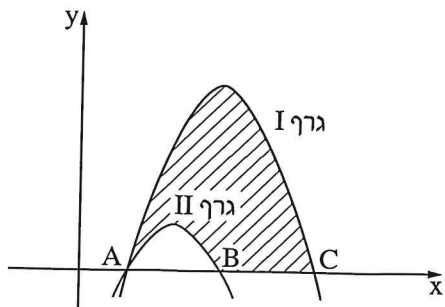
$$6x + 4 = -8$$

$$6x = -12 \quad /:6$$

$$x = -2$$

תשובה: $(-2, -8)$ שיעורי נקודת החיתוך הם:





בציור שלפניך נתונים הגרפים של הפונקציות:

$$f(x) = -x^2 + 8x - 12$$

$$g(x) = -x^2 + 12x - 20$$

- א. שני הגרפים חותכים את ציר ה- x בנקודה A. גרף I חותך את ציר ה- x גם בנקודה C. גרף II חותך את ציר ה- x גם בנקודה B.
- א. מצא את שיעורי הנקודות A, B ו-C.

ב. איזה מן הגרפים I, II, הוא הגרף של הפונקציה $f(x)$ ואיזה מהם הוא הגרף של הפונקציה $g(x)$? נמק.

ג. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף I, על ידי גרף II ועל ידי ציר ה- x (השטח המקווקו בציור).

א. נמצא את נקודות החיתוך של שתי הפונקציות. ציר ה- x חתוכות בנקודות חיתוך עם ציר ה- x שיהיו ה- y הוא 0.

נחיה $f(x) = 0$:

$$-x^2 + 8x - 12 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4(-1)(-12)}}{2(-1)} = \frac{-8 \pm 4}{-2}$$

$$x_1 = 2 \quad x_2 = 6$$

נחיה $g(x) = 0$:

$$-x^2 + 12x - 20 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-12 \pm \sqrt{12^2 - 4(-1)(-20)}}{2(-1)} = \frac{-12 \pm 8}{-2}$$

$$x_1 = 2 \quad x_2 = 10$$

הנקודות A היא נקודת החיתוך של שתי הפונקציות היא (2,0).



הנקודה B נמצאת ממאלו הנקודה C, וזמן
שיעור ה-X של קטן יותר.

מכאן: שיעורי הנקודה B הם $(6,0)$
שיעורי הנקודה C הם $(10,0)$.

$C(10,0)$	$B(6,0)$	$A(2,0)$
-----------	----------	----------

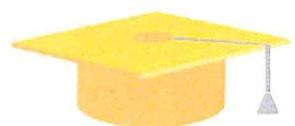
תשובה!

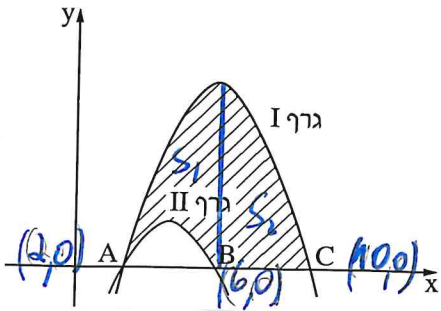
ב: גרף I חותך את ציר ה-X בנקודה
 $A(2,0)$ ו- $C(10,0)$. פירוש: אלו הנקודות
כשיתנו את $f(x)$, וזמן שרץ I משלים את $f(x)$.

גרף II חותך את ציר ה-X בנקודה
 $A(2,0)$ ו- $B(6,0)$. פירוש: אלו הנקודות
כשיתנו את $f(x)$, וזמן שרץ II משלים את $f(x)$.

גרף I משלים את $f(x)$
גרף II משלים את $f(x)$

תשובה!





א. מתקיימת נקודה B נקודה אנק.
את היטוב הטוח נחלק ל-2:
אטמאל וואנק וואינינו.

נסמנו S_1 S_2 (טא 11 13 ווא)

חיטוב טוח S_1

$$\int_2^6$$

א קואל האניטגרא:

הפרט הנוקציה:

$$(-x^2 + 12x - 20) - (-x^2 + 8x - 12) =$$

$$-x^2 + 12x - 20 + x^2 - 8x + 12 = 4x - 8$$

חיטוב הטוח:

$$\int_2^6 (4x - 8) dx = \left[\frac{4x^2}{2} - 8x \right]_2^6 = \left(\frac{4 \cdot 6^2}{2} - 8 \cdot 6 \right) - \left(\frac{4 \cdot 2^2}{2} - 8 \cdot 2 \right) =$$

$$= 24 - (-8) = 32$$

חיטוב טוח S_2

א קואל האניטגרא:

$$\int_6^{10}$$

הפרט הנוקציה:

$$(-x^2 + 12x - 20) - (0) =$$

$$-x^2 + 12x - 20$$



חישוב הטסה!

$$\int_6^{10} (-x^2 + 12x - 20) dx = \left[-\frac{x^3}{3} + \frac{12x^2}{2} - 20x \right]_6^{10} =$$

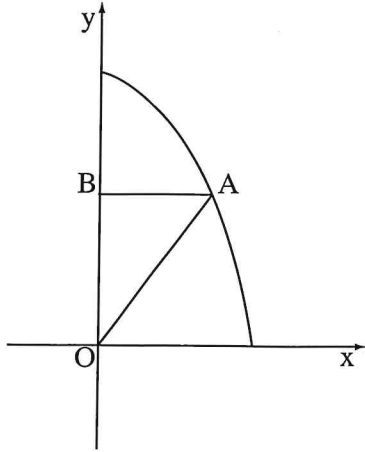
$$\left(-\frac{10^3}{3} + \frac{12 \cdot 10^2}{2} - 20 \cdot 10 \right) - \left(-\frac{6^3}{3} + \frac{12 \cdot 6^2}{2} - 20 \cdot 6 \right) =$$

$$66\frac{2}{3} - 24 = 42\frac{2}{3}$$

$$S_1 + S_2 = 32 + 42\frac{2}{3} = 74\frac{2}{3}$$

תשובה! הטסה הולט $74\frac{2}{3}$





6. נתון גרף הפונקציה $y = -x^2 + 48$ ברביע הראשון.

ישר המקביל לציר ה- x חותך את גרף הפונקציה

בנקודה A שנמצאת ברביע הראשון, ואת ציר ה- y בנקודה B .

מחברים את הנקודה A עם ראשית הצירים O (ראה ציור).

א. מה צריך להיות שיעור ה- x של הנקודה A

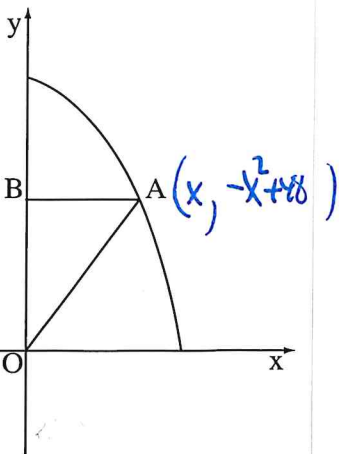
כדי ששטח המשולש AOB יהיה מקסימלי?

ב. מהו השטח המקסימלי של המשולש AOB ?

א. נסמן ב- x את שיעור ה- x של הנקודה A .
 הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $y = -x^2 + 48$.
 לכן שיעור ה- y של הנקודה הוא $-x^2 + 48$.

(נסמן: שיעורי הנקודה A הם $(x, -x^2 + 48)$)

נבדל באלמנטים x את שטח המשולש AOB .



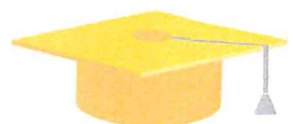
$$S_{\Delta AOB} = \frac{AB \cdot BO}{2}$$

$$AB = x(A) = x$$

$$BO = y(A) = -x^2 + 48$$

$$S_{\Delta AOB} = \frac{x(-x^2 + 48)}{2}$$

נסמן את הפונקציה המתארת את שטח המשולש ב- $f(x)$



$$f(x) = \frac{x(-x^2 + 48)}{2} = \frac{-x^3 + 48x}{2}$$

כדי למצוא את x שנקווה שזה הממוצע AOB

יהיה מקסימלי - נגזיר את הפונקציה ונשווה את הנגזרת ל-0.

$$f'(x) = \frac{-3x^2 + 48}{2}$$

$$\frac{-3x^2 + 48}{2} = 0 \quad / \cdot 2$$

$$-3x^2 + 48 = 0$$

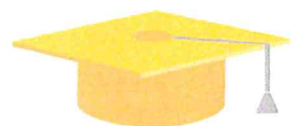
$$-3x^2 = -48 \quad / : -3$$

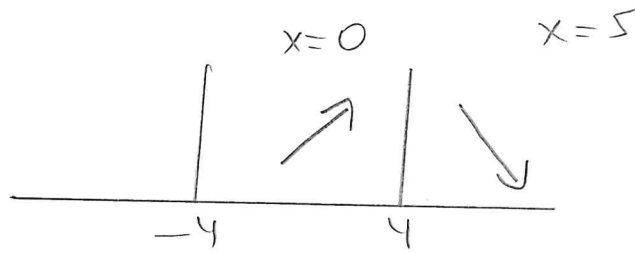
$$x^2 = 16$$

$$x = \pm 4$$

הנקודה A נמצאת ברביע הראשון ולכן $x = -4$ אינו מתאים.

נראה שנקווה $x = 4$ מתקף שזה מקסימלי בגובה סה"כ עליה יורד!





$$f'(x) = \frac{-3x^2 + 48}{2}$$

$$f'(0) = \frac{-3 \cdot 0^2 + 48}{2} = 24$$

$$f'(5) = \frac{-3 \cdot 5^2 + 48}{2} = -13.5$$

הטעות היא כי אין
היננו צריכים להוסיף
היטות שלילי
ואין היננו צריכים להוסיף

קיימנו שבקור $x=4$ מתקבל המקסימום

$$x(4) = 4$$

הטעות!

ג. כדי למצוא את הטסה המקסימלית הנמוכה AOB
(צ"ב) $x=4$ קיבלנו צורה $f(x)$

$$f(x) = \frac{-x^3 + 48x}{2}$$

$$f(4) = \frac{-4^3 + 48 \cdot 4}{2} = 64$$

$$64 \text{ הטסה המקסימלית הוא } 64$$

