

פתרון הבחינה

במתמטיקה

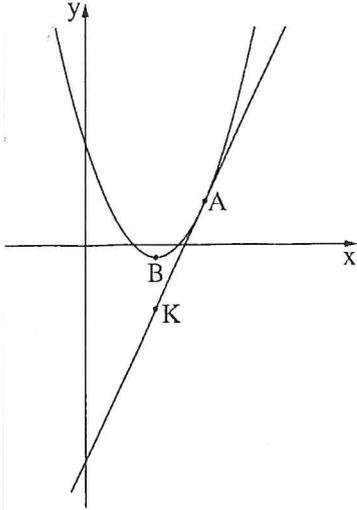
מועד ב, תשפ"א, 2021, שאלון: 35381

מוגש ע"י צוות מורי המתמטיקה של "יואל גבע":
יואל גבע, ארד טלמון, ריקי טל, אביחי כהן, קובי שרוני, אודי נעים, יאיר גולני, רועי גבע

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.





1. נתונים פרבולה שמשוואתה $y = x^2 - 6x + 8$,

וישר שמשוואתו $y = 4x - 17$ (ראה סרטוט).

- א. מצא את שיעורי קודקוד הפרבולה (הנקודה B בסרטוט).
- ב. רשום את תחום העלייה ואת תחום הירידה של הפרבולה.
- ג. מצא את שיעורי הנקודה המשותפת לפרבולה ולישר (הנקודה A בסרטוט).

נקודה K נמצאת על הישר. נתון כי שיעור ה-x של נקודה K שווה לשיעור ה-x של קודקוד הפרבולה.

ד. מצא את שיעורי הנקודה K.

1. הנוסחה למציאת שיעור ה-x של נקודת הקיצון היא:

$$x = \frac{-b}{2a}$$

משוואת הפרבולה היא $y = x^2 - 6x + 8$

אזכר

$$x = \frac{-(-6)}{2 \cdot 1} = \frac{6}{2} = 3$$

נציב במשוואת הישר $x = 3$ ונקבל את y.

$$y = 3^2 - 6 \cdot 3 + 8 = -1$$

תשובה: שיעורי נקודת הקיצון הם $(3, -1)$



ב. הנקודה גולה עבור $X > 3$
הנקודה יורדת עבור $X < 3$

$X > 3$	תחום עלייה
$X < 3$	תחום ירידה

תשובה!

ג. כדי למצוא את הנקודה הממוגרת אבריחה ליישר
נפתור את מערכת המשוואות של הנקודה אריטה:

$$\begin{cases} y = x^2 - 6x + 8 \\ y = 4x - 17 \end{cases}$$

$$x^2 - 6x + 8 = 4x - 17$$

$$x^2 - 10x + 25 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-10) \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 25}}{2 \cdot 1} = \frac{10 \pm 0}{2} = 5$$

לבק $x=5$ במשוואת הישר ונקבל את y .

$$y = 4x - 17$$

$$y(x=5) = 4 \cdot 5 - 17 = 3$$

שיעורי הנקודה הם $(5, 3)$



תשובה: הנקודה המשותפת אפרקואה הישר היא $(5, 3)$

3. שיטת ה- x הנקראת אפרקואה הוא 3 ,
שיטת ה- x הנקראת B הוא 3 , ולכן

$$X(k) = 3$$

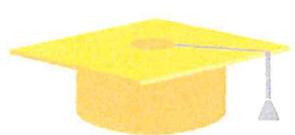
לציב $X=3$ במשוואת הישר ונקבל את
שיטת ה- y הנקראת A.

$$y = 4x - 17$$

$$Y(x=3) = 4 \cdot 3 - 17 = -5$$

שיטת הנקודה A היא $(3, -5)$

תשובה: $(3, -5)$



2. רוני שלחה בדואר 4 חבילות, כל אחת במשקל אחר, וקנתה בול לכל חבילה. המחיר של בול נקבע לפי משקל החבילה. מחירי הבולים שקנתה רוני יוצרים סדרה חשבונית. מחירו של הבול היקר ביותר גבוה פי 3 ממחירו של הבול הזול ביותר. על כל ארבעת הבולים שילמה רוני 96 שקלים סך הכול.
- א. מהו מחירו של הבול הזול ביותר, ומהו מחירו של הבול היקר ביותר? פרט את חישוביך.
- ב. מהו המחיר של כל אחד משני הבולים האחרים? פרט את חישוביך.

א. נסמן a_1 - מחיר הקול הנמוך ביותר.

מסדרה יש 4 איברי, והבול היקר ביותר הוא a_4 .

היחס בין המחירים הוא 1:3, ולכן המחיר של הבול היקר ביותר הוא $3a_1$.

$$a_4 = 3a_1$$

לפינוסמה האיברי הנמוך של סדרה חשבונית

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_4 = a_1 + (4-1)d = a_1 + 3d$$

לפינוסמה:

$$a_1 + 3d = 3a_1$$

$$3d = 2a_1$$



המשוואה הנורסטית:

מחיר 4 הקולות הוא 96, כלומר $S_4 = 96$
 נוסח קנוסטת הסכום (סכום המספרים)

$$S_n = \frac{n [2a_1 + (n-1)d]}{2}$$

צ'ק: $n=4$ ונקודת:

$$S_4 = \frac{4 [2a_1 + (4-1)d]}{2} = \frac{4(2a_1 + 3d)}{2}$$

$$S_4 = 96$$

אם:

$$\frac{4(2a_1 + 3d)}{2} = 96 \quad / \cdot 2$$

$$4(2a_1 + 3d) = 192$$

$$8a_1 + 12d = 192$$

נרשם שתי המשוואות והנרשם אל
 לעזיבת המשוואה:



$d=8$ $a_1=12$ ל'ב'ג

$a_4 = 12 + 3 \cdot 8 = 36$

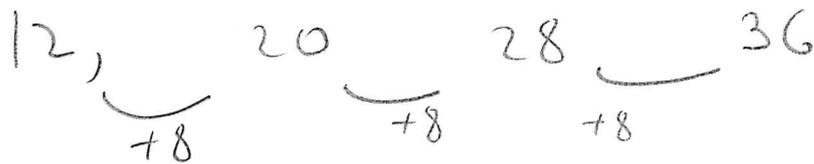
מתור הקול הנול ביותר הוא 12 שקלים.
מתור הקול היקר ביותר הוא 36 שקלים

תשובה!

ב. למצוא את מתור הקול הטני והטלוי, כלומר למצוא את a_2 ואת a_3 .

אפשר להזכר בנוסחה, ואפשר גם לפרוס את הסדרה:

בנוסף הסדרה: $a_1 = 12$
 $d = 8$

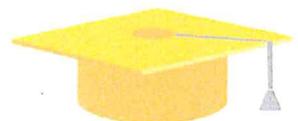


מתור הקול האמצעי 20 שקלים ו-28 שקלים

תשובה!

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



3. הכמות של חומר רדיואקטיבי מסוים קטנה בכל שעה באחוז קבוע.

מדען מדד את כמות החומר שלוש פעמים באותו היום.

בשעה 7:00 בבוקר הייתה כמות החומר 60 גרם.

בשעה 10:00 בבוקר הייתה כמות החומר 50 גרם.

א. בכמה אחוזים קטנה כמות החומר בכל שעה?

המדען מדד את כמות החומר בפעם השלישית באותו היום בשעה 16:00 אחר הצהריים.

ב. מה הייתה כמות החומר במדידה השלישית?

ג. באיזו שעה הייתה כמות החומר כ- 44 גרם?

א. בשעה 7:00 כמות החומר היא 60 גרם, ולכן $M_0 = 60$

בשעה 10:00, כלומר 3 שעות מאוחר יותר היא 50 גרם, ולכן

$$M_3 = 50$$

ניצול קבועת גרעין ורגיעה:

$$M_t = M_0 q^t$$

$$M_0 = 60 \text{ (ב'ק)}$$

$$t = 3$$

$$60 \cdot q^3 = 50$$

נקודות:

$$q^3 = \frac{50}{60}$$

$$q = \sqrt[3]{\frac{50}{60}} = 0.941$$



נמצא את אחוז היעדרה:

ניגזר בטל:

$$q = \frac{100 - p}{100}$$

$$0.941 = \frac{100 - p}{100} \quad / \cdot 100$$

$$94.1 = 100 - p$$

$$p = 100 - 94.1$$

$$p = 5.9$$

תשובה: הכמות הקטנה ק 5.9%

ג. המדידה הטלויזיונית נערכה בטקס 16⁰⁰, כולו 9 שאלות מהמדידה הראשונה שנערכה בטקס 7⁰⁰ את נק גזינו למצוא את M_g .

(צ"ב בנוסחה)

$$M_g = M_0 q^g$$

$$M_0 = 60$$

$$M_g = 60 \cdot 0.941^g$$

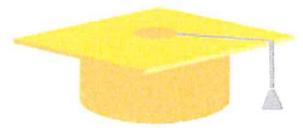
$$q = 0.941$$

$$M_g = 34.71$$

$$t = 9$$

כמידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



תשובה: במצוינה הנחשבת כמאה והחומר הישיר 34.71 גרם

ד. חיינו זמנא אג וישגי שגה כמאה והחומר הישיר

כ- 44 גרם, כמות $M_t = 44$

ע"פ הנוסחה: $M_0 q^t = 44$

נ"כ $M_0 = 60$ $q = 0.941$
 $60 \cdot 0.941^t = 44$ / :60

$0.941^t = 0.7333$

נ"כ $t = 1$

$0.941^1 = 0.941$

נ"כ $t = 2$

$0.941^2 = 0.885$

נ"כ $t = 3$

$0.941^3 = 0.833$

נ"כ $t = 4$

$0.941^4 = 0.784$

נ"כ $t = 5$



$$0.941^5 = 0.738$$

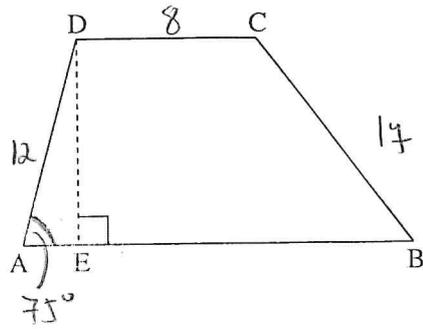
מצאנו שאחרי כ-5 שנים מהציון הראשוני,
כמות קצרב חטפה 12° נמא. החומר היא
כ- 44 גרם.

חטובה!
קטעה 12° נמא החומר
היא כ- 44 גרם.

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.





4. בטרפז $ABCD$ ($AB \parallel CD$)

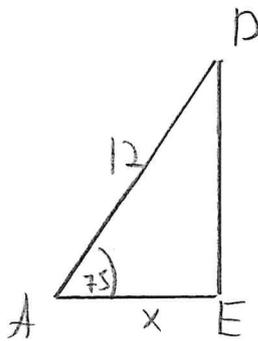
נתון: $AD = 12$ ס"מ, $DC = 8$ ס"מ, $CB = 17$ ס"מ,

$\angle DAB = 75^\circ$.

DE הוא גובה של הטרפז (ראה סרטוט).

- א. מצא את אורך הקטע AE .
- ב. מצא את האורך של גובה הטרפז DE .
- ג. מצא את אורך הבסיס הגדול AB .
- ד. חשב את שטח הטרפז.
- ה. מצא את גודל הזווית $\angle DBA$.

א. מצא את אורך הקטע AE באמצעות יחס הקוסינוס ב $\triangle DAE$, כאשר



$AD = 12$

$\angle DAE = 75^\circ$

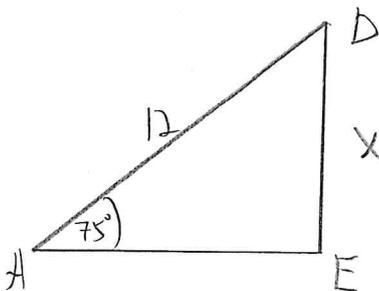
$\cos 75^\circ = \frac{AE}{12} \quad / \cdot 12$

$12 \cdot \cos 75^\circ = AE$

$AE = 3.106$

$AE = \approx 3.106$ (תשובה)

ב. מצא את אורך גובה הטרפז DE באמצעות יחס הסינוס ב $\triangle DAE$, כאשר



$AD = 12$

$\angle DAE = 75^\circ$

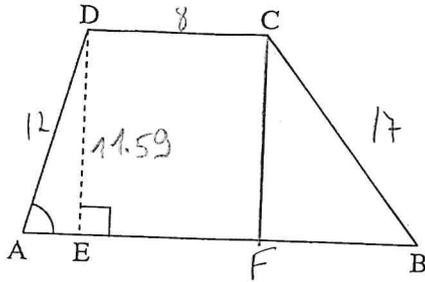
$\sin 75^\circ = \frac{DE}{12} \quad / \cdot 12$

$12 \cdot \sin 75^\circ = DE$



$DE = 11.59$

$DE = 11.59$ (ט/קה):



ג. נרדף גובה זקנים AB
מהנקודה C.
(נסמן את קוטר הפגיוס בין
הגובה זקנים ק-F)

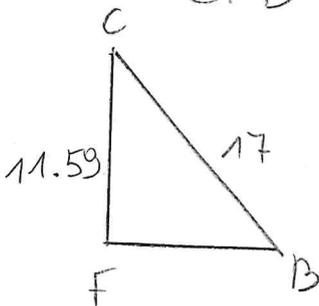
(נצא את אורך AB עם חיבור 3 קטעים):

$AB = AE + EF + FB$

$AE = 3.106$ עכ"ס קטן

$EF = DC = 8$

(נצא את FB במשולש ישר הזווית CFB כ/טר):



$BC = 17$ עכ"ס נתון.

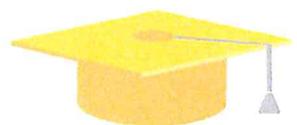
$CF = DE = 11.59$ עכ"ס סעיף ק

נידבר במשפט פיתגורוס:

$FB^2 + 11.59^2 = 17^2$

$FB^2 = 17^2 - 11.59^2$

$FB^2 = 154.67$



$$FB = 12.44$$

נחבר את כל הסגמנטים:

$$AB = AE + EF + FB$$

$$AB = 3.106 + 8 + 12.44 = 23.54$$

$$AB = 23.54 \text{ ס"מ}$$

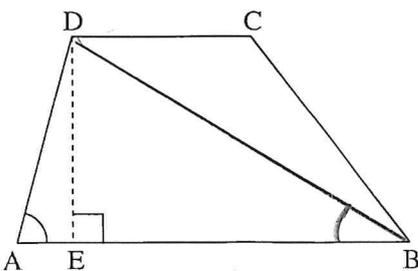
3. הנוסחה לחיטוב שטח סרפס:

$$S = \frac{(אורך הקטעים) \cdot \text{גובה}}{2}$$

$$S_{\text{סרפס } ABCD} = \frac{(AB + DC) \cdot DE}{2}$$

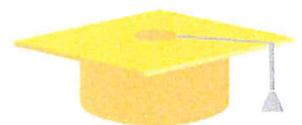
$$S_{\text{סרפס}} = \frac{(23.54 + 8) \cdot 11.59}{2} = 182.77$$

$$S_{\text{סרפס}} = 182.77 \text{ מ"ר}$$



הי, נמצא את $\triangle DBA$
 קוטעו ישרי הנולד DEB
 כאלו $DE = 11.59$ גובה סרפס

$$EB = AB - AE = 23.54 - 3.106 = 20.434$$



$$\tan * DBA = \frac{11.59}{20.434}$$

$$* DBA = 29.56^\circ$$

$$* DBA = 29.56^\circ$$

תשובה:

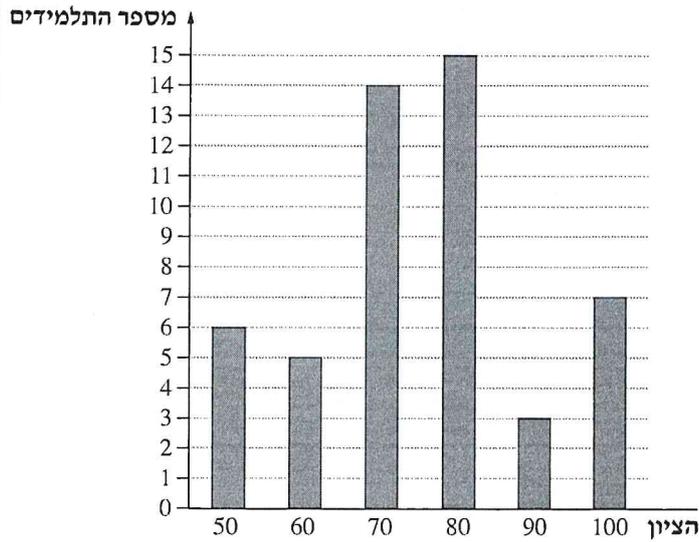
לחידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



5. בדיאגרמת העמודות שלפניך מוצגת התפלגות של הציונים במתמטיקה

שקיבלו כל תלמידי שכבה י' בתיכון "עירוני א".



- מהו מספר התלמידים בשכבה י' בתיכון "עירוני א"?
- חשב את ממוצע הציונים במתמטיקה של תלמידי שכבה י' בתיכון "עירוני א".
- תלמיד שמקבל ציון גבוה מ-89 נחשב תלמיד מצטיין. בוחרים באקראי תלמיד מתלמידי שכבה י' בתיכון "עירוני א". מהי ההסתברות שהתלמיד שנבחר הוא תלמיד מצטיין?
- אחד התלמידים בשכבה ערער על הציון שקיבל. לאחר בדיקה חוזרת הציון של התלמיד עלה ב-20 נקודות. מהו ממוצע הציונים החדש של כל תלמידי השכבה?

א. נוח להקביר את הנתונים בטבלה שכתבתי:

100	90	80	70	60	50	3	x
7	3	15	14	5	6	20	f

ממוצע

ממוצע הנתונים בטבלה הנ"ל:

$$7 + 3 + 15 + 14 + 5 + 6 = 50$$



תשובה: מספר התלמידים שנבדק הוא 50

$$\bar{X} = \frac{50 \times 6 + 60.5 + 70.14 + 80.15 + 90.3 + 100.7}{50}$$

$$\bar{X} = \frac{3750}{50} = 75$$

תשובה: הממוצע הבינומי הוא 75

גם מניין מ-89 הוא ותלמיד שבין 89-87, אך הממוצע של התלמיד שנבדק קיבל בין 89-87.

מספר התלמידים שקיבלו בין 89-87 (עפ"י הטבלה) הוא 3+7, כלומר 10 תלמידים. מספר התלמידים הכולל הוא 50. אם נק 10 תלמידים מתוך 50 התלמידים קיבלו בין 89-87, וזאת ההסתברות היא:

כמידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



$$p = \frac{10}{50} = 0.2$$

משואה: ההסתברות שנבחר תלמיד מצטיין היא 0.2

3. הביון של התלמיד הזה קרה ק-20 עקבונה
 חלק סכום הביונים זהה ק-20 עקבונה
 סכום הביונים לפני התקופה קרה סך הכל הוא 3750

אחר התקופה היה סכום הביונים קרה ק-20, סכום

$$3750 + 20 = 3770$$

מספר התלמידים לא השתנה ונשאר 50, חלקן (התלמידים הנשארים)

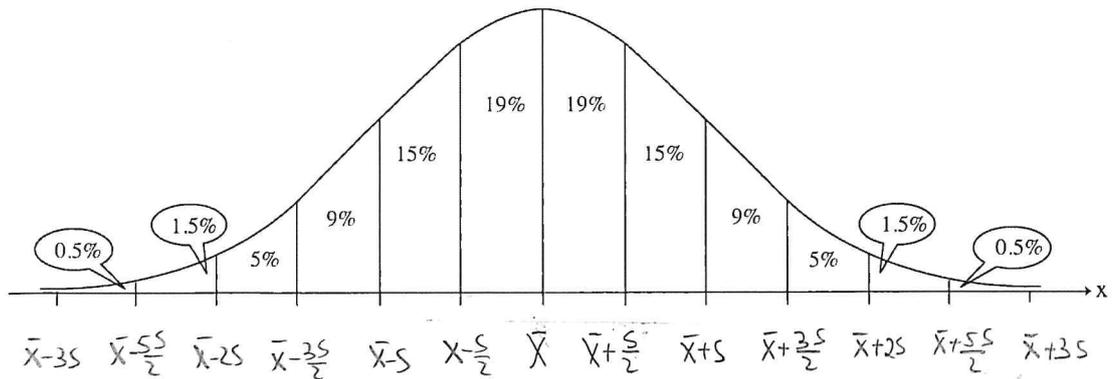
$$\bar{X} = \frac{3770}{50} = 75.4$$

$$\bar{X} = 75.4$$

משואה:

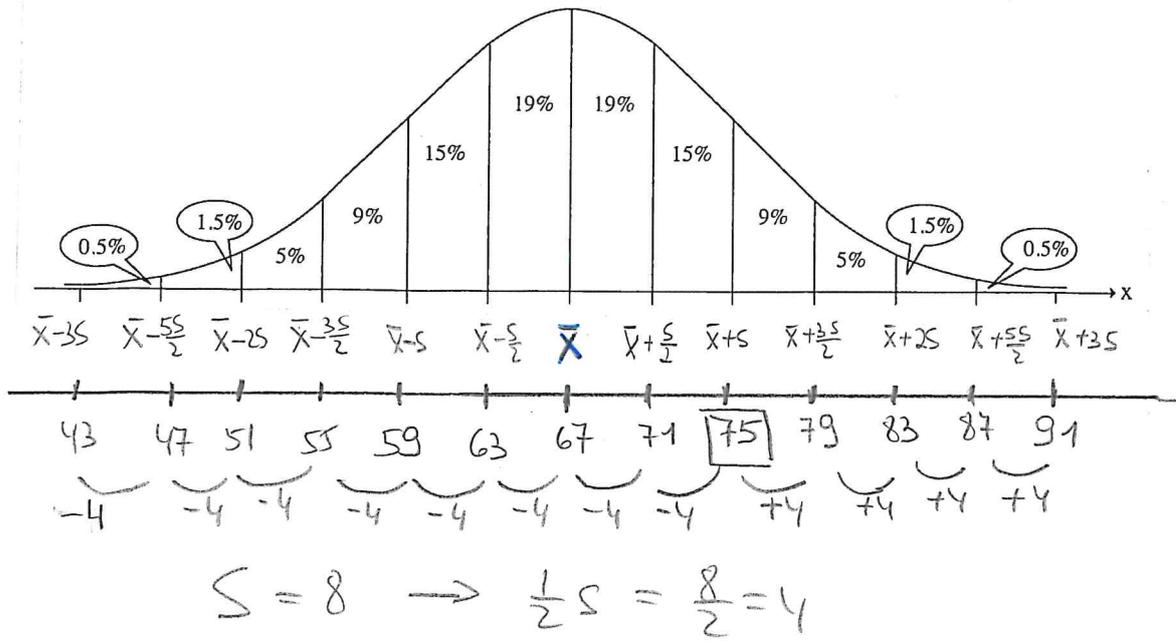


6. הציונים שקיבלו תלמידים שנבחנו במבחן ארצי מתפלגים נורמלית, וסטיית התקן היא 8.
- 84% מן הציונים נמוכים מ-75.
- מהו הממוצע של ציוני התלמידים?
 - בוחרים באקראי ציון של אחד התלמידים שנבחנו. מהי ההסתברות שהציון שנבחר נמוך מ-55?
 - למבחן ניגשו 95,000 תלמידים. על פי גרף ההתפלגות הנורמלית, כמה תלמידים קיבלו ציון גבוה מ-55 אך נמוך מ-75?
 - התלמידים שקיבלו את הציונים הגבוהים ביותר זוכים בציון לשבח. הוחלט שרק 2% מן התלמידים יזכו בציון לשבח. מהו הציון הנמוך ביותר שעבורו זוכה תלמיד בציון לשבח?
- לפניך גרף ההתפלגות הנורמלית מִדף הנוסחאות. היעזר בו בחישוביך.



א. עדין הנטן 84% מן הציונים (מ/כ"א) - 75%
 (מ"ב) א"ר האחוזים מממלא זימין ע"כ טנעא 84%
 $0.5\% + 1.5\% + 5\% + 9\% + 15\% + 19\% + 19\% + 15\% = 84\%$
 א"כ כ"כ הציון 75 נמצא סט"ג תקן אחר ממל אחרים.
 נוטים א"ר הציון 75 בק"ף ההתפלגות הנורמלית.
 ומקוצה א"ר נוסף א"ר הציונים הממלאים זכס"ל היתקן האחרים.





זכרו! גודל ההתפלגות קובע מהממוצע הנטו 67

משקלה: הממוצע הנטו 67

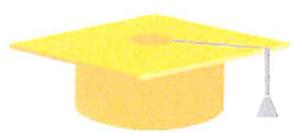
קטן זכרו! הגודל אומץ ההתפלגות שקובעו ציון נמוך מ-55 הנטו:

$$5\% + 1.5\% + 0.5\% = 7\%$$

נכאן מההסתברות לבחור גמול שקובע ציון נמוך מ-55 הנטו:

$$\frac{7}{100} = 0.07$$

משקלה: $P = 0.07$



ג. נמצא אג אלוז התימיוז שקיקלו ביון גרנה
מ-55 ונמוק מ-75.

גרנד היגלי = 77% = 15% + 19% + 19% + 15% + 9%

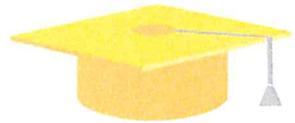
כיו למצוא אג מסנה התימיוז שקיקלו ביון
גרנה מ-55 ונמוק מ-75, עינו למצוא כמה
הם 77% ממוק ב התימיוז סומי ממוק
95,000.

77% ממוק 95,000 הם :

$$\frac{77}{100} \cdot 95000 = 73,150$$

פויק נוסנה היו באמצע ותס :

ממוק	ממוק	
100%	77%	אלוז
95000	X	כמה



$$100X = 77 \cdot 95000$$

$$X = \frac{77 \cdot 95000}{100}$$

$$X = 73,150$$

תשובה: 73,150 תמחירים קיבול ביון
75- נמק נמק 55- נמק

3. נמק נמק ביון 2.5 מתמחירים קיבול יולת ממנו.

נמק נמק המתמחים החל מיון 2.5:

$$0.5 + 1.5 = 2 \%$$

א-2.5 הממק ביון מתמחים ביון 83,83
הביון הנמק ביון ממנו 2.5 מתמחים ביון
אממק הוא 83.

תשובה: הביון הוא 83.

