

פונקציות עם שורשים –

שאלון 581

קובץ זה כולל פונקציות עם שורשים ריבועיים.
הפונקציות מתאימות לשאלון 581.

רוב השאלות קצרות יחסית ואינן כוללות חקירה מלאה של הפונקציה, אלא מדגישות רעיון מסוים.
הדגשנו בעיקר: תחום הגדרה (כולל פתרון אי שוויונות עם פרמטרים), חיוביות ושליילות (אלגברית וגם בכלים אינטואיטיביים), נקודות קצה, הבעה על ידי פרמטרים, אסימפטוטות אופקיות, "חור" בגרף, השוואה בין פונקציית השורש הריבועי לפונקציית הערך המוחלט, הזזות ומתיחות של פונקציה וחקירה של הפונקציה $\sqrt{f(x)}$ בהסתמך על גרף הפונקציה $f(x)$.
מומלץ לפתור את השאלות תוך כדי לימוד הנושא ובעיקר לקראת סיום הנושא במהלך כיתה יא'.

ברצוננו להודות מקרב לב לעפר ילין על היוזמה, הייעוץ הפדגוגי לשאלות, על בדיקת השאלות, על ההערות וההארות המצוינות ועל תמיכה בלתי מסויגת.

מורה המעוניין להציע תיקונים מוזמן לשלוח מייל לכתובת
publish@geva.co.il

יואל גבע אריק דז'לדטי

1. נתונה הפונקציה $f(x) = -x^2\sqrt{x+5}$.
- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 - האם יש ערכים של x שעבורם $f(x) > 0$?
 - אריאל טוען שבנקודת המקסימום הנמצאת בקצה תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$ הנגזרת של הפונקציה מתאפסת. רועי טוען שבנקודת הקצה הנ"ל הפונקציה $f(x)$ אמנם מוגדרת, אבל הנגזרת $f'(x)$ אינה מוגדרת. מי מבין השניים צודק? נמק.
2. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x-6}{\sqrt{x^2+1}}$.
- הראה שהפונקציה מוגדרת לכל ערך של x .
 - מהם תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $f(x)$?
3. א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x) = \frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{x}}$.
- ב. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x) = \sqrt{\frac{x-2}{x}}$.
4. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{\sqrt{x^2-1}}{x-k}$, $k > 1$.
- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 - האם לפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה המקבילה לציר ה- y ? נמק.
5. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{\sqrt{(x-1)(x-b)}}{x-4}$, b הוא פרמטר גדול מ-4.
- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 - נתון: $f(b+4) = -f(4-b)$. מצא את הערך של b .
6. נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{(x-k)^2+1}$, k הוא פרמטר.
- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 - נמק מדוע $f(x) \geq 1$ בכל תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
7. נתונה פונקציה זוגית $f(x) = \sqrt{-x^2+bx+c}$, $b-1 < c$ הם פרמטרים.
- מצא את הערך של הפרמטר b .
 - תחום ההגדרה של הפונקציה הוא $-3 \leq x \leq 3$.
 - מצא את הערך של הפרמטר c .

8. תחום ההגדרה של הפונקציה הזוגית $f(x) = \sqrt{cx^2 + bx - 1}$ הוא $|x| \geq 4$. מצא את הערך של הפרמטרים b ו- c .

9. נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{x^2 - kx + 1}$, k הוא פרמטר. ידוע כי הפונקציה $f(x)$ מוגדרת לכל ערך של x .
 א. מצא את התחום שבו נמצא הפרמטר k .
 ב. נתון: $-2 \leq k \leq 2$.

(1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?
 (2) ידוע כי הפונקציה $f(x)$ מקבלת את כל הערכים $y \geq \frac{\sqrt{7}}{4}$ ורק אותם. מצא את הערך של k .

10. נתונה הפונקציה $g(x) = 2x^2 + c$. c הוא פרמטר. הפונקציה $f(x)$ מוגדרת כך: $f(x) = \sqrt{g(x)}$. הגרפים של פונקציות הנגזרת, $f'(x)$ ו- $g'(x)$, נחתכים בנקודה ששיעור ה- x שלה הוא 1.
 א. מצא את ערך הפרמטר c .
 ב. (1) הוכח ש- $f'(x)$ היא פונקציה אי-זוגית.
 (2) מצא את שיעורי כל הנקודות שבהן הגרפים של הפונקציות $f'(x)$ ו- $g'(x)$ חותכים זה את זה.

11. נתונה משפחת הפונקציות $f(x) = 2x + m\sqrt{x-6}$, m הוא פרמטר. א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציות $f(x)$ השייכות למשפחה. ב. הנקודה P היא נקודה קבועה ששיעוריה אינם תלויים ב- m והיא נמצאת על כל הגרפים השייכים למשפחת הפונקציות $f(x)$. מצא את שיעורי הנקודה P .

12. קבע כמה פתרונות יש למשוואה $x^2 = \sqrt{x+4}$. הדרכה: שרטט את הגרפים של הפונקציות $f(x) = x^2$ ו- $g(x) = \sqrt{x+4}$.

13. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x}}$. א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$. ב. נתונה הפונקציה $g(x) = \sqrt{x}$. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$? (2) האם הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ זהות זו לזו? נמק. (3) עבור אילו ערכים של x מתקיים $f(x) = g(x)$? נמק.

14. נתונה שתי פונקציות: $f(x) = \frac{\sqrt{1+x}}{1+x}$, $g(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x}}$. א. האם תחום ההגדרה של שתי הפונקציות זהה? ב. האם הגרפים של שתי הפונקציות מתלכדים זה עם זה? אם כן, הסבר מדוע. אם לא, רשום מה ההבדל ביניהם.

15. נתונות שתי פונקציות: $f(x) = \sqrt{ax - bx^2}$, $g(x) = \sqrt{2x - x^2}$.
 a ו-b הם פרמטרים.

נתון: $b > 0$, $a > 0$.

א. ידוע שלשתי הפונקציות יש אותו תחום הגדרה.

הוכח: $a = 2b$.

ב. (1) הוכח שהמנה $\frac{f(x)}{g(x)}$ היא פונקציה קבועה ורשום את משוואתה.

(2) מהו תחום ההגדרה של המנה שמצאת בתת סעיף ב(1).

(3) שרטט סקיצה של פונקציית המנה שמצאת בתת סעיף ב(1).

16. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{\sqrt{x^2}}{x}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. הראה כי עבור $x > 0$ מתקיים $f(x) = 1$ ועבור $x < 0$ מתקיים $f(x) = -1$.

ג. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

17. א. הוכח: עבור $x > 0$ מתקיים $\frac{\sqrt{x^2}}{x} = 1$ ועבור $x < 0$ מתקיים $\frac{\sqrt{x^2}}{x} = -1$.

ב. נתונות שתי פונקציות: $f(x) = \frac{1}{x}$, $g(x) = \frac{\sqrt{x^2}}{x^2}$.

(1) מצא את תחום ההגדרה של שתי הפונקציות.

(2) הראה שעבור $x > 0$ מתקיים $g(x) = f(x)$

ועבור $x < 0$ מתקיים $g(x) = -f(x)$

ג. (1) שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$

(2) בהסתמך על תת הסעיפים ב(1) ו-ב(2)

שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$

18. לפינד סקיצה של גרף הפונקציה $f(x) = \frac{\sqrt{x^3(3-x^2)}}{x}$

שתחום ההגדרה שלה

הוא $0 < x \leq \sqrt{3}$, $x \leq -\sqrt{3}$.

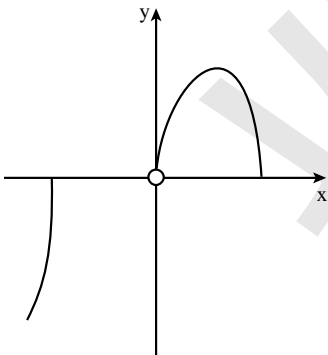
נתונה הפונקציה $g(x) = \sqrt{x(3-x^2)}$

שתחום ההגדרה שלה הוא $0 \leq x \leq \sqrt{3}$, $x \leq -\sqrt{3}$.

א. הראה שעבור $x > 0$ מתקיים $g(x) = f(x)$

ועבור $x < 0$ מתקיים $g(x) = -f(x)$

ב. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.



19. נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{(x+2)^2}$.

א. הראה כי הפונקציה מוגדרת לכל ערך של x .

ב. הוכח: $f(x) = |x+2|$.

ג. קבע לאילו ערכי x מתקיים: $f(x) = x+2$. נמק.

ד. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

20. א. נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{(x^2+1)^2}$.

קבע לאילו ערכי x מתקיים: $f(x) = x^2 + 1$. נמק.

ב. נתונה הפונקציה $g(x) = \sqrt{(x+1)^2}$.

קבע לאילו ערכי x מתקיים: $g(x) = x + 1$. נמק.

21. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{2x^3 + 2x}{\sqrt{x^4 + 2x^2 + 1}}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. הראה כי הפונקציה $f(x)$ היא פונקציה קווית ורשום את התבנית האלגברית של הפונקציה הקווית.

ג. נתון: $g(x) = 0.8x^2$.

מצא את התחום שבו הגרף של $f(x)$ נמצא מעל הגרף של $g(x)$.

22. נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{x^n}$, הפרמטר n הוא מספר טבעי.

מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$:

א. עבור n זוגי.

ב. עבור n אי-זוגי.

23. נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 \sqrt{5-x}$.

א. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.

ב. נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) + c$. הוא פרמטר.

מהו הערך של c שעבורו גרף הפונקציה $g(x)$ משיק לציר ה- x ? נמק.

ג. נתונה הפונקציה $h(x) = 2 - f(x)$.

מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $h(x)$, וקבע את סוגן.

ד. נתונה הפונקציה $k(x) = f(-x)$.

מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $k(x)$, וקבע את סוגן.

ה. נתונה הפונקציה $n(x) = f(-5x)$.

מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $n(x)$, וקבע את סוגן.

24. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{\sqrt{x-m}}{x}$.

תחום ההגדרה של הפונקציה הוא $x \geq 4$.

א. מצא את ערך הפרמטר m .

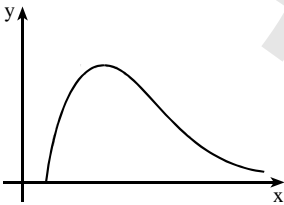
ב. לפניך סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

שרטט באותה מערכת צירים סקיצה של גרף

הפונקציה $f(x)$ ושל גרף הפונקציה $g(x)$

המקיימת: $g(x) = f(x - m)$,

עבור הערך של הפרמטר m שמצאת בסעיף א'.



25. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x-3}{\sqrt{x^2-6x+8}}$.

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 (2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
 (3) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.
 (4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).
 (5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- נתונה הפונקציה $g(x)$ המקיימת: $g(x) = f(x+3)$.
 ב. (1) הוכח ש- $g(x)$ היא פונקציה אי-זוגית.
 (2) שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

26. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{2mx}{\sqrt{x^2-4m^2}}$. m הוא פרמטר שונה מאפס.

- א. עבור $m > 0$ מצא (הבע באמצעות m במידת הצורך):
 (1) את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 (2) את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.
 (3) תחומי עלייה וירידה של הפונקציה (אם יש כאלה).
 (4) נקודות חיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).
 ב. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה: (1) עבור $m > 0$ (2) עבור $m < 0$.
 ג. נתונה הפונקציה $g(x) = f(2x)$, $m > 0$. הבע באמצעות m :
 (1) את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.
 (2) את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$ (אם יש כאלה).

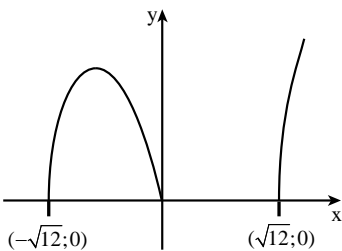
27. א. רשום תבנית אלגברית של פונקציה המוגדרת לכל ערך של x , ויש לה שתי אסימפטוטות אופקיות שונות.
 ב. רשום תבנית אלגברית של פונקציה שיש לה שתי אסימפטוטות אנכיות שונות ושתי אסימפטוטות אופקיות שונות.

28. מצא את האסימפטוטות האופקיות של הפונקציות הבאות:

א. $y = \sqrt{x^2+9} - x + 1$ ב. $y = 5x - \sqrt{25x^2+1}$ ג. $y = 2x + \sqrt{4x^2+6} + 2$

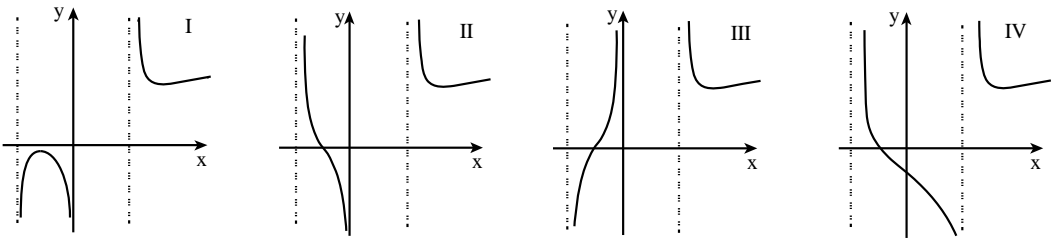
29. מצא את האסימפטוטות האופקיות של הפונקציות הבאות (אם ישנן):

א. $y = \frac{\sqrt{x^4+1}}{x^2}$ ב. $y = \frac{\sqrt{9x^4-1}}{2x^2}$ ג. $y = \frac{\sqrt{16-x^4}}{3x^2}$



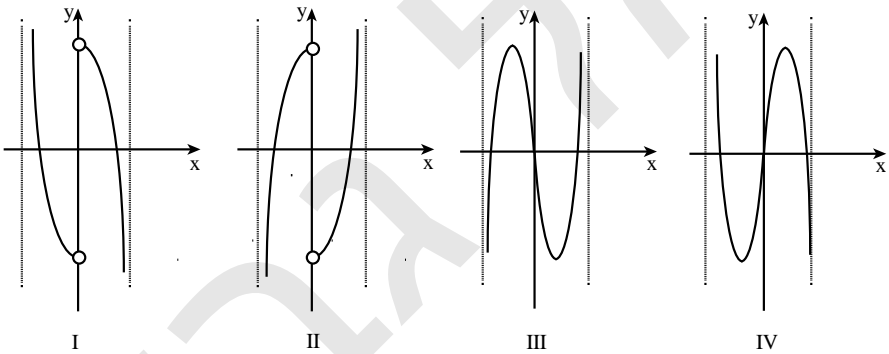
30. לפניך גרף הפונקציה $f(x) = \sqrt{x^3-12x}$.
 תחום ההגדרה של הפונקציה הוא $-\sqrt{12} \leq x \leq \sqrt{12}$, $x \geq \sqrt{12}$.
 היעזר בגרף וענה על הסעיפים הבאים:
 א. איזה מן הגרפים I-IV שלפניך הוא הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$?
 נמק.

ב. האם לפונקציה $f(x)$ יש נקודת פיתול?



31. נתונה הפונקציה $g(x) = \sqrt{2x^2 - x^4}$

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה- x .
- ג. הראה שהנגזרת $g'(x)$ אינה מוגדרת עבור שיעורי ה- x של נקודות שמצאת בסעיף ב.
- ד. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון המוחלט של הפונקציה $g(x)$, וקבע את סוגן.
- ה. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.
- ו. לפניך ארבעה גרפים, I-IV. איזה מהגרפים מתאר את פונקציית הנגזרת $g'(x)$? נמק.

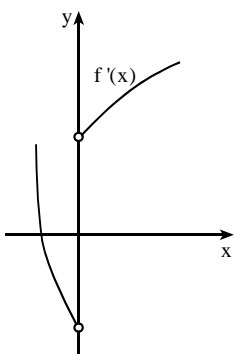


32. נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{x^2 + a}$, a הוא פרמטר גדול מ-1.

- א. מצא עבור פונקציית הנגזרת $f'(x)$:
 - (1) תחום הגדרה.
 - (2) אסימפטוטות מקבילות לצירים.
 - (3) נקודות חיתוך עם הצירים.
 - (4) תחומי עלייה וירידה.
 - (5) שרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
 - (6) הוסף לסקיצה ששרטטת בתת-סעיף א(5) סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. נתונות שתי משוואות, I ו-II: I. $\frac{x}{\sqrt{x^2 + a}} = k$, II. $\sqrt{x^2 + a} = k$

מצא את תחום הערכים של k שעבורם אין פתרון למשוואה I וגם אין פתרון למשוואה II. הבע באמצעות a במידת הצורך.



33. $f(x)$ היא פונקציה רציפה המוגדרת בתחום $x \geq -3$.

$f'(x)$ היא פונקציית הנגזרת של $f(x)$.

בציור מוצג הגרף של $f'(x)$.

$$\text{נתון: } f'(x) = \frac{x^2 + 2x}{\sqrt{x^3 + 3x^2}}$$

א. מצא את תחום ההגדרה של $f'(x)$.

ב. מצא את האסימפטוטה האנכית של $f'(x)$.

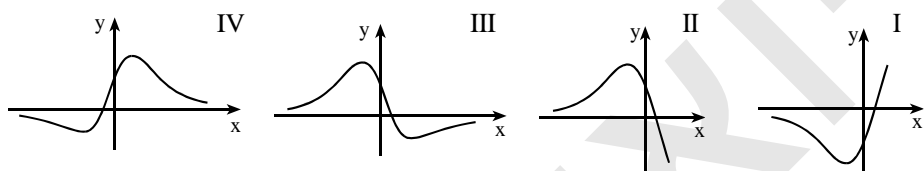
ג. מצא את שיעור ה- x של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוג הקיצון. נמק.

ד. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$. נמק.

34. נתונה הנגזרת השנייה של הפונקציה $f(x)$: $f''(x) = \frac{3(1+x)(1-2x)}{\sqrt{(x^2+1)^5}}$

הפונקציה $f(x)$ מוגדרת לכל x .

א. מבין הגרפים I, II, III, IV שלפניך, איזה גרף מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$? נמק.



ב. (1) מצא תחומי קעירות כלפי מטה \cap ותחומי קעירות כלפי מעלה \cup של הפונקציה $f(x)$. נמק.

(2) היעזר בגרף של $f'(x)$ שבסעיף א', ומצא בין אילו שני מספרים שלמים עוקבים נמצא שיעור ה- x של נקודת הקיצון של $f(x)$. נמק.

(3) שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$, אם ידוע כי הגרף חותך את ציר ה- x רק בנקודה אחת שבה $x=3$.

35. לפניך שתי טענות.

קבע עבור כל אחת מהן האם היא נכונה או לא נכונה. נמק.

(1) אם פונקציה $f(x)$ מקיימת $f'(x) > 0$ עבור כל x , אז כאשר $x \rightarrow \infty$, הפונקציה שואפת ל- ∞ .

(2) אם פונקציה $f(x)$ מקיימת $f'(x) > 0$ עבור כל x , אז כאשר $x \rightarrow -\infty$, הפונקציה שואפת ל- $-\infty$.

תשובות:

1. א. $x \geq -5$. ב. לא. ג. רועי צודק.

2. ב. חיוביות: $x > 6$, שליליות: $x < 6$. 3. א. $x \geq 2$. ב. $x \geq 2$ או $x < 0$.

4. א. $x \leq -1$ או $x \geq 1$, $x \neq k$. ב. כן, הישר $x = k$.

5. א. $x \geq b$ או $x \leq 1$. ב. $b = 7$. 6. א. כל x .

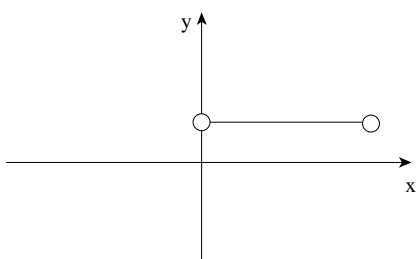
7. א. $b = 0$. ב. $c = 9$. 8. $b = 0$, $c = \frac{1}{16}$.

9. א. $-2 \leq k \leq 2$. ב. (1) כל x . (2) $k = 1.5$ או $k = -1.5$.

10. א. $c = -1.75$. ב. $(2; 0), (-1; -4), (1; 4)$.

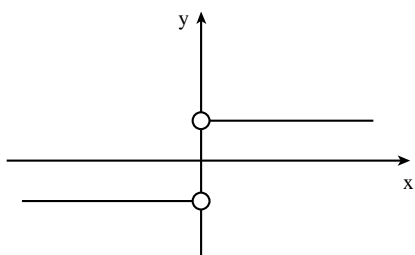
11. א. $x \geq 6$. ב. $P(6; 12)$. 12. שני פתרונות.

13. א. $x > 0$. ב. $x \geq 0$ (1) . לא (2) . $x > 0$ (3) . 14. א. כן . ב. כן .



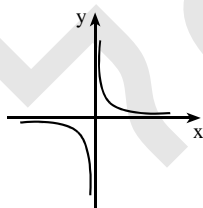
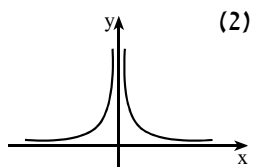
15. א. $y = \sqrt{b}$ (1) . ב. (3)

(2) $0 < x < 2$.

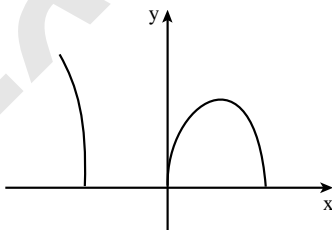


16. א. $x \neq 0$. ג.

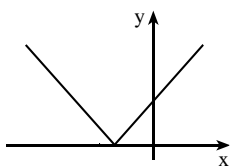
17. א. $x \neq 0$. ב. $x \neq 0$. ג. $x \neq 0$.



18. א. ב.



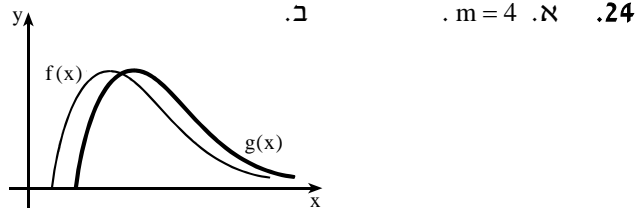
19. א. $x \geq -2$. ג. ד.



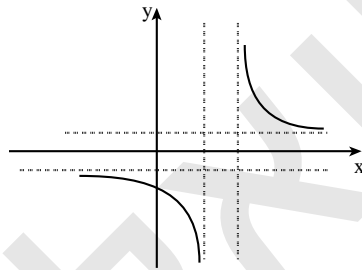
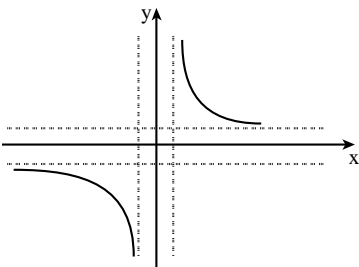
20. א. כל x . ב. $x \geq -1$.

21. א. כל x . ב. $f(x) = 2x$. ג. $0 < x < 2.5$. 22. א. כל x . ב. $x \geq 0$.

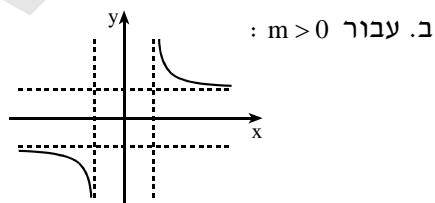
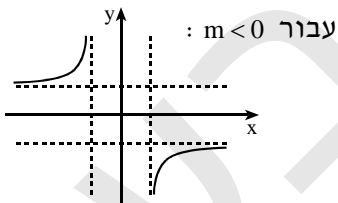
23. א. (5;0) מינימום, (0;0) מינימום, (4;16) מקסימום. ב. $c=0$ או $c=-16$.
 ג. (5;2) מקסימום, (0;2) מקסימום, (4;-14) מינימום.
 ד. (-5;0) מינימום, (0;0) מינימום, (-4;16) מקסימום.
 ה. (-1;0) מינימום, (0;0) מינימום, (-0.8;16) מקסימום.



25. א. (1) $x < 2$ או $x > 4$. (2) (0;-1.06).
 (3) $x=2$, $x=4$, כאשר $x \rightarrow \infty$: $y=1$, כאשר $x \rightarrow -\infty$: $y=-1$.
 (4) ירידה: $x > 4$ או $x < 2$, עלייה: x .
 (5) ב. (2)



26. א. (1) $x < -2m$ או $x > 2m$.
 (2) $x=-2m$, $x=2m$, כאשר $x \rightarrow \infty$: $y=2m$, כאשר $x \rightarrow -\infty$: $y=-2m$.
 (3) עלייה: x ; ירידה: $x > 2m$ או $x < -2m$. (4) אין חיתוך עם הצירים.



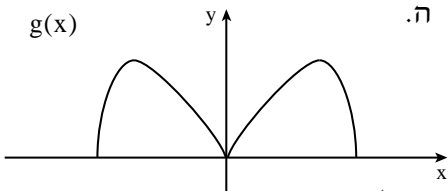
- ג. (1) $x > m$ או $x < -m$. (2) עלייה: x , ירידה: $x > m$ או $x < -m$.

27. א. למשל $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$. ב. למשל $g(x) = \frac{2x+1}{\sqrt{x^2-4}}$.

28. א. $y=1$ (כאשר $x \rightarrow \infty$). ב. $y=0$ (כאשר $x \rightarrow \infty$).

ג. $y=2$ (כאשר $x \rightarrow -\infty$).

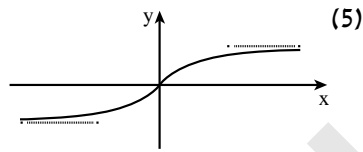
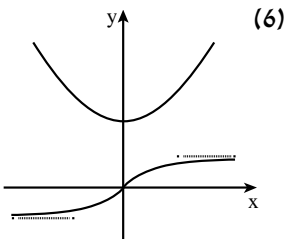
29. א. $y=1$. ב. $y=1.5$. ג. אין. 30. א. גרף II. ב. כן.



31. א. $-\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}$. ב. $(-\sqrt{2}; 0), (\sqrt{2}; 0)$. ג. $(0; 0)$.
 ד. מקסימום מוחלט, $(1; 1)$.
 מוקסימום מוחלט, $(-1; 1)$.
 מינימום מוחלט, $(\sqrt{2}; 0)$.
 מינימום מוחלט, $(-\sqrt{2}; 0)$.
 מינימום מוחלט, $(0; 0)$.
 גרף I.

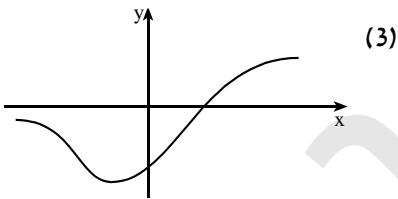
32. א. (1) כל x . (2) כאשר $x \rightarrow \infty: y = 1$, כאשר $x \rightarrow -\infty: y = -1$.
 (3) $(0; 0)$.

(4) עלייה: כל x ; ירידה: אין.



ב. $k \leq -1$ או $1 \leq k < \sqrt{a}$.

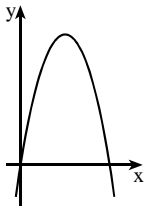
33. א. $x > -3, x \neq 0$. ב. $x = -3$. ג. $x = -2$ מקסימום.
 ד. עלייה: $x > 0$ או $-3 < x < -2$; ירידה: $-2 < x < 0$.



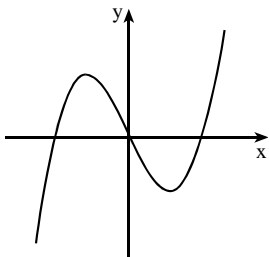
34. א. IV.
 ב. (1) $x > \frac{1}{2}$ או $x < -1$;
 (2) $-1 < x < \frac{1}{2}$.
 (2) בין -1 ל- 0 .

35. (1) לא נכונה. (2) לא נכונה.

הקשר בין גרף הפונקציה $f(x)$ לבין הגרף של $\sqrt{f(x)}$



36. לפניך גרף הפונקציה $f(x)$.
 לפונקציה $f(x)$ יש נקודות קיצון אך ורק ב- $(2;4)$
 והיא חותכת את ציר ה- x בנקודות $(0;0)$ ו- $(4;0)$
 הפונקציה $g(x) = \sqrt{f(x)}$ מקיימת:
 בהסתמך על הציור:
 א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.
 ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$
 וקבע את סוג הקיצון.
 ג. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.



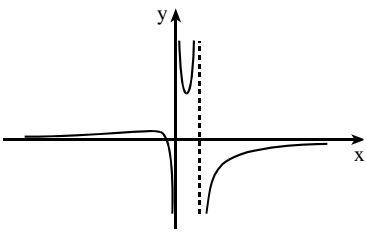
37. לפניך גרף הפונקציה $f(x)$.
 לפונקציה $f(x)$ יש נקודות קיצון ב- $(2;-16)$
 ו- $(-2;16)$ והיא חותכת את ציר ה- x
 בנקודות $(0;0)$, $(\sqrt{12};0)$ ו- $(-\sqrt{12};0)$.
 הפונקציה $g(x) = \sqrt{f(x)}$ מקיימת:
 מבלי לחקור את הפונקציה $g(x)$:
 א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.
 ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ וקבע את סוג הקיצון.
 ג. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

38. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x-2}{x^2-4x+5}$.
 א. מצא: (1) תחום הגדרה. (2) נקודות קיצון. (3) תחומי עלייה וירידה.
 (4) תחומי חיוביות ושליליות. (5) אסימפטוטות מקבילות לצירים.
 ב. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
 ג. הפונקציה $g(x) = \sqrt{f(x)}$ מקיימת:
 (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.
 (2) מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$.
 (3) שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

39. נתונה פונקציה $f(x)$, המוגדרת, חיובית וגזירה לכל x .
 ידוע כי x_1 היא נקודת מינימום פנימית של הפונקציה $f(x)$.
 כמו כן, $f'(x_1) = 0$, $f''(x_1) \neq 0$. הפונקציה $g(x) = \sqrt{f(x)}$ מקיימת:
 הוכח: x_1 היא נקודת מינימום פנימית של הפונקציה $g(x)$.

40. נתונה פונקציית פולינום $f(x)$, חיובית לכל x .
 הוכח שאם הפונקציה $f(x)$ עולה בתחום מסוים, אז הפונקציה $\sqrt{f(x)}$
 עולה גם היא באותו התחום; ואם הפונקציה $f(x)$ יורדת בתחום
 מסוים, אז הפונקציה $\sqrt{f(x)}$ יורדת גם היא באותו התחום.

41. $f(x)$ היא פונקציה המוגדרת לכל x .
 הוכח שאם הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $\sqrt{f(x)}$ נפגשים זה עם זה, אז נקודת המפגש נמצאת על הישר $y=1$ או על ציר ה- x .



42. לפניך גרף הפונקציה $f(x) = -\frac{3x+1}{x^2-x}$

נקודות הקיצון של הפונקציה הן:
 $(\frac{1}{3}; 9)$ מינימום, $(-1; 1)$ מקסימום.

מגדירים: $g(x) = \sqrt{-\frac{3x+1}{x^2-x}}$

- א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$?
 ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ וקבע את סוג הקיצון.
 ג. מצא את שיעורי נקודות המפגש בין הגרף של הפונקציה $f(x)$ לגרף של הפונקציה $g(x)$ (אם ישנן).
 ד. מצא לאילו ערכי x מתקיים $f(x) < g(x)$.

43. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x-6}{x^2-1}$

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 ב. מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $f(x)$.
 ג. נתונה הפונקציה $g(x) = -\sqrt{\frac{x-6}{x^2-1}}$. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?
 ד. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $h(x) = \frac{\sqrt{x-6}}{\sqrt{x^2-1}}$?

44. בטבלה שלפניך מוצגים ערכים מסוימים של הפונקציה $f(x)$ בקטע $0 < x < 5$.

| | | | | |
|------|----|----|----|----|
| x | 1 | 2 | 3 | 4 |
| f(x) | 12 | 18 | 23 | 27 |

- הפונקציה $f(x)$ חיובית בקטע הנתון, ואין לה נקודות קיצון פנימיות בקטע זה. נתון כי פונקציית הנגזרת השנייה $f''(x)$ שלילית בקטע הנתון.
 א. קבע מהו הסימן של $f'(2)$. נמק.
 ב. האם הטענה $f'(1) < f'(2) < f'(3)$ נכונה? נמק.
 ג. נתונה הפונקציה $g(x) = \sqrt{f(x)}$ בקטע $0 < x < 5$.
 בקטע הנתון מצא תחומי עלייה וירידה של הפונקציה $g(x)$ (אם יש כאלה). נמק.

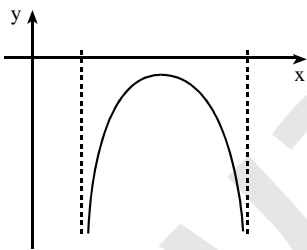
45. נתונה פונקציה $f(x)$.

- תמר טוענת כי אם $f(x)$ היא פונקציה זוגית וחיובית, אז גם הפונקציה $\sqrt{f(x)}$ היא פונקציה זוגית וחיובית. האם תמר צודקת? נמק את תשובתך.

46. נתונה פונקציה $f(x)$.
 רועי טוען כי אם $f(x)$ היא פונקציה אי-זוגית, אז גם הפונקציה $\sqrt{f(x)}$ היא פונקציה אי-זוגית. האם רועי צודק? נמק.

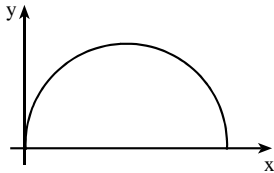
47. נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{-x^2 + 6x + 7}$.
 א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 ב. מצא את נקודות הקיצון המוחלט של הפונקציה, וקבע את סוגן.
 ג. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
 ד. נתונה הפונקציה $g(x)$ המקיימת $g(x) = \frac{1}{f(x)}$.
 (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.
 (2) שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

48. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{\sqrt{-x}}{x^2 + 3}$.
 א. מצא: תחום הגדרה, נקודות קיצון, תחומי עלייה וירידה ונקודות חיתוך עם הצירים.
 ב. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
 ג. הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g(x) = \frac{1}{f(x)}$.
 (1) מצא את נקודת הקיצון הפנימית של $g(x)$ וקבע את סוג הקיצון. הערה: אין צורך לגזור את הפונקציה $g(x)$.
 (2) מצא את האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה $g(x)$.
 (3) שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.



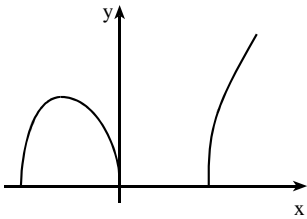
49. נתונה פונקציית פולינום $f(x)$.
 בציור שלפניך מתואר גרף הפונקציה $g(x)$.
 המקיימת $g(x) = \frac{-1}{\sqrt{f(x)}}$.
 הישרים $x = a$ ו- $x = b$ הם אסימפטוטות אנכיות של הפונקציה $g(x)$, $a > b > 0$.
 לפונקציה $g(x)$ יש מקסימום $(c; k)$, $k < 0$, $c > 0$.
 א. מהם תחומי החיוביות של הפונקציה $f(x)$?
 ב. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוג הקיצון.

תשובות:



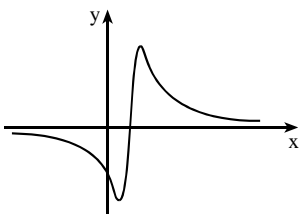
ג.

36. א. $0 \leq x \leq 4$.
 ב. מינימום, (4;0), מקסימום, (2;2), מינימום, (0;0).



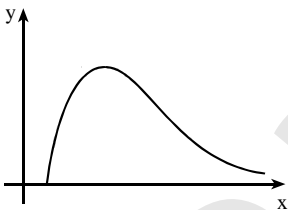
ג.

37. א. $x \geq \sqrt{12}$ או $-\sqrt{12} \leq x \leq 0$.
 ב. מקסימום, (-2;4), מינימום, (0;0), מינימום, $(\sqrt{12};0)$, מינימום, $(-\sqrt{12};0)$.



ב.

38. א. (1) כל x .
 (2) $(1; -\frac{1}{2})$ מינימום, $(3; \frac{1}{2})$ מקסימום.
 (3) עלייה: $1 < x < 3$, ירידה: $x > 3$ או $x < 1$.
 (4) חיוביות: $x > 2$, שליליות: $x < 2$.
 (5) $y = 0$.



(3)

- ג. (1) $x \geq 2$.
 (2) מינימום, (2;0), מקסימום, $(3; \frac{1}{\sqrt{2}})$.

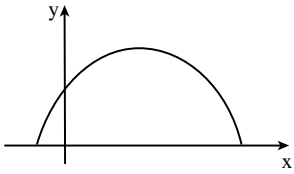
42. א. $0 < x < 1$ או $x \leq -\frac{1}{3}$.
 ב. $(\frac{1}{3}; 3)$ מינימום, $(-\frac{1}{3}; 0)$ מינימום, $(-1; 1)$ מקסימום.
 ג. $(-1; 1)$, $(-\frac{1}{3}; 0)$.
 ד. $-1 < x < -\frac{1}{3}$ או $x < -1$.

43. א. $x \neq -1, x \neq 1$. ב. חיוביות: $x > 6$ או $-1 < x < 1$, שליליות: $1 < x < 6$ או $x < -1$. ג. $x \geq 6$ או $-1 < x < 1$. ד. $x \geq 6$.

44. א. הסימן הוא חיובי. ב. לא. ג. עלייה: $0 < x < 5$; ירידה: אין.

45. א. לא. ב. כן.

46. לא.



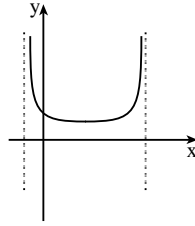
ג.

47. א. $-1 \leq x \leq 7$.

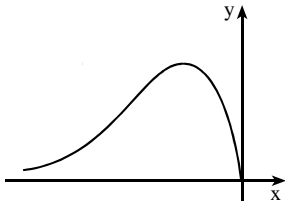
ב. (3;4) מקסימום מוחלט,

(-1;0) מינימום מוחלט,

(7;0) מינימום מוחלט.



ד. (1) $-1 < x < 7$ (2)



ב.

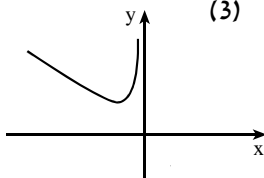
48. א. תחום הגדרה: $x \leq 0$.

נקודות קיצון: (-1;0.25) מקסימום,

(0;0) מינימום.

עלייה: $x < -1$, ירידה: $-1 < x < 0$.

נקודות חיתוך: (0;0).



ג. (1) (-1;4) מינימום. (2) $x = 0$ (3)

49. א. $a < x < b$. ב. $(c; \frac{1}{k^2})$ מקסימום.