

שאלות עם אינטגרלים –

שאלון 581

קובץ זה כולל שאלות עם אינטגרלים בהתאם לשאלון 581.

רוב השאלות קצרות יחסית ואינן באורך של שאלות מבחינות בגרות, אלא מדגישות רעיון מסוים. הדגשנו בעיקר: משמעות הקבוע c , המשמעות של האינטגרל המסוים, הדומה והשונה בין חישוב אינטגרל מסוים לחישוב שטח, הבנה גרפית מתי האינטגרל המסוים חיובי, שלילי או אפס, מתי הוא מינימלי ומתי מקסימלי. פונקציות ללא תבנית אלגברית וניתוח של האינטגרל שלהן, הזזות ומתיחות של פונקציות וההשפעה שלהן על השטח בין הפונקציה לציר ה- x ועל שטח בין שתי פונקציות. חישובי שטחים הכוללים את גרף הנגזרת ואת הקשר בין גרף הפונקציה לגרף הנגזרת שלה, חישובי שטחים עם פונקציות של ערך מוחלט. אימות אינטגרלים על ידי גזירה. מומלץ לפתור שאלות מתוך הקובץ תוך כדי לימוד הנושא ובעיקר לקראת סיום הנושא.

ברצוננו להודות מקרב לב לעפר ילין על היוזמה, הייעוץ הפדגוגי לשאלות, על בדיקת השאלות, על ההערות וההארות המצוינות ועל תמיכה בלתי מסויגת.

מורה המעוניין להציע תיקונים מוזמן לשלוח מייל לכתובת
publish@geva.co.il

יואל גבע אריק דז'לדטי

1. בציור מתואר גרף של פונקציה $f(x)$.

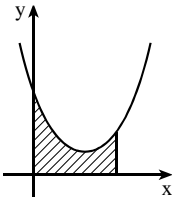
נסמן ב- S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ על ידי הישר $x=3$ ועל ידי שני הצירים (השטח המקווקו שבציור).

א. מגדירים: $p(x) = f(x) + 1$.

הבע באמצעות S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $p(x)$, על ידי הישר $x=3$ ועל ידי שני הצירים.

ב. נתונה הפונקציה: $n(x) = f(x) + 4$.

השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $n(x)$, על ידי הישר $x=3$ על ידי ציר ה- y ועל ידי הישר $y=k$ שווה ל- S . מהו הערך של k ? נמק.



2. לפניך גרף של פונקציה $f(x)$,

המוגדרת ורציפה המוגדרת לכל x .

נסמן ב- S את השטח המוגבל על ידי

גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי ציר ה- x

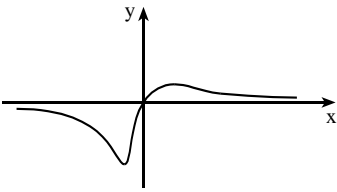
ועל ידי הישרים $x=k$ ו- $x=m$, $k > 0$, $m < 0$.

מגדירים פונקציה חדשה $g(x)$

המקיימת: $g(x) = 3 \cdot f(x)$.

הבע באמצעות S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$,

על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x=k$ ו- $x=m$. נמק.



3. בציור מתואר גרף של פונקציה $f(x)$.

נסמן ב- S את השטח המוגבל על ידי

גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי ציר ה- x

ועל ידי הישרים $x=2$ ו- $x=5$

(השטח המקווקו שבציור).

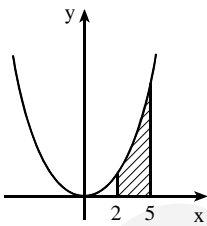
מגדירים: $f(x) = 2h(x)$, $g(x) = 3f(x)$.

א. הבע באמצעות S את השטח המוגבל

על ידי גרף הפונקציה $h(x)$, ציר ה- x והישרים $x=2$ ו- $x=5$.

ב. הבע באמצעות S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $h(x)$,

גרף הפונקציה $-g(x)$ והישרים $x=2$ ו- $x=5$.



4. בציור מתואר גרף הפונקציה $f(x)$.

נסמן ב- S את השטח המוגבל בין גרף

הפונקציה לבין ציר ה- x

(השטח המקווקו שבציור).

א. נגדיר: $g(x) = f(x-2)$.

קבע האם השטח המוגבל בין גרף

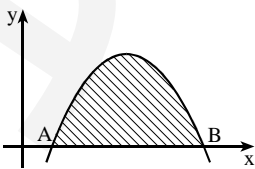
הפונקציה $g(x)$ לבין ציר ה- x גדול,

קטן או שווה ל- S . נמק.

ב. נגדיר: $h(x) = f(2x)$. קבע האם השטח המוגבל בין גרף

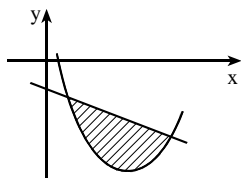
הפונקציה $h(x)$ לבין ציר ה- x גדול, קטן או שווה ל- S .

נמק.



5.

לפניך גרפים של שתי פונקציות:



פונקציה ריבועית $f(x)$ ופונקציה קווית $g(x)$.
נסמן ב- S את השטח המוגבל על ידי
הגרפים של שתי הפונקציות
(השטח המקווקו שבצירור).

א. האם השטח המוגבל על ידי הגרפים
של הפונקציות $f(x)+3$ ו- $g(x)+3$,

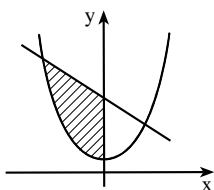
גדול, קטן או שווה ל- S ?

ב. האם השטח המוגבל על ידי הגרפים של הפונקציות $f(x+3)$ ו- $g(x+3)$,
גדול, קטן או שווה ל- S ?

ג. האם השטח המוגבל על ידי הגרפים של הפונקציות $f(\frac{1}{2}x)$ ו- $g(\frac{1}{2}x)$,
גדול, קטן או שווה ל- S ?

6.

לפניך גרפים של שתי פונקציות:



פונקציה ריבועית $f(x)$ ופונקציה קווית $g(x)$.
 S_1 הוא השטח המוגבל ברביע השני על ידי
הגרפים של שתי הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$
ועל ידי ציר ה- y (השטח המקווקו).

א. מגדירים: $h(x) = f(x) - 2$, $t(x) = g(x) - 2$.

S_2 הוא השטח המוגבל משמאל לציר ה- y

על ידי הגרפים של הפונקציות $h(x)$ ו- $t(x)$ ועל ידי ציר ה- y .

האם השטח S_1 גדול מהשטח S_2 , קטן ממנו או שווה לו? נמק.

ב. נתונות הפונקציות $k(x) = f(-x)$, $m(x) = g(-x)$.

נסמן ב- S_3 את השטח המוגבל מימין לציר ה- y על ידי הגרפים

של הפונקציות $k(x)$ ו- $m(x)$ ועל ידי ציר ה- y .

הבע את השטח S_3 באמצעות S_1 .

7.

נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 12}$.

א. הראה שהפונקציה מוגדרת לכל ערך של x .

ב. מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה (אם ישנם).

ג. נסמן ב- S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה,

על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = 2$ ו- $x = 4$.

הבע באמצעות S את האינטגרל: $\int_2^4 \sqrt{3x^2 - 18x + 36} \cdot dx$

8.

הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ מוגדרות, רציפות, גזירות

וחיובית לכל ערך של x .

נסמן ב- S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$,

על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = 2$ ו- $x = m$ (פרמטר $m > 2$).

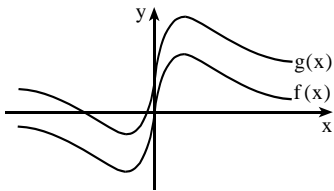
נתון: השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי גרף הפונקציה

$g(x)$ ועל ידי הישרים $x = 2$ ו- $x = m$ (שווה ל- $2S$) בעבור כל m .

הבע את $g(x)$ באמצעות $f(x)$ בתחום $x > 2$ (כתוב את שתי האפשרויות).

אין צורך להוכיח את תשובתך.

9. נתונה הפונקציה $f(x)$.



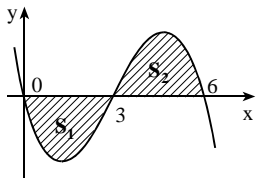
גרף הפונקציה $f(x)$ הוזה ב-2 יחידות כלפי מעלה כך שהתקבלה הפונקציה $g(x)$. לפיכך סקיצה של הפונקציה $f(x)$ וסקיצה של הפונקציה $g(x)$ באותה מערכת צירים.

חשב את השטח המוגבל על ידי הגרפים של שתי הפונקציות, על ידי ציר ה- y ועל ידי הישר $x=3$.

10. נתונה פונקציה $f(x)$, המוגדרת, רציפה וגזירה לכל ערך של x .

א. נתון: $\int_1^4 f(x) dx = 10$, $\int_4^6 f(x) dx = 8$, חשב את $\int_1^6 f(x) dx$.

ב. נתון: $\int_8^{12} f(x) dx = 19$, $\int_8^{10} f(x) dx = 9$, חשב את $\int_{10}^{12} f(x) dx$.



11. בציר מתואר גרף של פונקציה $f(x)$.

הגרף חותך את ציר ה- x בנקודות $(0;0)$, $(3;0)$, $(6;0)$.

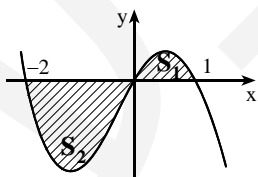
א. קבע האם $\int_0^3 f(x) dx$ חיובי או שלילי?

ב. קבע האם $\int_3^6 f(x) dx$ חיובי או שלילי?

ג. בכל אחד מתתי הסעיפים הבאים רשום נתון.

לפי הנתון, קבע האם מתקיים: $S_1 = S_2$, $S_1 > S_2$ או $S_1 < S_2$.

(1) נתון: $\int_0^6 f(x) dx = 0$. (2) נתון: $\int_0^6 f(x) dx > 0$. (3) נתון: $\int_0^6 f(x) dx < 0$.



12. גרף הפונקציה $f(x)$ רציף וחותר את ציר ה- x

בשלוש נקודות, המסומנות בציר.

השטח המוגבל בין גרף הפונקציה $f(x)$

וציר ה- x הוא S .

S_1 הוא השטח המוגבל על ידי גרף

הפונקציה $f(x)$ וציר ה- x ברביע הראשון.

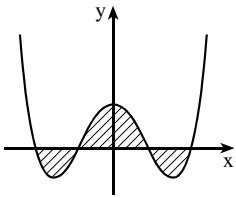
S_2 הוא השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$

וציר ה- x ברביע השלישי.

נתון גם: $\int_{-2}^1 f(x) \cdot dx = K$

הבע באמצעות S ו- K את S_1 ו- S_2 .

13. לפניך גרף של פונקציה זוגית $f(x)$, החותך את ציר ה- x



בנקודות $x = -2$ ו- $x = -1$, $x = 1$, $x = 2$.

ידוע כי השטח הכלוא על ידי גרף הפונקציה

ועל ידי ציר ה- x (השטח המקוקו) שווה ל-8.

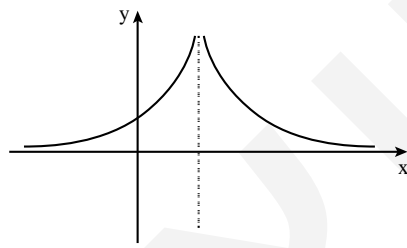
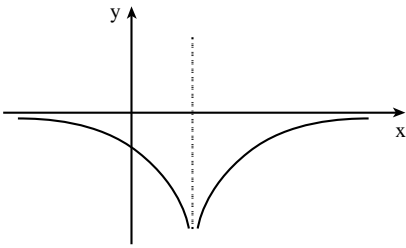
$$\text{נתון: } \int_{-2}^2 f(x) dx = 2 \frac{2}{15}$$

חשב את השטח הנמצא מעל ציר ה- x ,

ומוגבל על ידי גרף הפונקציה וציר ה- x .

14. לפניך גרף של פונקציה $f(x)$ (המתואר מימין) ומוגדרת עבור $x \neq 2$

וגרף של פונקציה $g(x)$ (המתואר משמאל) המקיימת $g(x) = -f(x)$.



א. נסמן ב- S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$,

על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = a$ ו- $x = b$ ($2 < a < b$).

האם השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי ציר ה- x

ועל ידי הישרים $x = a$ ו- $x = b$ שווה אף הוא ל- S ? נמק.

ב. הבע באמצעות S את האינטגרלים המסוימים הבאים:

$$\int_a^b f(x) dx \quad (1) \quad \int_a^b g(x) dx \quad (2)$$

15. בציור מתוארים הגרפים של הפונקציות

$$f(x) = x^3 - 9x \quad \text{ו-} \quad g(x) = -x^2 + 3x$$

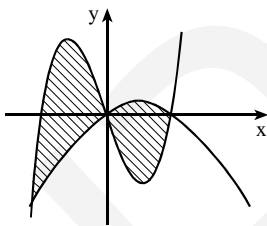
הגרפים נחתכים בנקודות

$$x = -4 \quad \text{ו-} \quad x = 0, \quad x = 3$$

נסמן ב- S את השטח המקוקו.

קבע עבור כל אחת מהטענות הבאות

האם היא נכונה:



$$\int_{-4}^3 (g(x) - f(x)) dx < S \quad \text{ב.} \quad \int_{-4}^3 (f(x) - g(x)) dx > S \quad \text{א.}$$

$$\int_0^3 (g(x) - f(x)) dx < 0 \quad \text{ד.} \quad \int_{-4}^0 (f(x) - g(x)) dx > 0 \quad \text{ג.}$$

16. נתונה פונקציה $f(x)$ המוגדרת וגזירה לכל ערך של x .

מגדירים פונקציה $g(x)$ המקיימת: $g(x) = f(x+2)$.

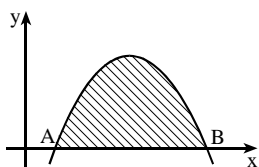
קבע האם הטענה הבאה נכונה:

$$\text{לכל } a < b \text{ מתקיים השוויון: } \int_a^b g(x) dx = \int_{a+2}^{b+2} f(x) dx$$

17. נתונה פונקציה $f(x)$.
 גרף הפונקציה הוזה שמאלה ב-3 יחידות, כך שהתקבלה פונקציה $g(x)$.
 א. בטא את הפונקציה $g(x)$ באמצעות הפונקציה $f(x)$.

ב. ציין אילו מן הביטויים הבאים שווה בהכרח ל- $\int_0^3 f(x) dx$:

(1) $\int_0^3 f(x+6) dx$ (2) $\int_{-3}^0 f(x+3) dx$ (3) $\int_0^3 f(x-3) dx$ (4) $\int_{-3}^0 g(x) dx$



18. בציור מתואר גרף הפונקציה $f(x) = -x^2 + 6x - 5$.

גרף חותך את ציר ה- x בנקודות $(1;0)$ ו- $(5;0)$.

נקודת המקסימום של הפונקציה היא $(3;4)$.

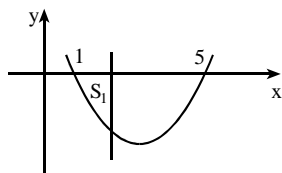
א. הראה שהפונקציה קעורה כלפי מטה

עבור כל ערך של x .

ב. היעזר בנתונים ובסעיף א' והסבר ללא

שימוש באינטגרלים) מדוע השטח המוגבל בין גרף

הפונקציה לבין ציר ה- x (השטח המקווקו) גדול מ-8 וקטן מ-16.



19. בציור מתוארים הישר $x=2$ וגרף

של פונקציה $f(x)$, בתחום $x > 0$,

החותך את ציר ה- x בנקודות $x=1$ ו- $x=5$.

נתון: $f(2) = -3$, $f''(x) > 0$ לכל x .

א. האם ייתכן $\int_1^5 f(x) dx > 0$?

ב. הראה כי $1.5 < S_1 < 3$.

ג. נתונה פונקציה המקיימת $F(x) = \int f(x) dx$ בתחום $x > 0$.

מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $F(x)$

(אם יש כאלה). נמק.

20. יואב מצא את הפונקציה הקדומה $F(x) = \int (2x-5) dx$

בשתי דרכים:

דרך א - $F(x) = \int (2x-5) dx = \frac{2x^2}{2} - 5x + c = x^2 - 5x + c$

דרך ב - יואב השתמש בנוסחה לאינטגרל של פונקציה מורכבת:

$$F(x) = \int (2x-5)^1 dx = \frac{(2x-5)^2}{2 \cdot 2} + c = \frac{4x^2 - 20x + 25}{4} + c = x^2 - 5x + 6.25 + c$$

כיצד אפשר להסביר את התוצאות השונות?

21.

לפניך גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום $x > 0$.

נתון: $x_B = x_C = t$, $x_A = x_D = k$.

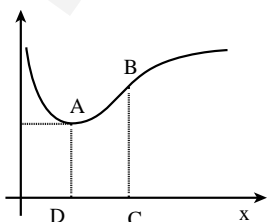
נתון כי בתחום $k < x < t$ הפונקציה

עולה וקעורה כלפי מעלה. נסמן ב- S

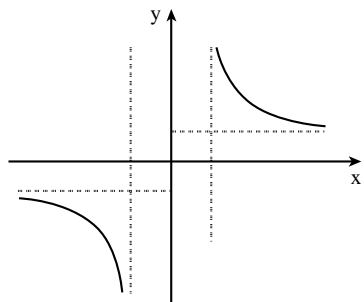
את שטח הטרפז $ABCD$. קבע עבור

כל אחת מהטענות הבאות האם היא נכונה:

(1) $S = (t-k) \cdot f(t)$ (2) $S > (t-k) \cdot f(k)$



(3) $2S = (t-k) \cdot [f(t) + f(k)]$ (4) $S > \int_k^t f(x) dx$



22. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 - a^2}}$, פרמטר חיובי.

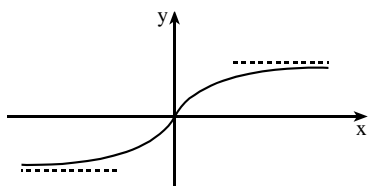
בשרטוט משמאל מתוארת סקיצה

של גרף הפונקציה $f(x)$.

א. הראה שהפונקציה $f(x)$ היא אי-זוגית.

ב. מצא את ערך הביטוי: $\int_{2a}^{3a} f(x) dx + \int_{-3a}^{-2a} f(x) dx$.

הערה: אין צורך לבצע אינטגרציה.



23. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2 + 6}}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. מצא את האסימפטוטה המקבילה

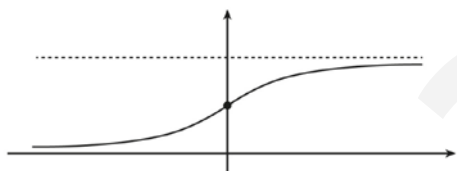
לציר ה- x עבור $x > 0$.

ג. בשרטוט משמאל מתואר גרף הפונקציה.

היעזר בשרטוט וענה על תתי הסעיפים הבאים:

(1) הסבר מדוע עבור כל מספר חיובי a מתקיים: $\int_a^{a+1} f(x) dx < 2$.

(2) הסבר מדוע עבור כל מספר שלילי b מתקיים: $-6 < \int_{b-3}^b f(x) dx < 0$.



24. לפניך גרף הפונקציה $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} + 1$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. מצא את האסימפטוטות

האופקיות של הפונקציה.

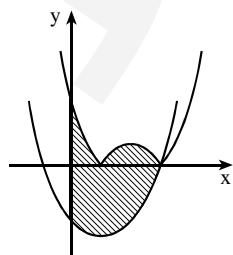
ג. (1) $g(x)$ היא פונקציה המקיימת: $f(x) = g(x) + 1$.

הוכח שהפונקציה $g(x)$ היא פונקציה אי-זוגית.

(2) הסבר מדוע לכל שני מספרים b ו- c המקיימים $0 < b < c$ מתקיים:

$$\int_{-c}^{-b} f(x) dx + \int_b^c f(x) dx = 2(c - b)$$

בתשובתך תוכל להיעזר בשרטוט מתאים ובשיקולי סימטריה.



25. בציור מתוארים הגרפים של שתי פונקציות:

$$f(x) = x^2 - 4x - 5, \quad g(x) = |x^2 - 7x + 10|$$

חשב את השטח המוגבל בין הגרפים

של שתי הפונקציות ועל ידי ציר ה- y

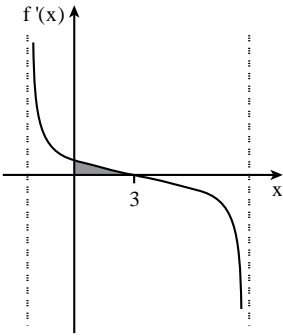
(השטח המקווקו).

26. א. חשב את האינטגרל המסוים $\int_3^8 \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x^2-1}} dx$

ב. חשב את האינטגרל המסוים $\int_6^{11} \frac{\sqrt{x-4}}{\sqrt{x^2-6x+8}} dx$

פתור בשתי דרכים: (1) בעזרת צמצום.

(2) בעזרת הזזה של האינטגרל מסעיף א.



27. בשרטוט שלפניך מתואר גרף פונקציית הנגזרת

$f'(x) = \sqrt{-x^2 + bx + 16}$ של הפונקציה

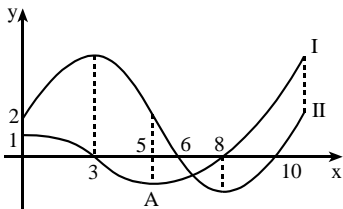
$f(x)$ הוא פרמטר.

א. מצא את הערך של b .

ב. חשב את השטח המוגבל על ידי

גרף הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה- y ,

ועל ידי ציר ה- x (השטח האפור).



28. בציור שלפניך מתוארים, לאו דווקא לפי הסדר,

הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$

בתחום $0 \leq x \leq 11$, כאשר $g(x) = f'(x)$.

א. זהה איזה מהגרפים הוא הגרף

של הפונקציה $g(x)$. נמק.

ב. נתון כי הישר המשיק לגרף

הפונקציה $f(x)$ בנקודה $x=0$

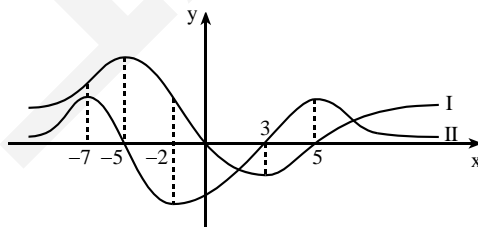
מאונך לישר המשיק לגרף של $f(x)$ בנקודה $x=5$.

חשב את השטח המוגבל על ידי הגרף של הנגזרת השנייה $f''(x)$

ועל ידי שני הצירים.

29. בציור שלפניך מתוארים הגרפים I ו-II. אחד הגרפים הוא של

הפונקציה $f(x)$ והאחר הוא של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.



א. קבע עבור כל גרף לאיזו פונקציה הוא מתאים. נמק את תשובתך.

ב. (1) אריאל טוען ש- $\int_{-5}^5 f(x) dx < 0$. האם אריאל צודק?

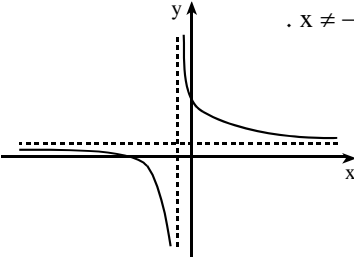
(2) אריאל טוען ש- $\int_{-7}^0 f'(x) dx < 0$. האם אריאל צודק?

(3) אריאל טוען ש- $\int_3^5 [f'(x) - f(x)] dx > 0$. האם אריאל צודק?

ג. על סמך הגרפים הנתונים, כמה נקודות חיתוך עם ציר ה- x

יש לגרף הנגזרת השלישית $f'''(x)$?

- ד. מעבירים משיקים לגרף I : משיק אחד בנקודת המקסימום הפנימית שלו ומשיק שני בנקודת המינימום הפנימית שלו.
 המרחק בין שני המשיקים הוא k .
 נסמן ב-S את השטח המוגבל על ידי גרף II ועל ידי ציר ה-x .
 קבע איזו טענה מהבאות היא נכונה :
 S < k (2) S > k (2) S = k (1)



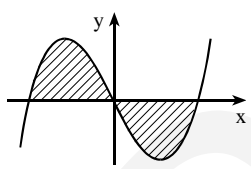
30. לפי גרף של פונקציה $f(x)$, המוגדרת בתחום $x \neq -2$.
 בשרטוט משמאל מתואר גרף הפונקציה.
 בתחום $x > -2$ הפונקציה יורדת וקעורה כלפי מעלה.
 בתחום $x < -2$ הפונקציה יורדת וקעורה כלפי מטה.

א. מצא את הסימן של האינטגרלים המסוימים הבאים, במידה וניתן לדעת מה הסימן ($t > k > -2$):

$$\int_k^t f''(x) dx \quad (3) \qquad \int_k^t f'(x) dx \quad (2) \qquad \int_k^t f(x) dx \quad (1)$$

ב. מצא את הסימן של האינטגרלים המסוימים הבאים, במידה וניתן לדעת מה הסימן ($t < k < -2$):

$$\int_t^k f''(x) dx \quad (3) \qquad \int_t^k f'(x) dx \quad (2) \qquad \int_t^k f(x) dx \quad (1)$$



31. בצויר מתואר גרף של פונקציה אי זוגית $f(x)$ הגרף חותך את ציר ה-x בנקודות $(5;0)$, $(0;0)$ ו- $(-5;0)$, ראה ציור.
 א. הפונקציה $g(x) = f(x) + k$ מקיימת $\int_{-5}^5 g(x) dx = 20$. מצא את הערך של k.

- ב. הפונקציה $h(x) = -f(x) + b$ מקיימת $\int_{-5}^5 h(x) dx = 30$. מצא את הערך של b.

32. נתונה פונקציה זוגית $f(x)$, המוגדרת לכל ערך של x. א. קבע האם הטענה הבאה נכונה או לא נכונה בהכרח:

$$0 < a < b, \int_a^b f(x) dx = \int_{-b}^{-a} f(x) dx$$

- ב. (1) הסבר מדוע פונקציית הנגזרת $f'(x)$ היא פונקציה אי-זוגית. (2) קבע האם הטענה הבאה נכונה או לא נכונה:

$$0 < a < b, \int_a^b f'(x) dx + \int_{-b}^{-a} f'(x) dx = 0$$

33. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x+2}{x}$.

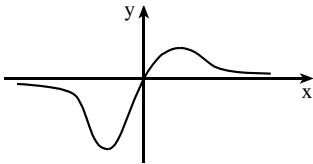
א. מצא את תחום ההגדרה של $f(x)$.

ב. מצא את התחום שבו $f(x) > 0$.

ג. בתחום שבו $f(x) > 0$ נתונה הפונקציה $g(x)$ המקיימת: $g'(x) = \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$.

נתון שגרף הפונקציה $g(x)$ עובר דרך הנקודה $(\frac{2}{3}; 3)$.

מצא את הפונקציה $g(x)$.



34. לפניך גרף הפונקציה $f(x)$.

נתון כי הפונקציה $g(x) = |f(x)|$ מקיימת

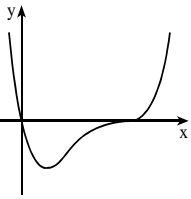
א. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

ב. הפונקציות $h(a)$ ו- $t(a)$ מקיימות:

$$a \geq -1, \quad h(a) = \int_{-1}^a f(x) dx, \quad t(a) = \int_{-1}^a g(x) dx$$

מצא את השיעורים של נקודת הפגישה

בין הגרפים של הפונקציות $h(a)$ ו- $t(a)$.



35. בציור מתואר גרף של פונקציה $f(x)$,

המוגדרת וגזירה לכל ערך של x .

גרף הפונקציה נפגש עם ציר ה- x בנקודות

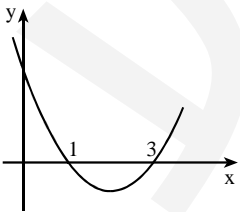
$(0;0)$, $(4;0)$, ויש לו מינימום עבור $x=1$.

המספר t הוא חיובי.

א. קבע האם האינטגרל $\int_0^t f(x) dx$ חיובי או שלילי או שלא ניתן לדעת:

(1) עבור $t=1$. (2) עבור $t=4$. (3) עבור $t=6$.

ב. האם קיים ערך של t שבעבורו האינטגרל $\int_0^t f(x) dx$ מקבל ערך מינימלי? אם כן, מהו ערכו של t ?



36. בציור מתואר גרף של פונקציה $f(x)$,

החותך את ציר ה- x בנקודות $(1;0)$, $(3;0)$.

מגדירים: $T(x) = \int_0^x f(x) dx, \quad x > 0$.

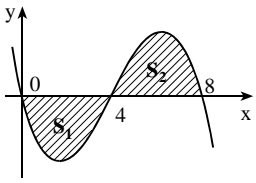
א. לפניך שלושה ערכים של t .

בעבור איזה מהם הערך של $T(x)$ הוא הכי גדול? נמק.

(1) $t=0.5$. (2) $t=1$. (3) $t=2$.

ב. הסבר מדוע בתחום $2 \leq t \leq 4$,

הפונקציה $T(x)$ מקבלת מינימום עבור $t=3$.

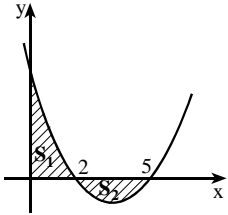


37. בציר מתואר גרף של פונקציה $f(x)$, החותך את ציר ה- x בנקודות $(0;0)$, $(4;0)$, $(8;0)$.

$$\int_0^8 f(x) dx = 0 \quad \text{נתון:}$$

א. הוכח שמתקיים: $S_1 = S_2$ (ראה ציור).
 ב. המספר t מקיים $0 \leq t \leq 8$.

מצא לאילו ערכים של t יהיה הערך של האינטגרל $\int_0^t f(x) dx$:
 (1) מינימלי. (2) מקסימלי.



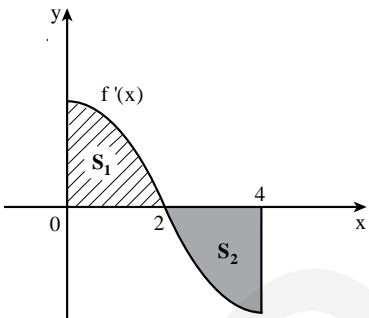
38. בציר מתואר גרף של פונקציה $f(x)$. הגרף חותך את ציר ה- x בנקודות $(0;0)$ ו- $(2;0)$ ו- $(5;0)$.

$$\int_0^5 f(x) dx = 4\frac{1}{6} \quad \text{נתון:}$$

א. היעזר בגרף ובנתונים **בלבד** וקבע איזה שטח גדול יותר: השטח S_1 או השטח S_2 .

$$S_k = \int_0^k f(x) dx \quad \text{ב. נסמן:}$$

מצא לאילו ערכים של k , $0 \leq k \leq 5$, יהיה הערך של S_k :
 (1) מקסימלי. (2) מינימלי. נמק את תשובתך.



39. בציר מוצג הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$

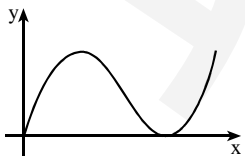
בתחום $0 \leq x \leq 4$. הגרף של $f'(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודה שבה $x=2$.

S_1 הוא השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי הצירים (השטח המקווקו בציור).

S_2 הוא השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה- x

ועל ידי הישר $x=4$ (השטח האפור בציור).
 א. נתון: $f(0)=0$, $S_1 = S_2$. חשב את $f(4)$.

ב. מצא לאילו ערכים של k , $0 \leq k \leq 4$, יהיה הערך של $\int_0^k f'(x) dx$:
 (1) מקסימלי. (2) מינימלי. נמק את תשובתך.



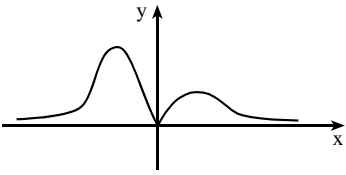
40. בציר מתואר חלק מגרף של פונקציה אי זוגית $f(x)$. נתון: $f(7)=0$, ראה ציור.

$$\int_{-4}^4 f(x) dx \quad \text{א. חשב את ערך האינטגרל המסוים}$$

ב. המספר t מקיים $-8 \leq t \leq 8$.

האם קיים ערך של t בעבורו האינטגרל $\int_{-8}^t f(x) dx$ הוא חיובי?

ג. מצא לאילו ערכים של t יהיה הערך של האינטגרל $\int_{-8}^t f(x) dx$:
 (1) מינימלי. (2) מקסימלי.

- תשובות: 1.** א. $S+3$. ב. 4 . 2. $3 \cdot S$. 3. א. $\frac{S}{2}$. ב. $3 \cdot \frac{1}{2}S$.
4. א. שווה ל- S . ב. קטן מ- S . 5. א. שווה ל- S . ב. שווה ל- S . ג. גדול מ- S .
6. א. שווה ל- S_2 . ב. S_1 . 7. ב. חיוביות: כל x , שליליות: אין . ג. $\sqrt{3} \cdot S$.
8. $g(x) = -f(x)$ או $g(x) = 3 \cdot f(x)$. 9. 6 . 10. א. 18 . ב. 10 .
11. א. שלילי . ב. חיובי . ג. 1. $S_1 = S_2$. 2. $S_1 < S_2$. 3. $S_1 > S_2$.
12. $S_2 = \frac{S-K}{2}$, $S_1 = \frac{S+K}{2}$. 13. $\frac{1}{15}$. 5. 14. א. כן . ב. 1. S . 2. $-S$.
15. א. לא נכונה . ב. נכונה . ג. נכונה . ד. לא נכונה . 16. כן .
17. א. $g(x) = f(x+3)$. ב. 2, 4 .
19. א. לא . ג. $x=1$ מקסימום, $x=5$ מינימום .
20. הקבוע c אינו זהה בשתי ההצגות של הפונקציה הקדומה ($c_1 = c_2 + 6.25$) .
21. 1. לא נכונה . 2. נכונה . 3. נכונה . 4. נכונה . 22. ב. 0 .
23. א. כל x . ב. $y=2$. 24. א. כל x . ב. $y=2$, $y=0$. 25. $46\frac{1}{2}$.
26. א. 2 . ב. 2 . 27. א. $b=6$. ב. 1 . 28. א. גרף I הוא של $g(x)$. ב. 2 .
29. א. I. $f(x)$. II. $f'(x)$. ב. 1. כן . 2. לא . 3. כן . ג. ארבע נקודות . ד. 1 .
30. א. 1. חיובי . 2. שלילי . 3. חיובי .
- ב. 1. לא ניתן לדעת . 2. שלילי . 3. שלילי .
31. א. $k=2$. ב. $b=3$. 32. א. נכונה . ב. 2. נכונה .
33. א. $x \neq 0$. ב. $x > 0$ או $x < -2$. ג. $g(x) = \sqrt{\frac{x+2}{x}} + 1$.
34. א.  . ב. $(-1;0)$.
35. א. 1. שלילי . 2. שלילי . 3. לא ניתן לדעת . ב. כן , $t=4$.
36. א. 2. $t=1$. 37. ב. 1. $t=4$. 2. $t=0$, $t=8$.
38. א. S_1 גדול יותר . ב. 1. $k=2$. 2. $k=0$.
39. א. $f(4)=0$. ב. 1. $k=2$. 2. $k=0$, $k=4$.
40. א. 0 . ב. לא . ב. 1. $t=0$. 2. $t=8$, $t=-8$.