מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: חורף תשפ"א, 2021
מספר השאלון: 035582
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יחידות לימוד

מתמטיקה
5 יחידות לימוד — שאלון שני

הוראות לנבחן

א. <u>משך הבחינה</u>: שעתיים ורבע.

ב. <u>מבנה השאלון ומפתח ההערכה</u>: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
עליך לענות על <u>שלוש</u> שאלות לבחירתך — $3\times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.

ג. <u>חומר עזר מותר בשימוש</u>:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. <u>הוראות מיוחדות</u>:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, <u>גם</u> כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את <u>כל</u> פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב <u>במחברת הבחינה בלבד</u>. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

/המשך מעבר לדף/

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענה על שלוש מן השאלות 1-5 (לכל שאלה — $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

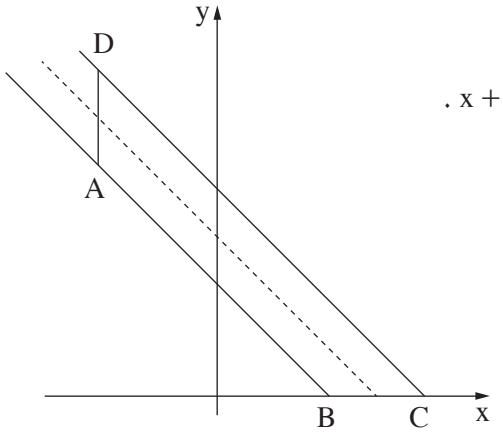
פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

1. $ABCD$ הוא טרפז $(AB \parallel DC)$.

נתון: המרחק בין בסיסי הטרפז, AB ו־DC, הוא $\sqrt{2}$,

קטע האמצעים של הטרפז $ABCD$ נמצא על הישר $x + y - 4 = 0$.

א. מצא את משוואות הישרים שבסיסי הטרפז נמצאים עליהם.



נתון: השוק BC נמצאת על ציר ה־x.

מעבירים פרבולה קנונית $y^2 = 2px$ $(p > 0)$

כך שהקודקודים A ו־D של הטרפז נמצאים על מדריך הפרבולה,

ומוקד הפרבולה נמצא על הקודקוד B או על הקודקוד C.

ב. **(1)** מהי משוואת הפרבולה שבעבורה

הטרפז $ABCD$ הוא הגדול מבין שני הטרפזים האפשריים? נמק.

(2) מהי משוואת הפרבולה שבעבורה הטרפז $ABCD$ הוא הקטן מבין שני הטרפזים האפשריים?

ג. מעבירים ישר המקביל לציר ה־x וחותך את שתי הפרבולות שמצאת בסעיף **ב** בשתי נקודות, E ו־F.

מצא את משוואת המקום הגאומטרי שעליו מונחים אמצעי הקטעים EF הנוצרים באופן זה.

/המשך בעמוד 3/

2. ABC הוא משולש.

נסמן: $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AC} = \underline{v}$.

נתון: $A(0,2,-1)$, $B(-3,2,2)$,

הנקודה $D(-2,3,1)$ נמצאת על הקטע BC כך ש־ $\overrightarrow{AD} = \frac{2}{3}\underline{u} + \frac{1}{3}\underline{v}$.

א. **(1)** מצא את שיעורי הנקודה C והוכח כי המשולש ABC הוא ישר זווית.

(2) מצא את משוואת המישור ABC .

הנקודה E נמצאת במישור ABC כך ש־ $ABEC$ הוא מלבן. הנקודה M היא מפגש האלכסונים במלבן זה.

S היא נקודה כך ש־ MS מאונך למישור $ABEC$.

ב. **(1)** מצא הצגה פרמטרית לישר MS , והסבר מדוע לכל נקודה S כזו $SABEC$ היא פירמידה ישרה.

(2) תן דוגמה לשיעורים של נקודה S כמתואר בתת־סעיף **ב(1)**.

בעבור הנקודה S שמצאת, חשב את הזווית SAB .

(3) בעבור הנקודה S שמצאת, האם קיימת נקודה נוספת, P , כך ש־ $PABEC$ היא פירמידה ישרה שבעבורה מתקיים $\sphericalangle SAB = \sphericalangle PAB$?

אם כן, מצא את שיעוריה. אם לא, נמק.

3. נתונה המשוואה $i \cdot z^6 = \frac{1}{64}$ (z הוא מספר מרוכב).

א. מצא את כל פתרונות המשוואה הנתונה.

פתרונות המשוואה הנתונה מתאימים לקודקודים של מצולע קמור במישור גאוס.

ב. הראה שלכל אחד מקודקודי המצולע קיים קודקוד אחד בדיוק כך שהישר שמחבר ביניהם עובר דרך ראשית הצירים.

כופלים כל אחד מפתרונות המשוואה הנתונה במספר מרוכב קבוע, w .

ג. הסבר מדוע סכום המספרים שהתקבלו הוא אפס.

נתון: $w = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$.

ד. כתוב משוואה שפתרונותיה הם 12 המספרים: פתרונות המשוואה הנתונה בתחילת השאלה והמספרים שהתקבלו לאחר ההכפלה ב־ w .

/המשך בעמוד 4

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{-4}{e^{2x}-4e^{x}+3}$.

א. **(1)** מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

(3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן (אם יש כאלה).

(4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. הסבר מדוע לכל $b<0$ מתקיים: $\int_{b-3}^{b} f(x)dx<-4$.

נתונה הפונקציה $g(x)=\frac{k}{f(x)}$, שתחום הגדרתה זהה לתחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$. k הוא פרמטר.

נתון כי לפונקציה $g(x)$ יש נקודת מינימום.

ג. מהו תחום הערכים האפשרי בעבור k? נמק.

5. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{1}{(\ell n(x))^{3}-1}+1$.

א. **(1)** מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(4) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. הישר $y=k$ אינו חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ (k הוא פרמטר). מצא את k. נמק.

ג. נגדיר $T(x)=\int_{e^{-1}}^{x} f(x)dx \quad e^{-1}\le x<e$.

(1) לפניך שלושה ערכי x (I-III). בעבור איזה מהם הערך של $T(x)$ הוא הכי גדול? נמק.

I) $x=\frac{1}{2}$ II) $x=1$ III) $x=2$

(2) הסבר מדוע בעבור כל $e^{-1}\le x<e$ מתקיים: $T(x)<1$.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך