

מתמטיקה 4 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעה וארבעים וחמש דקות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב
פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה
עליך לענות על שלוש שאלות לבחירתך – $3 \times \frac{1}{3} = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענה על שלוש מן השאלות 1-5.

שים לב: אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב

סדרות

1. הסדרה a_n מקיימת את הכלל: $a_{n+1} = 2n + 1 - a_n$.

נתון: $a_1 = 10$.

א. מצא את האיברים: a_2, a_3, a_4 .

ב. (1) הוכח כי הסדרה של האיברים במקומות האיזוגיים היא חשבונית.

(2) האם הסדרה של האיברים במקומות הזוגיים גם היא חשבונית? נמק.

ג. מצא את סכום 46 האיברים הראשונים בסדרה a_n .

טריגונומטריה במרחב

2. נתונה מנסרה ישרה $ABCA'B'C'$ שבסיסה ABC הוא משולש שווה צלעות.

CD הוא הגובה לצלע AB (ראה ציור).

נתון: $CD = a$.

א. הבע באמצעות a את אורך צלע המשולש ABC .

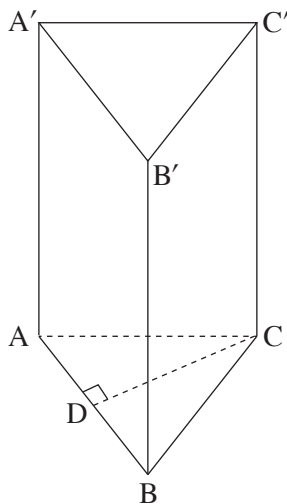
נתון: הזווית בין $A'D$ לבין מישור הבסיס ABC היא 68° .

שטח המעטפת של המנסרה הוא 713 (סכום שטחי הפאות הצדדיות).

ב. (1) הבע באמצעות a את גובה המנסרה.

(2) מצא את a .

ג. מצא את גודל הזווית $\angle BA'C$.



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה

3. נתונה הפונקציה $f(x) = 2 - 4(\sin x)^2$ המוגדרת בתחום $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

א. הראה כי $f(x) = 2 \cos(2x)$.

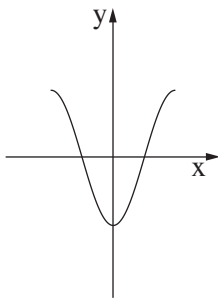
ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ג. מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

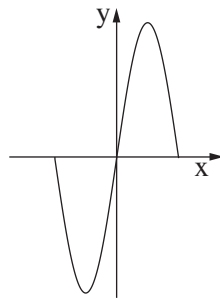
ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. (1) קבע איזה מן הגרפים I, II, III, IV שבסוף השאלה מתאר את גרף הפונקציה $f'(x)$ (נגזרת הפונקציה $f(x)$), ונמק את קביעתך.

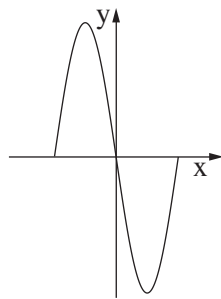
(2) חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f'(x)$ ועל ידי ציר ה- x .



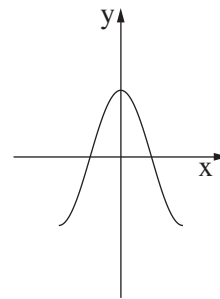
IV



III



II



I

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{e^{2x} + 4}{e^x}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

ג. הראה כי $f(x) = e^x + 4e^{-x}$.

ד. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ו. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי הישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת

הקיצון שלה, ועל ידי ציר ה- y .

5. נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 \cdot \ln(x)$.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .
- ג. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.
- ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ה. נתונות הפונקציות: $h(x) = f(x) - 2$, $g(x) = -2f(x)$.
רשום את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $h(x)$ ואת שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$.
קבע את הסוג של כל אחת מהן.
נמק את תשובותיך.

בהצלחה!