

פתרון הבחינה

במתמטיקה

מועד נבצרים מרץ חורף תשפ"א, 2021, שאלון: 35581

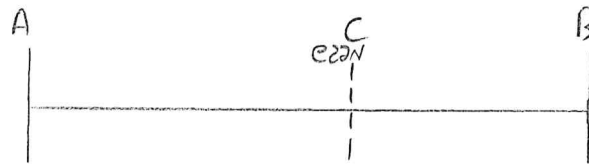
מוגש ע"י צוות מורי המתמטיקה של "יואל גבע":

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



1. יואב ואודי רכבו על אופניים מיישוב A ליישוב B, באותה הדרך. יואב יצא מיישוב A, וכעבור 3 שעות הגיע ליישוב B. זמן מה לאחר יציאתו של יואב מיישוב A, יצא גם אודי מיישוב A והגיע ליישוב B רבע שעה לפני יואב. יואב ואודי נפגשו בדרך ליישוב B כעבור שעה וחצי מרגע יציאתו של אודי מיישוב A. מהירות הרכיבה של יואב ומהירות הרכיבה של אודי היו קבועות.
- א. מצא כמה זמן עבר מרגע יציאתו של יואב מיישוב A ועד רגע יציאתו של אודי מיישוב A (מצא את שתי האפשרויות).
- ב. נתון: יואב ואודי נפגשו במרחק 12 ק"מ מיישוב B. מהירות הרכיבה של אודי גדולה מ-20 קמ"ש. מצא מהי מהירות הרכיבה של יואב ומהי מהירות הרכיבה של אודי.



מרחק S	מהירות V	זמן t	תיאור
AB	$\frac{AB}{3}$	3	יואב A → B
AB	$\frac{AB}{2.75-t}$	$3-t-\frac{1}{4}$ $= 2.75-t$	אודי A → B
$\frac{(t+1.5) \cdot AB}{3}$	$\frac{AB}{3}$	$1.5+t$	יואב A → C עגון
$\frac{1.5 \cdot AB}{2.75-t}$	$\frac{AB}{2.75-t}$	1.5	אודי A → C עגון

$t =$ הזמן שאור הרכס
 יציאתו של יואב ועד
 רגע יציאתו של אודי
 (התשובה הסופית)

$$\frac{AB \cdot (t+1.5)}{3} = \frac{1.5 \cdot AB}{2.75-t} \quad | :AB$$



$$\frac{t+1.5}{3} = \frac{1.5}{2.75-t}$$

$$(2.75-t)(t+1.5) = 4.5$$

$$2.75t + 4.125 - t^2 - 1.5t = 4.5$$

$$0 = t^2 - 1.25t + 0.375$$

$$t_{1,2} = \frac{1.25 \pm 0.25}{2} \quad \begin{matrix} \nearrow t_1 = 0.75 \\ \searrow t_2 = \frac{1}{2} \end{matrix}$$

א
הסמן שצד הוא
{ סדרה $\frac{1}{2}$ או סדרה $\frac{3}{4}$ }

ק"ג S	V ק"ג	t שניות	
12	$\frac{12}{0.75} = 16$ ק"ג	$1.5 - t = 0.75$	יואב C → B
12	$\frac{12}{0.5} = 24$ ק"ג	$0.75 - \frac{1}{4} = 0.5$	אורי C → B

עקור
 $t = 0.75$

BC = 12 ק"ג נכון ?

* מס' הנסעה של יואב נ-C-B

הוא 3 - (1.5 + t) הולך 1.5 - t

ק"ג S	V ק"ג	t שניות	
12	$\frac{12}{1} = 12$ ק"ג	$1.5 - t = 1$	יואב C → B
12	$\frac{12}{0.75} = 16$ ק"ג	$1 - \frac{1}{4} = 0.75$	אורי C → B

עקור
 $t = 0.5$

{ מהירותו של יואב : 16 ק"ג
מהירותו של אורי : 24 ק"ג }

לא נתיאם
שתיולת

12 ק"ג V > 20 ק"ג



2. נתונה סדרה הנדסית אינסופית יורדת: $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots$

סכום כל איברי הסדרה בלי האיבר הראשון הוא 4.

מחליפים את הסימנים של כל האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים בסדרה, ומתקבלת סדרה הנדסית חדשה:

$$a_1, -a_2, a_3, -a_4, \dots$$

סכום כל איברי הסדרה החדשה בלי האיבר הראשון הוא -2.4 .

א. מצא את האיבר הראשון ואת המנה של הסדרה a_n (הסדרה המקורית).

מן האיברים של הסדרה הנתונה בנו סדרה שלישית: $\frac{a_2}{a_1^2}, \frac{a_3}{a_2^2}, \frac{a_4}{a_3^2}, \dots, \frac{a_{n+1}}{a_n^2}, \dots$

נסמן את הסדרה השלישית ב- c_n .

ב. הוכח כי הסדרה c_n היא סדרה הנדסית, מצא את המנה שלה ואת c_1 .

ג. נתון כי הסכום $c_{k+1} + c_{k+2} + \dots + c_{3k}$ גדול פי 4,096 מסכום $2k$ האיברים הראשונים בסדרה c_n .

מצא את k .

סדרה שאחר החלפת סימני איברי I	סדרה מקורית איברי I	I איברי
$-a_2 = -a_1q$	$a_2 = a_1q$	מנה
$-q$	q	

I $\frac{a_1q}{1-q} = 4$

II $\frac{-a_1q}{1-(-q)} = -2.4$

I $\frac{a_1q}{1-q} = 4$

II $\frac{-a_1q}{1+q} = -2.4$

$\frac{1+q}{1-q} = \frac{4}{2.4}$

$q = \frac{1}{4}$

I $a_1 \cdot \frac{1}{4} = 4$

$a_1 = 12$



$$C_1 = \frac{a_2}{a_1^2} = \frac{a_1 \cdot 9}{a_1^2} = \frac{9}{a_1}$$

$$C_2 = \frac{a_3}{a_2^2} = \frac{a_2 \cdot 9}{a_2^2} = \frac{9}{a_2}$$

⋮

$$C_n = \frac{a_{n+1}}{a_n^2} = \frac{a_n \cdot 9}{a_n^2} = \frac{9}{a_n}$$

כגון נראה $\frac{C_{n+1}}{C_n}$ עומד על פי שטח, ניתן ערך קבוע.

$$\frac{C_{n+1}}{C_n} = \frac{\frac{9}{a_{n+1}}}{\frac{9}{a_n}} = \frac{a_n}{a_{n+1}} = \frac{1}{9} = \frac{1}{\frac{1}{4}} = 4 = Q_c$$

$$C_1 = \frac{9}{a_1} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{12}} = \frac{1}{48}$$

הסדרה C_n הנצטית, מתנה היא 4, והאיבר הראשון

שהוא $\frac{1}{48}$.



ג יש דשים ♥ שכלול (איברים) הנהל C_{k+1}
381 C_{3k} היא 2k.

C_{k+1} הנהל $2k$	$2k$ ראשונים	
$C_{k+1} = C_1 \cdot Q_c^k$	$C_1 = \frac{1}{48}$	איבר I
$Q_c = 4$	$Q_c = 4$	נ/ה
$2k$	$2k$	כחול

$$\frac{\sum_{2k} C_{k+1} \text{ הנהל}}{\sum_{2k} \text{ ראשונים}} = 4096$$

$$\frac{C_{k+1} \left(\cancel{Q_c^{2k}} - 1 \right)}{\left(\cancel{Q_c} - 1 \right)} = 4096$$

$$\frac{C_1 \left(\cancel{Q_c^{2k}} - 1 \right)}{\left(\cancel{Q_c} - 1 \right)}$$

$$\frac{C_1 \cdot Q_c^k}{C_1} = 4096$$

$$4^k = 4096 \rightarrow \boxed{k=6}$$

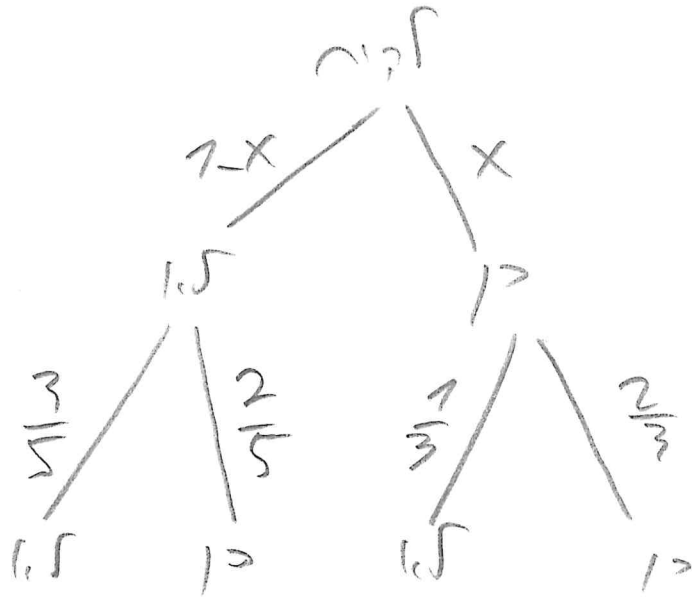
תשובה סופית:



3. בחברת תקשורת גדולה נבדקו הרגלי הצפייה של הלקוחות. נמצא כי מספר הלקוחות שצופים בערוצי מוזיקה גדול פי 1.5 ממספר הלקוחות שאינם צופים בהם. $\frac{2}{3}$ מן הלקוחות שצופים בערוצי ספורט, צופים בערוצי מוזיקה. 40% מן הלקוחות שאינם צופים בערוצי ספורט, צופים בערוצי מוזיקה. בוחרים באקראי לקוח מן הלקוחות של החברה.
- מהי ההסתברות שהלקוח שנבחר צופה גם בערוצי ספורט וגם בערוצי מוזיקה?
 - נמצא שהלקוח שנבחר צופה בערוצי מוזיקה או בערוצי ספורט. מהי ההסתברות שהוא אינו צופה בערוצי מוזיקה?
 - מן הלקוחות שאינם צופים בערוצי ספורט, בחרו באקראי 4 לקוחות. מהי ההסתברות שלפחות 2 מהם צופים בערוצי מוזיקה?

פתרון:

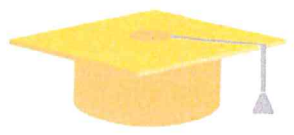
א. נסתו ב-א אלה. נסתו ב-א אלה. ההסתברות שאחד צופה בערוצי הספורט:



צופה בערוצי הספורט:

צופה בערוצי המוזיקה:

נתון כי מספר הלקוחות שצופים בערוצי המוזיקה גדול פי 1.5 ממספר הלקוחות שאינם צופים בערוצי המוזיקה:



$$\frac{2}{3}x + \frac{2}{5}(7-x) = 1.5 \left(\frac{2}{3}x + \frac{3}{5}(7-x) \right)$$

לפני כאלה הלשואה:

$$\frac{2}{3}x + \frac{2}{5} - \frac{2x}{5} = \frac{x}{2} + \frac{9}{10} - \frac{9x}{10}$$

$$\frac{2}{3}x = \frac{1}{2}$$

$$\Downarrow$$

$$x = \frac{3}{4}$$

כאן נוכל לראות ש סגור אף:

$$P(\text{קופה קטנה} \cap \text{המוסיקה}) = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} = \boxed{\frac{1}{2}}$$

ב. זו הסתברות למתן:

$$P(\text{קופה קטנה} \mid \text{המוסיקה}) = \frac{P(\text{קופה קטנה} \cap \text{המוסיקה})}{P(\text{המוסיקה})} = \frac{\frac{1}{2}}{1 - P(\text{קופה קטנה})} = \frac{\frac{1}{2}}{1 - \frac{2}{5}}$$

$$= \frac{\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3}}{1 - \frac{2}{4} \cdot \frac{3}{5}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{17}{20}} = \boxed{\frac{5}{17}}$$



d. זו הפונקציה של ההסתברות. כינוי אחר. זהו
אך זהו ה-0.6

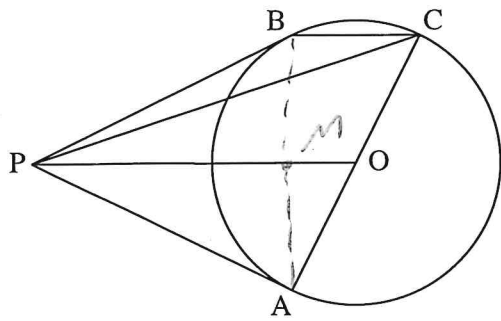
$$P(\text{קנינו אוכל / קנינו אוכל / קנינו אוכל}) = \frac{2}{5}$$

מספר הניסיונות הוא 4.
לכן:

$$P(\text{אם ג-2 לובי קנינו / האוסיה}) = \binom{4}{2} 0.4^2 \cdot 0.6^2 + \binom{4}{3} 0.4^3 \cdot 0.6 + 0.4^4$$

$$= \frac{328}{625} = 0.5248$$





4. הנקודות A ו-B נמצאות על מעגל שמרכזו O.
 המשיקים למעגל בנקודות A ו-B נפגשים בנקודה P.
 ההמשך של AO חותך את המעגל בנקודה C (ראה סרטוט).
 א. הוכח: $PO \parallel BC$.
 נסמן: $k = \frac{PO}{BC}$.
 ב. הבע באמצעות k את היחס בין שטח המשולש PBC ובין שטח המשולש OPC.
 ג. נסמן ב-S את שטח המשולש PAO.
 הבע באמצעות S ו-k את שטח המרובע PACB.

פתרון

נימוק
 שני משפטים המגדלים הוקאים מאותה נדונה על ידי זה אלה

בנייה גזר

סימון

דלג המחבר לא מרכז המגש אנדונה מהמשפטים יוקאים שני משפטים המגדלים, הוכחה את הנימוק שבוין שני המשפטים.

אפי ①

אפי ②

בשאלה טוה שיהיג ABP , הוכחה ABP הוכחה אפי ④

אפי
 ① $AP = BP$

② נגזרים ממנו AB

③ נניח, אף אינון AB
 -1- $PC = 2M$

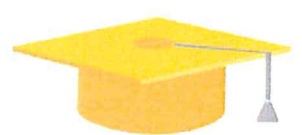
④ $\angle BPM = \angle APM$



⑤ PM הוכחה טוה



⑥ $\angle BMP = \angle AMP = 90^\circ$



נימוק

נימון

כיוון היקדים - הנשואה א' דוטר
היא כיוון ישרה אפי (7)

אפי (5, 6)

אם שני שריב נחמדיב א' יפי ישר
שלישי, ויש נוצר כיוון מתאפס
עולה, הישרה נחמדיב. אפי (9)

סימון

ניסה - שטח משולש

ניסה - שטח משולש

נימון

מישור. אפי (12), (13), (14)

טענות

(7) AC דוטר

(8) $\angle ABC = 90^\circ$

(9) $\angle ABC = \angle PMB = 90^\circ$

(10) $PO \parallel BC$

משולש

(11) נסה, נחמדיב הישרה דיון

הישרה BC - PO
h - ג

(12) $S_{PBC} = \frac{BC \cdot h}{2}$

(13) $S_{OPC} = \frac{PO \cdot h}{2}$

(14) $\frac{PO}{BC} = k$

(15) $\frac{S_{PBC}}{S_{OPC}} = \frac{BC}{PO} = \frac{1}{k}$

משולש



$$\frac{נילוד}{15.11}$$

$$\frac{שטחים}{S_{PAO} = S} \quad (16)$$

כציונים בתעוד שליוק.

$$BO = AO \quad (17)$$

גודל שווה אקדמו

$$PO = PO \quad (18)$$

משפט חפיפה ק.ק.ג. לפי
(18), (17), (16)

$$\Delta PAO \cong \Delta PBO \quad (19)$$

שתי שטחים שווים חופפים
שווה. לפי (19), (16)

$$S_{PAO} = S_{PBO} = S \quad (20)$$

חוצה שלווה הואש בתחום שווה
שווים הואש למק תיכיון.
לפי (18), (17), (16)

$$BM = AM = h \quad (21)$$

נותן שטח שטח

$$S_{PAO} = \frac{PO \cdot h}{2} \quad (22)$$

לפי (22), (16)

$$\begin{aligned} \Downarrow \\ \frac{PO \cdot h}{2} = S \\ \Downarrow \end{aligned} \quad (23)$$

הצדקה. לפי (23), (16)

$$\frac{BC \cdot h}{2} = S \quad (24)$$

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



טלחוד
נסיחה של שטח שטח
תישג. לפי (24), (25)

טלחוד
 $S_{OBCO} = \frac{BC \cdot h}{2}$ (25)

$S_{OBCO} = \frac{S'}{K}$ (26)

חיבור שטחים

$S_{PACB} = S_{POA} + S_{POB} + S_{OBC}$ (27)

לפי (27), (26), (25)

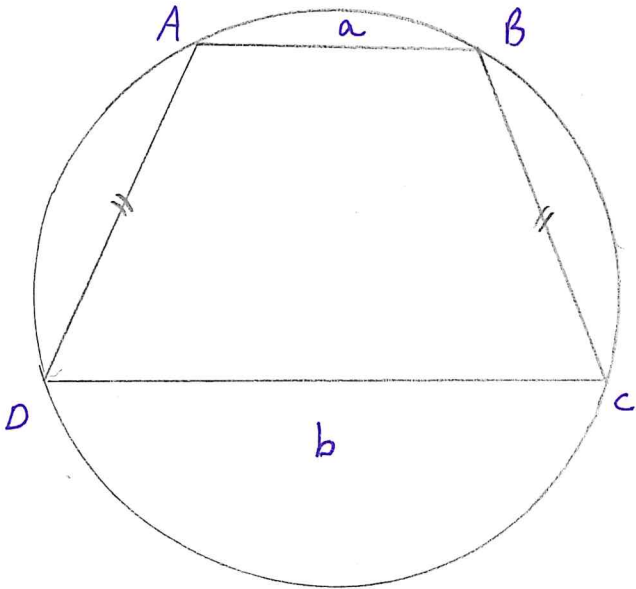
$S_{PACB} = 2S + \frac{S'}{K}$ (28)

$$S_{PACB} = \frac{2K+1}{K} \cdot S$$

שיעור 2

שיעור 2: אפסכ אפגור אל סעק 2 דהסתמך עז כן
 ש - טו תיטו אפגור AC בשולש APC, וזכנו
 שזכנו שזק אל השולש זשני שולשוק שזכ
 בשטה, וזכנו $S_{APC} = 2S$, וזכנו ז שטה
 ששולש PBC.





5. ABCD הוא טרפז חסום במעגל ($AB \parallel DC$).

נתון: $CD = b$, $AB = a$ ($a < b$).

$\angle BCD = 60^\circ$.

א. הבע את האורך של שוקי הטרפז, BC ו-AD, באמצעות a ו-b.

נתון: $a = 6$, אורך האלכסון BD הוא $6\sqrt{7}$.

ב. חשב את b.

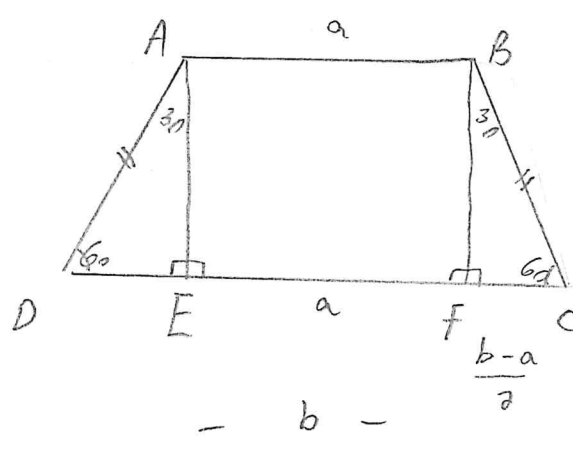
ג. (1) R הוא רדיוס המעגל החוסם את הטרפז. מצא את R.

(2) הסבר מדוע אפשר לחסום מעגל בטרפז ABCD.

(3) r הוא רדיוס המעגל החסום בטרפז. מצא את r.

(c) הטרפז חסום במעגל, כלומר $AD = BC$, כלומר שווה-שוקיים, כלומר שווה-שוקיים, כלומר שווה-שוקיים.

דיקא - גורדי מניקוליס A ו-B שני זוויות.
BF ו-AE הם הטרפז.



מלבן ABFE.

$EF = AB = a$

$\triangle ADE \cong \triangle BCF$

$\therefore DE = CF$ ז'ין

$DE = CF = \frac{DC - EF}{2} = \frac{b - a}{2}$



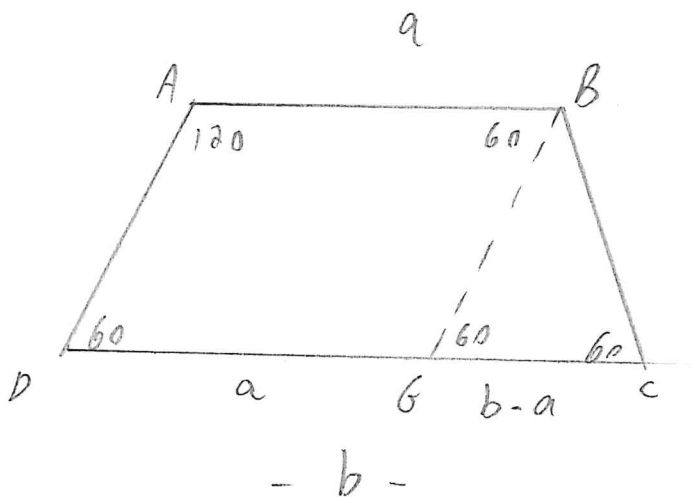
נתון $\triangle BCF$ - זווית $\angle BCF = 30^\circ$ וזווית $\angle CBF = 60^\circ$ (המשולש ישר-זווית)
(המשולש $KCBF$)

נתון $\angle CBF = 30^\circ$, $\angle BCF = 60^\circ$ (המשולש CBF)

המשולש CBF ישר-זווית, $\angle CBF = 30^\circ$, $\angle BCF = 60^\circ$

קידוע $CF = \frac{b-a}{2}$, $BC = b-a$

$AD = BC = b-a$ (לסיק)



צריך לה' (דוק צורה)

צריך קצת יותר ישר BE המקיף

לסיק AD ונקודת

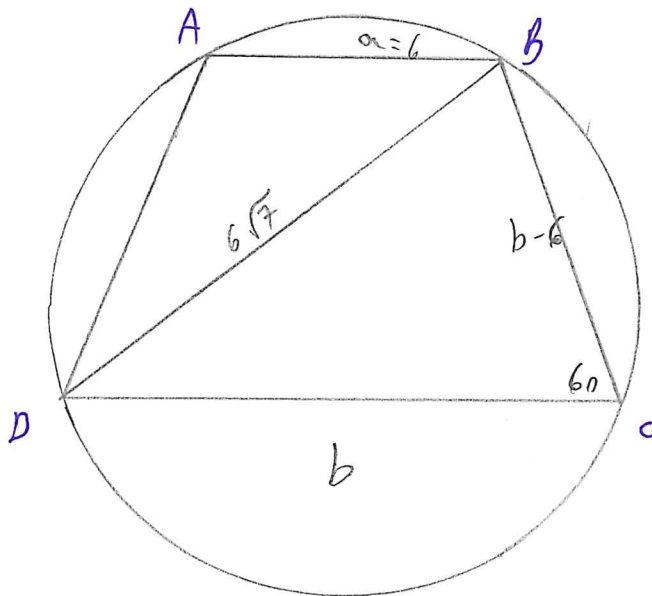
מקבילת $ABED$

$DG = AB = a$ (לסיק)

$GC = b - a$

$\triangle BGC$ זווית $\angle BGC = 60^\circ$ וזווית $\angle GBC = 60^\circ$ (משולש ישר-זווית)
לסיק $BC = GC = b-a$ וזווית $\angle BGC = 60^\circ$
 $AD = b-a$ (לסיק)





ק) נתון, נתון

8, 1/3

1/3, a=6

נתון, נתון

$$BC = b - a = b - 6$$

הקוטרים הם $\triangle BDC$, ידועה זווית 60° ונתון b .

$$(6\sqrt{7})^2 = b^2 + (b-6)^2 - 2b(b-6)$$

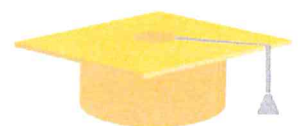
$$252 = b^2 + b^2 - 12b + 36 - b^2 + 6b$$

$$0 = b^2 - 6b - 216$$

$$b = 18$$

$$b = -12$$

א
נתון



(1) המשוואה $BC = AB$ אומר שהצדדים BC ו- AB שווים.
 למקרה של $BC = AB$ אומר שהצדדים BC ו- AB שווים.
 המשוואה $BC = AB$ אומר שהצדדים BC ו- AB שווים.

$$\frac{BC}{\sin 60} = R$$

$$\frac{6\sqrt{3}}{\sin 60} = R$$

$$R = 2\sqrt{3}$$

(2) נתונה ש $AB = CD$ ו- $AD = BC$.
 נתונה ש $AB = CD$ ו- $AD = BC$.
 נתונה ש $AB = CD$ ו- $AD = BC$.

$$AB + DC = 6 + 18 = 24$$

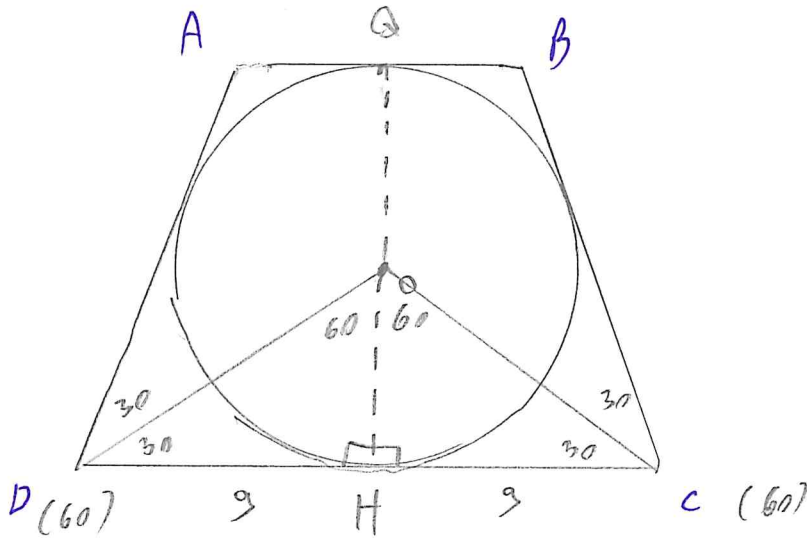
$$AD = BC = 12 - 6 = 6$$

$$AD + BC = 6 + 6 = 12$$

$$AB + DC = AD + BC = 12$$

לכן אורך הצדדים הוא 12.





(2) (3) (א) 0 - מרכז

המחשב הקטן

המרכז

H לקוית הקנה

OH - רדיוס מולטו אנכית

$$OH \perp DC$$

צורך 1 - (קוית האן צדדים)

0 מרכז המחשב קטן, לכן

חוצי - צווה

$\triangle OCH$ מוה - סוקריס, לכן הצווה OH כז תיבון

$$DH = CH = 9, DC = 18$$

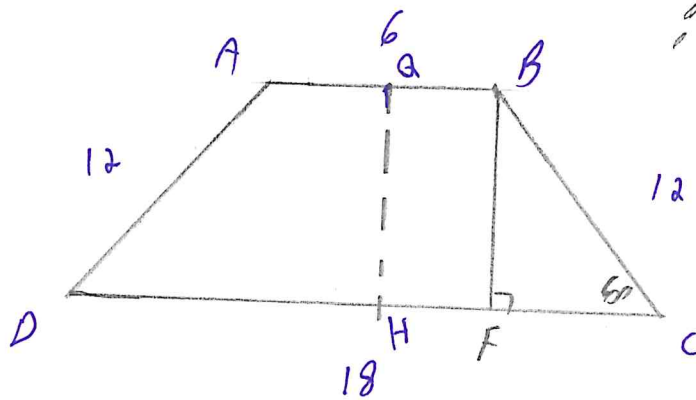
$$\tan 30^\circ = \frac{OH}{9} \quad \triangle OCH$$

$$3\sqrt{3} = OH$$

צורך 2 (דקלרה): הקוטר HR הוא צווה המרכז

$$HQ = BF$$





במול ΔBCF ; זווית BF

$$\sin 60 = \frac{BF}{12}$$

$$6\sqrt{3} = BF$$

$$6\sqrt{3} = HQ$$

הרמיוס $6\sqrt{3}$ הוא הרמיוס של המקור, $3\sqrt{3}$

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{ax}{\sqrt{x^2 - 16}}$, $a \neq 0$ הוא פרמטר.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ענה על סעיפים ב-ד בעבור $a > 0$.

ב. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים (אם יש צורך, הבע באמצעות a).

ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

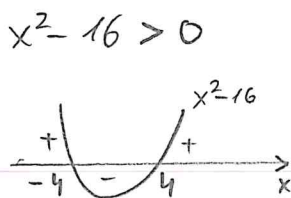
ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ בעבור $a < 0$.

נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) \cdot f'(x)$ המוגדרת בתחום שבו מוגדרות הפונקציות $f(x)$ ו- $f'(x)$.

נתון: $a = 1$.

ו. (1) מצא את תחום השליליות של הפונקציה $g(x)$.

(2) חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, הישר $x = 5$, הישר $x = 6$, וציר ה- x .



$$\{ x < -4, x > 4 \}$$

א. תחום ההגדרה

עבור $a > 0$

$$\left. \begin{array}{l} x = -4, x = 4 \\ y = -a \quad \text{עבור} \quad x \rightarrow -\infty \\ y = a \quad \text{עבור} \quad x \rightarrow +\infty \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{אסימטוטה אנכית} \\ \text{אסימטוטה אופקית} \end{array}$$

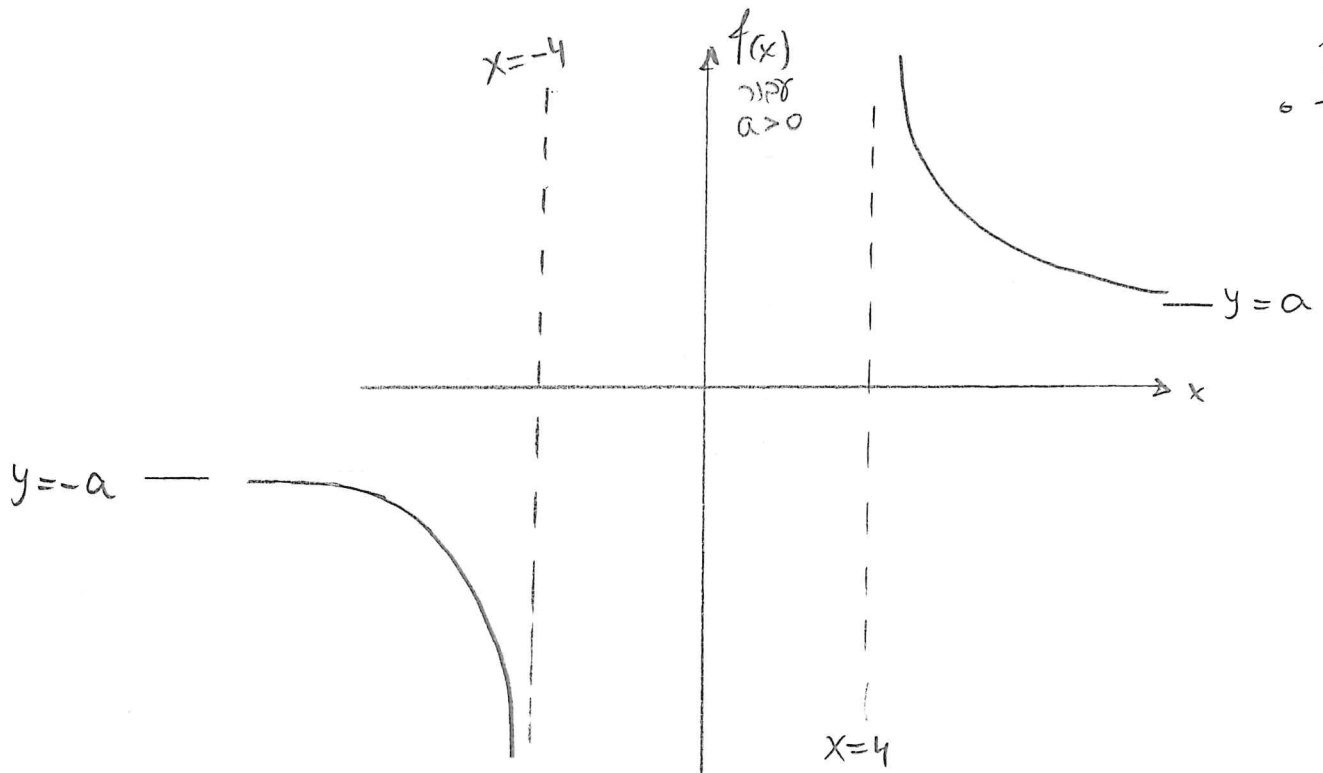


$$f'(x) = \frac{a \cdot \sqrt{x^2-16} - ax \cdot \frac{2x}{2 \cdot \sqrt{x^2-16}}}{(\sqrt{x^2-16})^2} = \frac{a(x^2-16) - ax^2}{(x^2-16)} \quad \underline{\underline{2}}$$

$$f'(x) = \frac{-16 \cdot a}{(x^2-16)^{3/2}} < 0$$

x שלילי
 בתחום ההגדרה
 עבור $a > 0$

תחום עלייה: $x < -4$
 תחום ירידה: $x > 4$



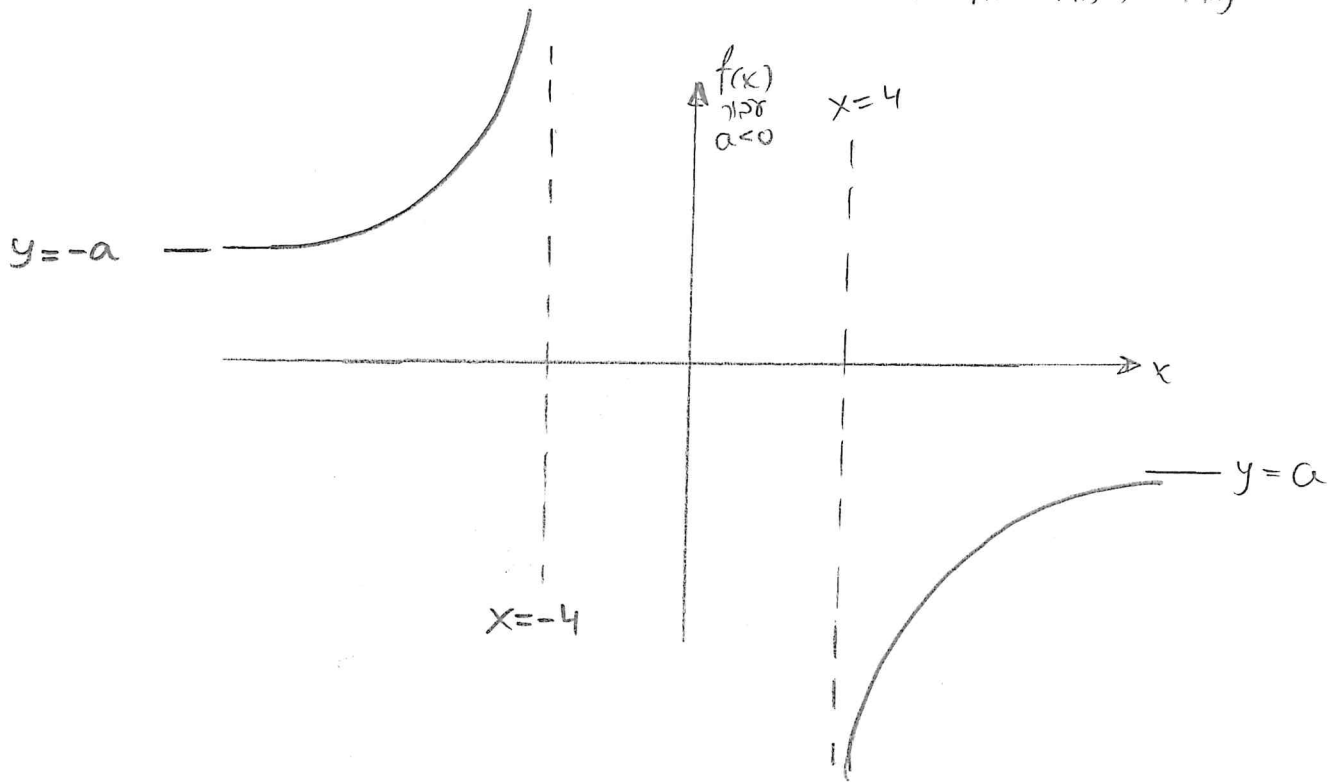
$$f'(x) = \frac{-16 \cdot a}{(x^2 - 16)^{3/2}} > 0$$

לפי x
קטנונים והתקטנה

$a < 0$ עקור

תחומי עלייה : $x < -4$, $x > 4$

תחומי ירידה : $-4 < x < 4$



למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



שטח הפונקציה $g(x) = f(x) \cdot f'(x)$ ונתון $a=1$ (כלומר $a > 0$)

x		-4		4	
f'	-				-
f	-				+
g	+				-

1. (1)

{ תחום השילוב של $g(x)$: $x > 4$ }

$$S = - \int_5^6 g(x) dx = - \int_5^6 f(x) \cdot (f(x))' dx = - \frac{(f(x))^2}{2} \Big|_5^6 = \quad (2)$$

$$= - \frac{1}{2} [f(6)^2 - f(5)^2] = \frac{1}{2} [f(5)^2 - f(6)^2]$$

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 16}}$$

$$f(5)^2 = \left(\frac{5}{3}\right)^2 = \frac{25}{9}$$

$$f(6)^2 = \left(\frac{3\sqrt{5}}{5}\right)^2 = \frac{9}{5}$$

$$S = \frac{1}{2} \left(\frac{25}{9} - \frac{9}{5} \right)$$

$$\left\{ S = \frac{22}{45} \approx 0.489 \right\}$$

דיוק: 0.489



7. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x} - 4$.

ענה על סעיפים א-ה בעבור התחום $-\frac{3\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לציר ה- x .

ב. הראה כי הפונקציה $f(x)$ היא זוגית.

ג. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. נתונה הפונקציה $g(x) = -f(-x) + b$. הוא פרמטר.

נתון כי גרף הפונקציה $g(x)$ משיק לציר ה- x .

מצא את b .

ו. מצא בתחום $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי ציר ה- x .

א. (1) נקודות $\cos x = 0$

$$\cos x = 0$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

$$x = -\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$$

$x \neq \pm \frac{\pi}{2}$	א. (2) $-\frac{3\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$	ת.ה.:
----------------------------	---	-------

$$x = -\frac{3\pi}{2}, x = -\frac{\pi}{2}, x = \frac{\pi}{2}, x = \frac{3\pi}{2} \quad \text{א. (2)}$$

$$\cos(-x) = \cos(x) \quad \text{כ.ז.}$$

$$f(-x) = \frac{1}{(\cos(-x))^2} - 4 = \frac{1}{(\cos(x))^2} - 4 = f(x)$$



$u=1 \quad u'=0$

$v=\cos^2 x \quad v'=-2\cos x \sin x = -\sin(2x)$

$f'(x) = \frac{\sin(2x)}{\cos^4(x)} = 0 \rightarrow \sin(2x) = 0 \rightarrow 2x = \pi k \rightarrow x = \frac{1}{2} \pi k$

$x = -\pi, 0, \pi$ נקודות קריטיות:

x	$-\frac{3\pi}{2}$	$-\pi < x < -\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{2} < x < 0$	$0 < x < \frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2} < x < \pi$	$\pi < x < \frac{3\pi}{2}$			
$f'(x)$	///	-	0	+	///	-	0	+	///
$f(x)$	///	↘	מיני	↗	///	↘	מיני	↗	///

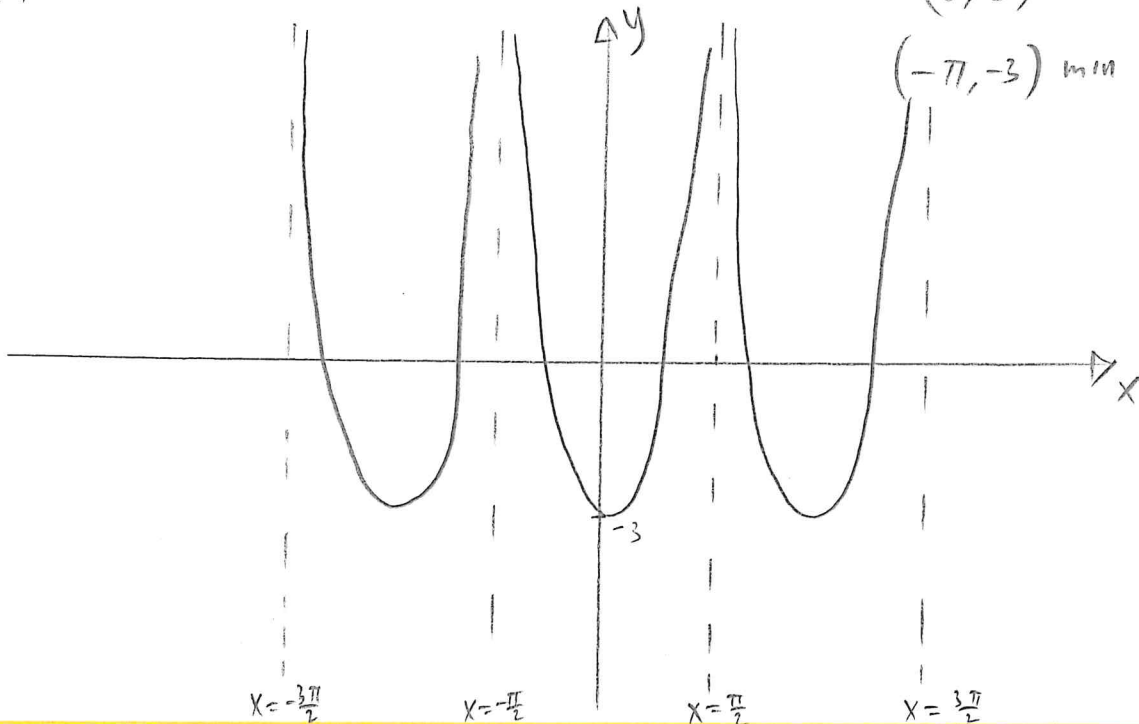
$f(\pm\pi) = -3$

$(\pi, -3)$ מיני

$f(0) = -3$

$(0, -3)$ מיני

$(-\pi, -3)$ מיני

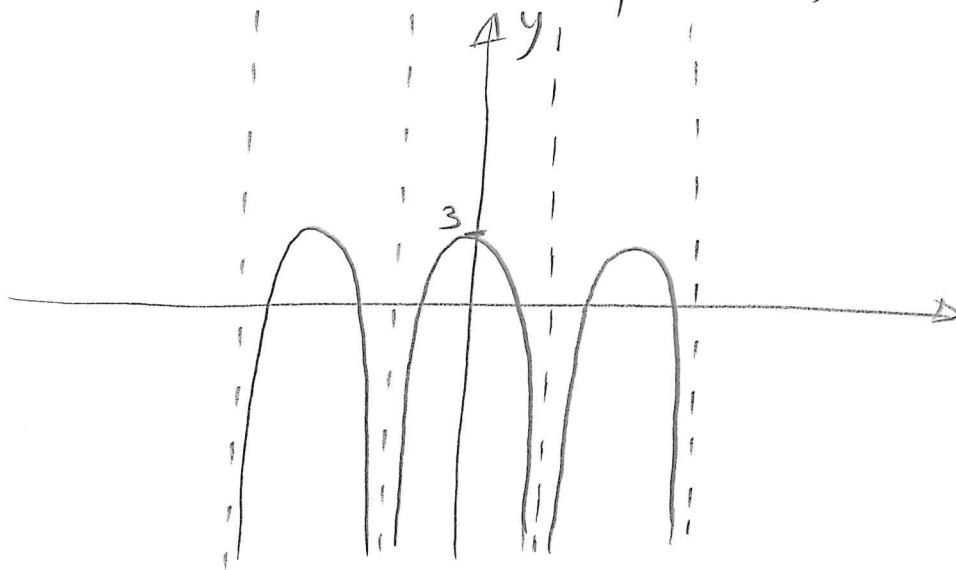


3



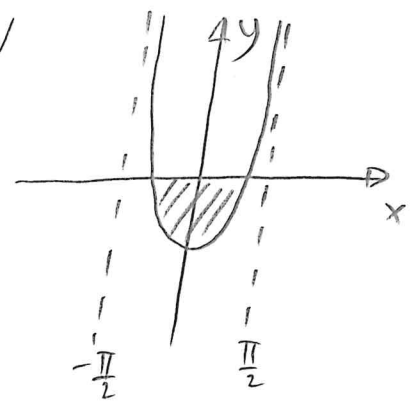
הכונן סוגי וזמן $f(-x) = f(x)$

$-f(x)$ נכאז יק:



אם נבחר את $b = -3$ השרטוט ירר 3 3 3 צריכים
קאובהו ונקובו המקס' יסיקו אצרי א.

נמצא את נקודת התאן עם ציר x הואשנה
שמן ארש - הצירים.



$$\frac{1}{\cos^2(x)} - 4 = 0$$

$$\frac{1}{\cos^2(x)} = 4$$

$$\frac{1}{4} = \cos^2(x) \quad | \sqrt{\quad}$$

$$\cos x = \frac{1}{2}$$

$$\cos x = -\frac{1}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{3} + 2\pi k$$

$$x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi k$$

$$x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi k$$

$$x = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi k$$



מכיוון שקורא התיאור צריך x , $x = \frac{\pi}{3}$ היא הנקודה
 שבה הפונקציה הציורית.

כעת, נשתמש בגובה הממוצע של הפונקציה, נשתב א
 הפסגה הנכונה שתי ציור y ונכפול כי 2 את הגובה.

$$2 \int_0^{\frac{\pi}{3}} (0 - f(x)) dx = 2 \int_0^{\frac{\pi}{3}} \left(4 - \frac{1}{\cos^2 x}\right) dx = 2 \left[4x - \tan x\right]_0^{\frac{\pi}{3}}$$

$$= 2 \left[\left(4 \cdot \frac{\pi}{3} - \tan\left(\frac{\pi}{3}\right)\right) - \left(4 \cdot 0 - \tan(0)\right) \right] = 4.91$$

$$S_{\text{נצרים}} = 4.91$$



8. נתונה הפונקציה $f(x) = 1 - \frac{2}{x+1}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$, ואת האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. העבירו ישר המקביל לציר ה- x .

הישר חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה A ואת הישר $y = \frac{1}{2}x$ בנקודה B.

נסמן את שיעור ה- x של הנקודה A ב- t .

נתון: $t < -1$.

מצא את הערך של t שבעבורו האורך של הקטע AB הוא מינימלי.

$$f(x) = 1 - \frac{2}{x+1}$$

פתרון:

א. (1) מחוץ הזכרה: $|x \neq -1|$

אסימפטוטה אנכית: $|x = -1|$

אסימפטוטה אופקית: $|y = 1|$
 $f(x) = \frac{x-1}{x+1} \Rightarrow$

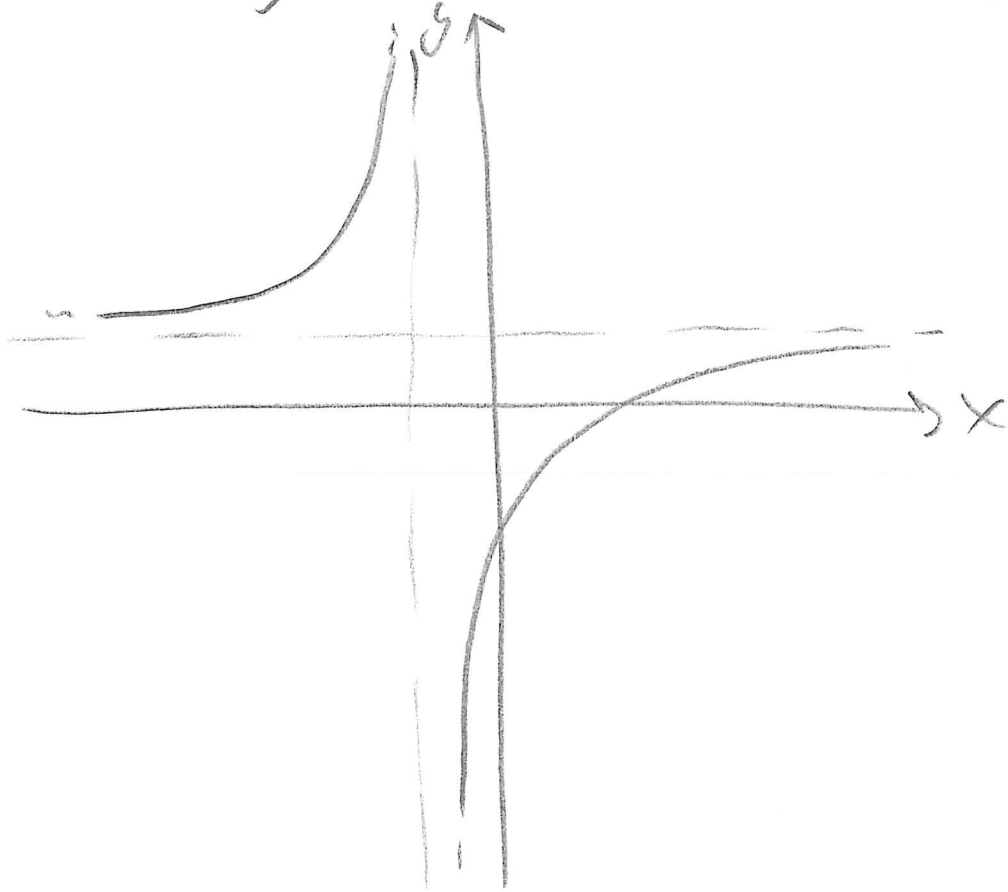
(2) נגזרת: $f'(x) = 0 + \frac{2}{(x+1)^2} = \frac{2}{(x+1)^2}$

נגזרת חיובית לכל x במחוז הזכרה

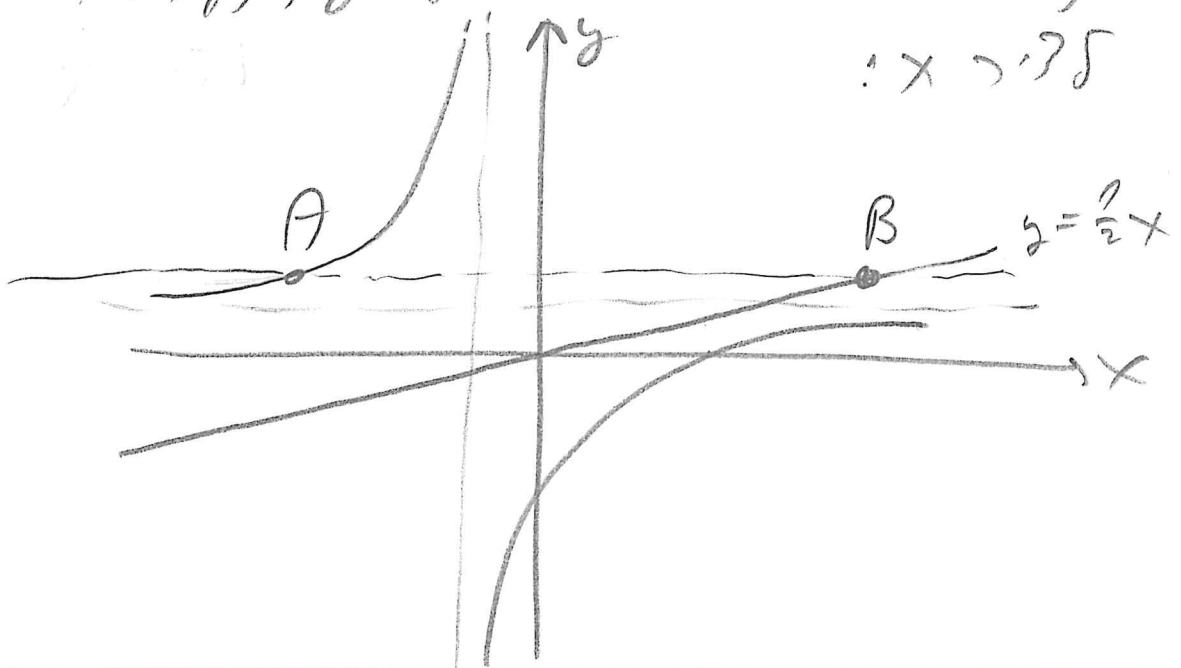
ולכן: תחומי עלייה: $x < -1$ או $x > -1$
 תחומי ירידה: אין



(3) (שנים) אבי מה שמתקין:



ב. נסו להגות את $x = \frac{2}{2}$, ונצטרף לה נדביל
5 ציור א:



נסמן $x = t$ בקוארטה: $A(t, \frac{t-1}{t+1})$

אזכרנו הטלג AB הוא $d_{AB} = x_B - x_A$

נעבור שטיון $t < -1$. אזכרנו:

נחזיק את t בקוארטה B, וינקיף אלמנטים t ו-

$$y_B = y_A = \frac{t-1}{t+1} \Rightarrow \frac{t-1}{t+1} = \frac{2}{2}x$$

$$x_B = \frac{2t-2}{t+1}$$

נכנס:

$$d_{AB} = \frac{2t-2}{t+1} - t$$

(נדרש) מינימום:

$$d'_{AB} = \frac{2(t+1) - 2t + 2}{(t+1)^2} - 1$$

$$d'_{AB} = \frac{4}{(t+1)^2} - 1$$

$$\frac{4}{(t+1)^2} - 1 = 0$$



$$(t+1)^2 = 4$$

$$t+1=2$$

$$t=1$$

$$t+1=-2$$

$$t=-3$$

לא סתם

$$d''_{AB} = -\frac{8}{(t+1)^3} \Rightarrow d''_{AB}(-3) = 170$$

לפינוק, גבול, חינאי
 יתכן אולי תהיה $t = -3$

