

פתרון הבחינה

במתמטיקה

מועד נבצרים מרץ חורף תשפ"א, 2021, שאלון: 35481

מוגש ע"י צוות מורי המתמטיקה של "יואל גבע":

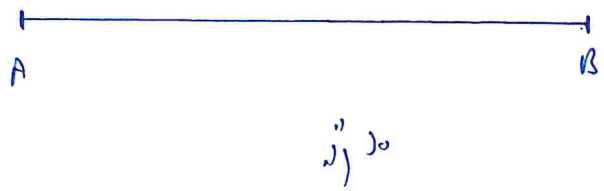
למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



1. המרחק בין יישוב A ליישוב B הוא 30 ק"מ.
 רוכב אופניים יצא מיישוב A, ורכב במהירות קבועה ליישוב B.
 הרכב הגיע ליישוב B, וחזר מייד ליישוב A.
 מהירות הרכב בדרכו חזרה ליישוב A הייתה קטנה ב-5 קמ"ש מן המהירות שלו בדרכו ליישוב B.
 זמן הרכיבה בחזרה ליישוב A היה ארוך בחצי שעה מזמן הרכיבה ליישוב B.
 א. מצא את המהירות של רוכב האופניים בדרכו ליישוב B.
 רוכב האופניים יצא מיישוב A בשעה 9:00.
 ב. באיזו שעה הגיע הרכב לאמצע הדרך כאשר רכב מ-A ל-B, ובאיזו שעה הגיע הרכב לאמצע הדרך כאשר רכב מ-B ל-A?

כיוון



נניח שהמהירות מ-A ל-B היא x.

כיוון	מהירות v	זמן t	מרחק
A → B	x	$\frac{30}{x}$	30
B → A	x-5	$\frac{30}{x-5}$	30

נניח: מהירות הרכב מ-A ל-B היא x, ומהירות הרכב מ-B ל-A היא x-5.

$$\begin{aligned}
 \text{זמן מ-A ל-B} &= x \\
 \text{זמן מ-B ל-A} &= x-5
 \end{aligned}$$



ניגשי גניסיהוי: $f = \frac{f}{v}$

ארכול וזה הצטן דניני. גולין. אהצטן דניני. הצור.

הצטן דניני. גולין. $= \frac{30}{x}$, הצטן דניני. גולין. $= \frac{30}{x-5}$

נשני: הצטן הוויקה דניני. הצצ איווי. דהני טעי. הצטן הוויקה. דניני. גולין.

אדני. להשיק: $\frac{30}{x} + \frac{1}{2} = \frac{30}{x-5} \cdot 2x(x-5)$

$60(x-5) + x(x-5) = 60x$

$60x - 300 + x^2 - 5x = 60x$

$x^2 - 5x - 300 = 0$

$x_1 = 20$

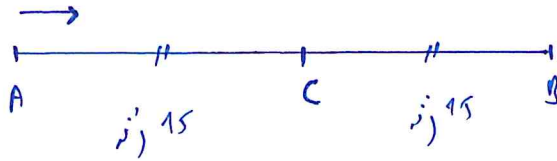
~~$x_2 = -15$~~

א הנינג להיולה.

להנינג. הצטן דניני. גולין. $= x = 20$
A → B זלע



2.



נסמן: C - אמצע AB .

↓

$$AC = CB = \frac{AB}{2} = 15$$

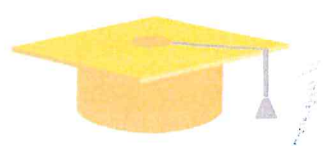
נ"מ	מדידת	מדידת
15	20	$\frac{15}{20} = \frac{3}{4}$

היורק יגרו ל A לטעם 50:50 ונקים ל C וטעם 3:45.
נאינו לטעם 45:9.

תשובה: היורק הקים לאונקס הגוי (נאשו ונק ל A - B לטעם 45:9).

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



$$\frac{\text{שמן הווינקי}}{B-A-N} = \frac{30}{X} = \frac{30}{20} = 1.5$$

הווינקי יגלו לשע. סוף: A-N אוקיע ל-B נעקו לש. והני 1
טאיעו לש. טנ:10.

נהגינוו דגינוו היכרה N-B-C

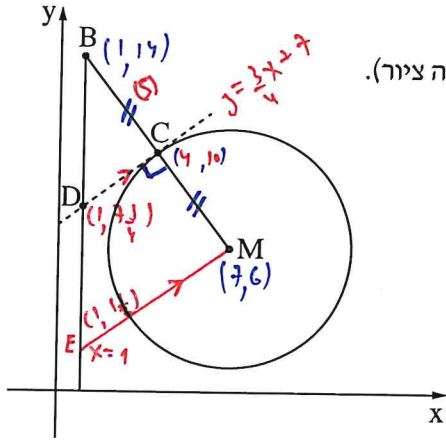
	ווינקי X	מהינל V	שמן T
	15	15	$\frac{15}{15} = 1$

מהינל דגינוו היכרה = X-5 = 20-5 = 15 (ניס)

הווינקי יגלו N-B לש. טנ:10 אוקיע ל-C נעקו לש. 1
טאיעו לש. טנ:10.

האקיה: הווינקי היקיע אינגע הינוי. נאטו וינג N-B לש. טנ:10.





2. נתון מעגל שמרכזו $M(7, 6)$. הישר MB חותך את המעגל בנקודה C (ראה ציור).

נתון: $B(1, 14)$,

$MC = CB$

א. מצא את משוואת המעגל.

ב. העבירו משיק למעגל בנקודה C .

ג. מצא את משוואת המשיק.

ד. הנקודה B הורידו אנך לציר ה- x . המשיק והאנך נחתכים בנקודה D .

ה. חשב את שטח המשולש BCD .

ו. הנקודה E נמצאת על האנך שהורידו מנקודה B לציר ה- x .

ז. נתון: $ME \parallel CD$.

ח. מצא את שיעורי הנקודה E .

ט. הראה כי הנקודה D היא מרכז המעגל החוסם את המשולש BME .

פתרון

1. נתון: $MC = CB$

↓

C - נקודה י.י. מ M .

נניח שהנקודה C היא (x_c, y_c) .

נקודה $x_c = \frac{x_1 + x_2}{2}$

↓

$x_c = \frac{1 + 7}{2} = 4$

נקודה $y_c = \frac{y_1 + y_2}{2}$

↓

$y_c = \frac{14 + 6}{2} = 10$

$\Rightarrow (4, 10)$



מכ - וניס

ניסג זה וניס. מכ נעצמה הנקטתהו לנחיה, דין טא. עוללה.

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$m_c \rightarrow d = \sqrt{(4-7)^2 + (10-6)^2}$$

$$d = 5$$

||

$$m_c = 5$$

||

$$R = 5$$

ד-ה

מ(7,6) : נקודה מרכז המעגל

R=5 : רדיוס המעגל

ניצגו הנקטתהו לנחיה משוואה מעגל:

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

||

$$(x-7)^2 + (y-6)^2 = 5^2$$

||

$$(x-7)^2 + (y-6)^2 = 25$$



מש"ן למצאן מיושן. לונניט גוסיקו געקלמ אהל קה.

?

למנו ול שניס אונניט m.

ניצנו גניסיהו למניט שניס למי למי קינל:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$\frac{\text{שניס}}{m} = \frac{10 - 6}{4 - 7} = \frac{4}{-3} = -\frac{4}{3}$$

↓

$$\frac{\text{שניס}}{\text{גושל}} = \frac{1}{7}$$

(לני גני למניט)

(לני)

$$\frac{\text{שניס}}{\text{גושל}} = \frac{1}{7}$$

$$C(6, 10)$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

↓

$$y - 10 = \frac{1}{7}(x - 6)$$

$$y = \frac{1}{7}x + 7$$



2. להינתנה $B(1, 1/4)$ נגדו ג-א

⇓

משוואה גזירה: $x=1$

נגדו ג-א מעלה 0 - נגדו גזירה יסודי.

Δ:

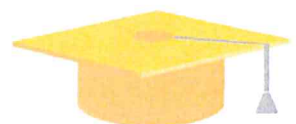
$$\begin{cases} \text{I} & y = \frac{3}{4}x + 1 \\ \text{II} & x = 1 \end{cases}$$

$$\text{I} \quad y = \frac{3}{4} \cdot 1 + 1$$

$$y = 1 + \frac{3}{4}$$

⇓

$$\Delta \left(1, 1 + \frac{3}{4} \right)$$



מצבים יחס זווה ($BC \perp CD$)

למשל זוג זוויות יניקליות.

$$BC \rightarrow d = \sqrt{(1-4)^2 + (14-11)^2}$$

$$d = 5$$

∴

$$BC = 5$$

$$CD \rightarrow d = \sqrt{(1-4)^2 + (7\frac{1}{2}-10)^2}$$

$$d = 3.75$$

∴

$$CD = 3.75$$

$$S_{\Delta BCD} = \frac{BC \cdot CD}{2}$$

∴

$$S_{\Delta BCD} = \frac{5 \cdot 3.75}{2} = 9.375$$

$$S_{\Delta BCD} = 9.375$$



2. נתון: פאונד ME

זכור: הנתון שמיני עם שני $\frac{1}{4}$.

אשר הנתון יש הנתון שמיני, ולכן:

$$\frac{\text{שני}}{\text{ME}} = \frac{\text{שני}}{\text{פ}} = \frac{3}{4}$$

נתון זה משני ME.

$$\frac{\text{שני}}{\text{ME}} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{m(7,6)}{m(7,6)}$$

$$7-6 = \frac{3}{4}(x-7)$$

$$7 = \frac{3}{4}x + \frac{3}{4}$$

נתון זה שמיני הנתון שמיני ולכן:

$$\begin{array}{l} \text{I} \\ \text{II} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 7 = \frac{3}{4}x + \frac{3}{4} \\ x = 1 \end{array} \right.$$

$$\text{I} \quad 7 = \frac{3}{4} \cdot 1 + \frac{3}{4} = 1\frac{1}{2}$$

$$\epsilon(1, 1\frac{1}{2})$$



היינו: $\mu_{BME} = 1$

↓

$$\mu_{BME} = \mu_B = 1$$

כלומר הממוצע בין ילדי תלמידי שנה זו הוא 1.

↓

$$\mu_{BME} = \mu_B = 1$$

מכאן נראה שהממוצע של ילדי שנה זו הוא 1, כלומר הממוצע הישיר

(היינו הממוצע הישיר, ומכאן נראה שהממוצע הישיר הוא הממוצע הישיר).

נראה גם שיש קשר בין הממוצע הישיר - הממוצע μ_B .

$$B(1, 14), E(1, 1.5)$$

$$\mu_{BME} = \frac{1+1}{2} = 1$$

$$\mu_{BME} = \frac{14+1.5}{2} = 7.75$$

↓

נראה שיש קשר בין הממוצע הישיר: $(1, 7.75)$

הממוצע הישיר $\mu_B = 1$ < $\mu_{BME} = 7.75$ < הממוצע הישיר
הממוצע הישיר הוא הממוצע הישיר



3. בסקר ארצי שנערך בקרב תלמידי כיתה י"א וכיתה י"ב, בדקו כמה תלמידים רוצים ללמוד מדעי המחשב. על פי ממצאי הסקר, 40% מן המשתתפים רוצים ללמוד מדעי המחשב, והשאר אינם רוצים. מספר התלמידים מכיתה י"א שהשתתפו בסקר היה גדול פי 3 ממספר התלמידים מכיתה י"ב שהשתתפו בסקר. ידוע כי 60% מתלמידי כיתה י"ב שהשתתפו בסקר רוצים ללמוד מדעי המחשב.
- א. בוחרים באקראי תלמיד שהשתתף בסקר.
- (1) מהי ההסתברות שנבחר תלמיד כיתה י"א שרוצה ללמוד מדעי המחשב?
- (2) ידוע שנבחר תלמיד מכיתה י"א.
- מהי ההסתברות שהוא רוצה ללמוד מדעי המחשב?
- ב. בוחרים באקראי 4 תלמידים שהשתתפו בסקר.
- מהי ההסתברות שבדיוק 2 מן התלמידים שנבחרו הם תלמידי כיתה י"א שרוצים ללמוד מדעי המחשב?

פתרון

א. נניח שכלל האירועים הוא Ω . נניח X ו- Y הם אירועים.

	לא רוצה ללמוד מדעי המחשב	רוצה ללמוד מדעי המחשב	
י"א	$0.75(x)$		
י"ב	$0.25(x)$	$0.15(y)$	
	1	0.4	0.6

$$1 - 0.4 = 0.6$$

נניח: מספר התלמידים שרוצה ללמוד מדעי המחשב הוא x ומספר התלמידים שלא רוצה ללמוד מדעי המחשב הוא y .

$$P(X) = x$$

$$P(Y) = y$$



לדוגמה:

$$3x + x = 1$$

$$4x = 1 \quad /:4$$

$$x = 0.25$$

⇓

$$P(\text{זקן}) = x = 0.25$$

$$P(\text{זקן}) = 3x = 3 \cdot 0.25 = 0.75$$

למשל: יוסף למשלני י"ג וינ"ט (למשל) לנ"ט (למשל).

⇓

$$P(\text{למשלני י"ג} / \text{למשלני י"ג}) = 0.6$$

ניגודי קונסטיטואציה למשלני י"ג:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

⇓

$$\frac{P(\text{למשלני י"ג} / \text{למשלני י"ג})}{P(\text{למשלני י"ג})} = 0.6$$

$$P(\text{למשלני י"ג} / \text{למשלני י"ג}) = 0.6$$



$$\frac{1.0}{0.25} = \frac{0.25}{0.6} / 1.0 \cdot 25$$

עקוב:

$$y = 0.15$$

נכנסת שוק ואתה ואתה = טענתך - ארבעה ימים.

	לא גנני וגנני	גנני וגנני	
0.75	0.5	0.25	י"ו
0.25	0.1	0.15	י"ז
1	0.6	0.4	

$$0.4 - 0.15 = 0.25$$

$$0.75 - 0.25 = 0.5$$

$$0.6 - 0.5 = 0.1$$

$$P(\text{גנני וגנני}) = 0.25$$

(1)



(2)

$$P(\text{למנע' ויגחלג} / \text{ז"ו}) = ?$$

$$P(\text{למנע' ויגחלג} / \text{ז"ו}) = \frac{P(\text{למנע' ויגחלג וז"ו})}{P(\text{ז"ו})} = \frac{0.25}{0.75} = \frac{1}{3}$$

∴

$$P(\text{למנע' ויגחלג} / \text{ז"ו}) = \frac{1}{3}$$

ההסתברות של ג'אנין לזכות היא ג'אנין ניגרה ז"ו הרינה אלמין למנע' ויגחלג היא 0.25 (למנע'ו כסע'ן ז"ו (0)).
(זכני זג' סל'ג' כד'נוז' ויגח'ג'ג'ג' :

0	1	2 ✓	3	4	האנע' ז"ו הרינה אלמין למנע' ויגחלג = 0.25
4	3	2	1	0	ז"ו = 0.75

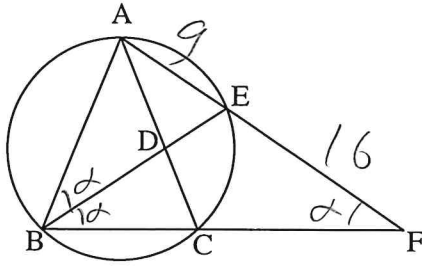
$$P = (0.25)^2 \cdot (0.75)^2 \cdot \binom{4}{2} = \frac{27}{128}$$

$$P = \frac{27}{128}$$

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.





4. משולש ABC חסום במעגל.

המיתר BE חותך את הצלע AC בנקודה D.

המשכי המיתרים AE ו-BC נפגשים בנקודה F,

כמתואר בציור.

נתון: $\angle ABE = \angle EBC = \angle AFB$,

$EF = 16$

$AF = 25$

א. (1) הוכח כי $\triangle BAE \sim \triangle FAB$.

(2) מצא את האורך של AB.

(3) מצא את האורך של BF.

ב. הוכח כי $\triangle AEC \sim \triangle BEF$.

ג. מצא את האורך של CF.

פתרון:

ניתן
נתון ונתונים

אזכור שאלה לענין

לפי שאלה S.S אפי (1, 2)

נתון

חיסוי האלגה אפי (4)

יחס האלגה בשאלה קודמת, זריקת אפי (3)

פתרון

$\angle ABE = \angle EBC = \angle AFB = \alpha$ (1)

$\angle BAE = \angle BAF$ (2)

$\triangle BAE \sim \triangle FAB$ (3)

ניתן ל' (1)

$EF = 16, AF = 25$ (4)

$AE = 9$ (5)

$\frac{AB}{AF} = \frac{AE}{AB} = \frac{BE}{BF}$ (6)





נימוק

הנבחרים אפי, (4), (5), (6)

חיישן אפי 7

אפי (1)

משפט חנוניה השני (השני) המשולש

אפי (9)

חיישן אפי (4), (5), (8), (10)

שלושה הזוויות הנשענות

הן שוות זוהי שאלה 15.

שלושה הזוויות הנשענות

הן שוות זוהי שאלה 15

כאן הנקודה אפי (1), (13)

לחם

$$\frac{AB}{25} = \frac{9}{AB} \quad (7)$$

$$AB = 15 \quad (8)$$

חישוב א' (2)

BE חזקה של ABF (9)

$$\frac{BF}{AB} = \frac{EF}{AE} \quad (10)$$

$$BF = \frac{FC}{3} = 26 \frac{2}{3} \quad (11)$$

חישוב א' (3)

$$\angle CAE = \angle CBE = \alpha \quad (12)$$

$$\angle ACE = \angle ABE = \alpha \quad (13)$$

$$\angle ACE = \angle BFE = \alpha \quad (14)$$



נימוק

משפט קטיון נ"ס
אפי (12), (14)

שלוש הילוכים המשלש ט"ו
אסנוג שלני כט"ו שלט
קמזדא זה. אפי ט, (12)
חיבוי ט"ו. אפי (1)

הז ט"ו ט"ו ט"ו המשלש
הזנת קצת ט"ו אפי
(17), (16)

הז ט"ו ט"ו ט"ו המשלש
הזנת קצת ט"ו
אפי (1), (12)

כז ט"ו ט"ו. אפי (8), (18), (19)

טעם

$\triangle AEC \sim \triangle BEF$ (15)

נ.ש.נ. ק'

$\angle AEC = 2\alpha$ (16)

$\angle ABC = 2\alpha$ (17)

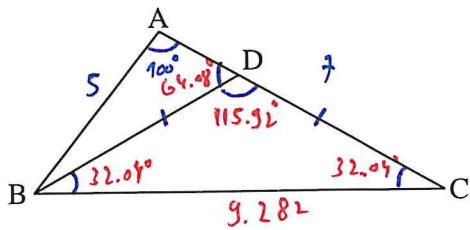
$AB = AC$ (18)

$CF = AC$ (19)

$CF = 15$ (20)

נ.ש.נ. ט'





5. במשולש ABC נתון: $AB = 5$,

$AC = 7$

$\angle BAC = 100^\circ$.

הנקודה D נמצאת על הצלע AC כך ש- $BD = DC$ (ראה ציור).

א. חשב את גודל הזווית $\angle BCA$.

ב. מצא את היחס בין רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABD לרדיוס המעגל החוסם את המשולש BDC.

נירנין

$\triangle ABC$:

א.

לפי משפט הסינוסים:

$$(BC)^2 = 5^2 + 7^2 - 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \cos 100^\circ$$

$$(BC)^2 = 86.16$$

$$BC = \sqrt{86.16}$$

$$BC = 9.282$$

$\triangle ABC$:

לפי משפט הסינוסים:

$$\frac{5}{\sin \angle C} = \frac{9.282}{\sin 100^\circ}$$

$$\sin \angle C = \frac{5 \cdot \sin 100^\circ}{9.282}$$

$$\angle C = 32.04^\circ$$



2.

פסוקים שווים שניהם (נתון : $\angle B = \angle C$)

$$\angle DBC = \angle C = 32.04^\circ$$

(כשנשא שווים שניהם נווה גוקים שווה נלכו)

$$\angle BDC = 180^\circ - (32.04^\circ + 32.04^\circ) = 115.92^\circ$$

(סכום נווה כשנשא שווה 180°)

$$\angle ADB = 180^\circ - \angle BDC = 180^\circ - 115.92^\circ = 64.08^\circ$$

(ננויה ננויה - סכומן 180°)

ניגשו כשנשא גוקים : $\frac{a}{\sin \alpha} = 2R$

פסוק DAB :

$$\frac{5}{\sin 64.08^\circ} = 2R$$

$$5.559 = 2R \quad | :2$$

$$R = 2.78$$

⇓

$$\sqrt{\text{גוקים גוקים}} = 2.78$$

DAB

פסוק DBC :

$$\frac{9.282}{\sin 115.92^\circ} = 2R$$

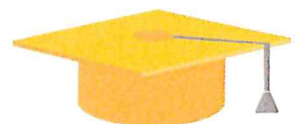
$$10.22 = 2R \quad | :2$$

$$R = 5.16$$

⇓

$$\sqrt{\text{גוקים גוקים}} = 5.16$$

DBC גוקים גוקים



$$\frac{\text{ה'יום}}{\text{ה'ג'י'ן}} = \frac{2.78}{5.16} = 0.539$$

↓

$$\frac{\text{ה'יום}}{\text{ה'ג'י'ן}} = 0.539$$

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{-x^2 - 2x + 8}{x^2}$

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.
- ג. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
- ד. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.
- ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ו. נתון כי הפונקציה $g(x)$ מקיימת $g'(x) = f(x)$ ו- $f(x)$ מוגדרות באותו תחום. העבירו משיקים לגרף הפונקציה $g(x)$ המקבילים לציר ה- x . מה הם שיעורי ה- x של נקודות ההשקה של המשיקים האלה? נמק.

פתרון

א. נקודת אי-אזר עיני א. המונה למילאנס.
 $x^2 = 0$

$x > 0$

||
v

תחום ההגדרה: $x \neq 0$

ב. אסימטוטה אנכית: $x = 0$ למאנס האם המונה (לא האם המונה).

אסימטוטה אנכית: $x = 0$

אסימטוטה אנכית: $y = -1$

אסימטוטה אנכית: $y = -1$



$$J = \frac{-x^2 - 2x + 8}{x^2}$$

2.

גיון מילנה היינען אג ניג ה-ג (התל) הגקנוה : $x \neq 0$

$$J \geq 0 \rightarrow \frac{x^2}{x^2} \cdot 0 = \frac{-x^2 - 2x + 8}{x^2} \quad / \cdot x^2$$

$$0 = -x^2 - 2x + 8$$

$$x = 2 \quad x = -4$$

מילנה היינען אג ניג ה-ג : $(-4, 0)$ $(2, 0)$

3.

$$J = \frac{-x^2 - 2x + 8}{x^2} \rightarrow \begin{matrix} -2x - 2 \\ 2x \end{matrix}$$

$$J' = \frac{(-2x - 2) \cdot x^2 - (-x^2 - 2x + 8) \cdot 2x}{(x^2)^2}$$

$$J' = \frac{-2x^3 - 2x^2 + 2x^3 + 4x^2 - 16x}{x^4}$$



$$J' = \frac{2x^2 - 16x}{x^4}$$

$$\frac{2x^2 - 16x}{x^4} \stackrel{!}{=} 0 \quad / \cdot x^4$$

$$2x^2 - 16x = 0$$

$$2x(x - 8) = 0$$

$$\begin{array}{l} \downarrow \qquad \searrow \\ 2x = 0 / : 2 \qquad x - 8 = 0 \\ x = 0 \qquad \qquad \qquad x = 8 \end{array}$$

נסו לנסות, נסו לנסות, נסו לנסות

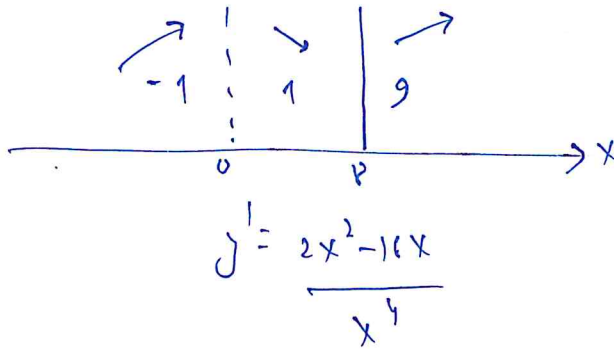
$$J = \frac{-x^2 - 2x + 8}{x^2}$$

$$x = 8 \rightarrow J = \frac{-8^2 - 2 \cdot 8 + 8}{8^2}$$

$$J = -1\frac{1}{8}$$

$$(8, -1\frac{1}{8})$$



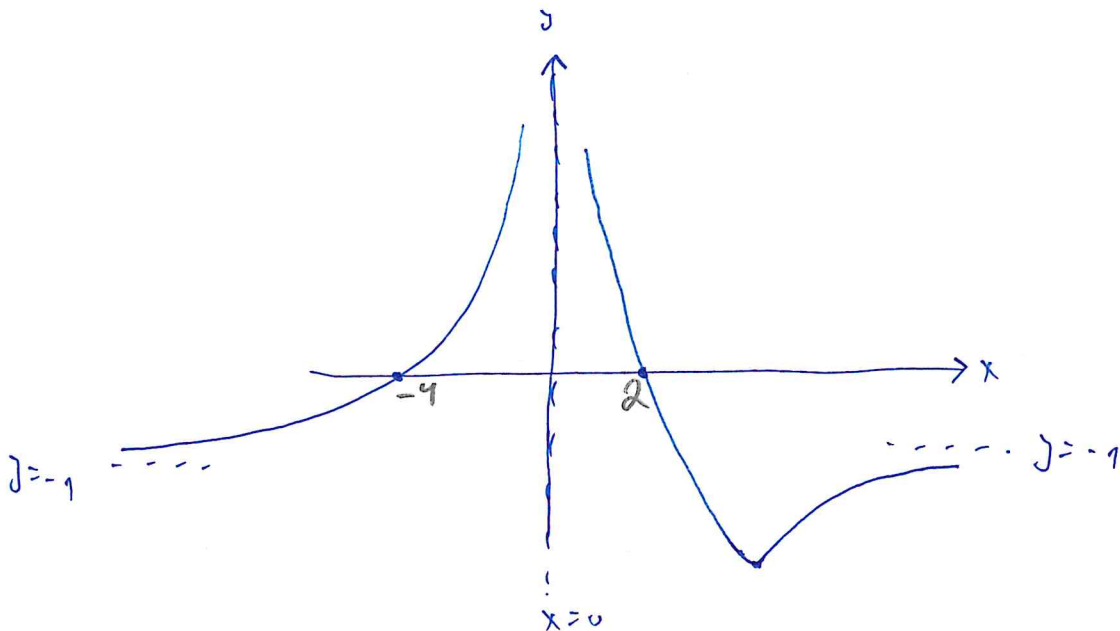


$$J^1(x=-1) = 2 \cdot (-1)^2 - 16 \cdot (-1) = 18 \quad \begin{matrix} \text{מחז} \\ \text{מאז} \\ \text{סימן} \end{matrix}$$

$$J^1(x=1) = 2 \cdot 1^2 - 16 \cdot 1 = -14 \quad \begin{matrix} \text{מחז} \\ \text{מאז} \\ \text{סימן} \end{matrix}$$

$$J^1(x=9) = 2 \cdot 9^2 - 16 \cdot 9 = 18 \quad \begin{matrix} \text{מחז} \\ \text{מאז} \\ \text{סימן} \end{matrix}$$

$\min(8, -1\frac{1}{8})$ סימן/מחז



1. נתיב: $f(x) = f'(x)$

$f(x) = 1 - f'(x)$ מוקנה בוויז'ו חזק.

למשל: הנתונים לנו ה- x (טייפוס) מתקבל בוויז'ו קונקרט

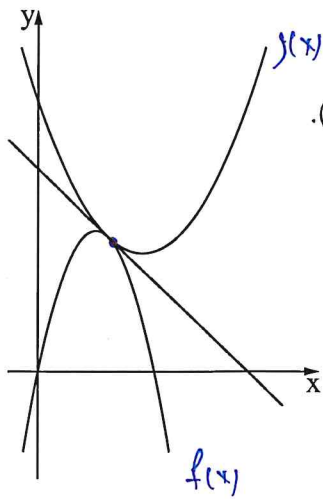
דין $f(x)$ לתיאור, אולי קינע לדין $f(x)$ לתיאור.

$f(x)$ לתיאור $f(x)$ הינה זה בני ה- x דוקנה $x = -2$ | $x = 2$,

למדין טעיני ה- x דין הנתונים $f(x)$ מתקבל לנו ה- x דין:

$x = -2$ | $x = 2$





7. נתונות שתי פונקציות: $g(x) = x^2 - 3x + c$, $f(x) = -3x^2 + 5x$.
c הוא פרמטר.

ישר משיק לגרפים של שתי הפונקציות בנקודה המשותפת לשניהם (ראה ציור).

א. (1) מצא את שיעורי נקודת ההשקה של שני הגרפים.

(2) מצא את הערך של c.

ב. מצא את משוואת המשיק המשותף לשני הגרפים.

ג. S_1 הוא השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$,

על ידי המשיק המשותף ועל ידי ציר ה-y.

S_2 הוא השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$,

על ידי המשיק המשותף ועל ידי ציר ה-y.

מצא את היחס $\frac{S_1}{S_2}$.

פתרון

$$f(x) = -3x^2 + 5x, \quad g(x) = x^2 - 3x + c$$

(1) הנקודה שבה יש נקודת קשר היא נקודת המשיקה המשותפת, לכן נשווה את הנגזרות.

$$f'(x) = -6x + 5$$

$$g'(x) = 2x - 3$$

$$f'(x) = g'(x)$$

!!

$$-6x + 5 = 2x - 3$$

$$-8x = -8 \quad /: (-8)$$

$$x = 1$$



$$f(x) = -3x^2 + 5x$$

$$x=1 \rightarrow f(1) = (-3) \cdot 1^2 + 5 \cdot 1 = 2$$

(1, 2)

נקודה הנגזרת: (1, 2)

(2)

$$g(x) = x^2 - 3x + c$$

$$(1, 2) \xrightarrow{\text{הנקודה}} 2 = 1^2 - 3 \cdot 1 + c$$

$$2 = 1 - 3 + c$$

$$c = 4$$

2. זה שיעור הנשען הנגזרת נייח (אפילו) : הנקודה $x=1$ ו- $f'(x) > 0$ ו- $f'(x) > 0$.

$$f'(x) = -6x + 5$$

$$f'(1) = (-6) \cdot 1 + 5 = -1$$

$$m = -1$$



גם,

$$m = -1$$

$$\frac{(1, 2)}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$\downarrow$$

$$y - 2 = -1(x - 1)$$

$$y - 2 = -x + 1$$

$$y = -x + 3$$

$y = -x + 3$: משוואת הישר

S_2 : .c

נויף (ההפרש) = $(x^2 - 3x + 4) - (-x + 3) = x^2 - 3x + 4 + x - 3 = x^2 - 2x + 1$

$$S_1 = \int_0^1 (x^2 - 2x + 1) dx = \left[\frac{x^3}{3} - \frac{2x^2}{2} + x \right]_0^1 = \left(\frac{1^3}{3} - \frac{2 \cdot 1^2}{2} + 1 \right) - (0) = \frac{1}{3}$$

S_2 : נניח

נויף (ההפרש) = $(-x + 3) - (-3x^2 + 5x) = -x + 3 + 3x^2 - 5x = 3x^2 - 6x + 3$

$$S_2 = \int_0^1 (3x^2 - 6x + 3) dx = \left[\frac{3x^3}{3} - \frac{6x^2}{2} + 3x \right]_0^1 = \left(\frac{3 \cdot 1^3}{3} - \frac{6 \cdot 1^2}{2} + 3 \cdot 1 \right) - (0) = 1$$

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{1/3}{1} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{3}$$

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



8. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{4}{\sqrt{x-3}}$

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 ב. מצא על גרף הפונקציה $f(x)$ נקודה שהמכפלה של שיעור ה־ x שלה בשיעור ה־ y שלה היא מינימלית, וכתוב את שיעוריה.

ג. נתונה הפונקציה $g(x) = \frac{4x}{\sqrt{x-3}}$

היעזר בתשובותיך על סעיף א ועל סעיף ב, וסרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

ליינין

ט.

מינימום:
 נקודת מינימום ציני x
 היעורק למינימום.

$$\sqrt{x-3} = 0 \quad | \quad ()^2$$

$$x-3 = 0$$

$$x = 3$$

||
 ↓

$$x \neq 3$$

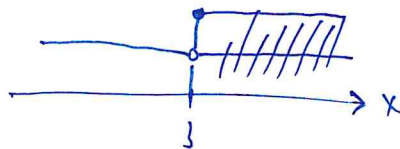
טווח:

נקודת מינימום ציני x
 היעורק למינימום ציני
 או טווח למינימום.

$$x-3 \geq 0$$

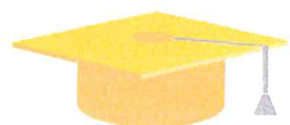
$$x \geq 3$$

נטיה למינימום אקט:



שני היעורק למינימום ציני נכא.

תחום היעורק צכא



7.

$$f(x) = \frac{4}{\sqrt{x-3}}$$

סטן קוונט טאג פו $f(x)$: $(t, \frac{4}{\sqrt{t-3}})$

לענליך לעלו ו- x
> לעלו ו- y

$$= t \cdot \frac{4}{\sqrt{t-3}} = \frac{4t}{\sqrt{t-3}}$$

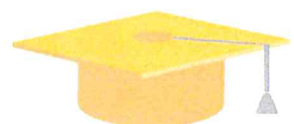
קוונט נויט (ג) ו- y :

$$f(t) = \frac{4t}{\sqrt{t-3}} \rightarrow \frac{1}{2\sqrt{t-3}}$$

נגהו לענינו $f(t)$.

$$f'(t) = \frac{4 \cdot \sqrt{t-3} - 4t \cdot \frac{1}{2\sqrt{t-3}}}{(\sqrt{t-3})^2}$$

$$f'(t) = \frac{\frac{2\sqrt{t-3}}{4\sqrt{t-3}} - \frac{1}{2\sqrt{t-3}}}{t-3}$$



$$f'(t) = \frac{\frac{8(\sqrt{t-3})^2 - 4t}{2\sqrt{t-3}}}{t-3}$$

$$f'(t) = \frac{8(t-3) - 4t}{2\sqrt{t-3}}$$

$$t-3$$

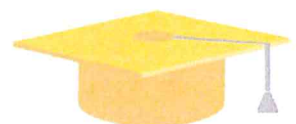
$$f'(t) = \frac{8t - 24 - 4t}{2\sqrt{t-3}}$$

$$t-3$$

$$f'(t) = \frac{4t - 24}{2\sqrt{t-3}}$$

$$t-3$$

$$f'(t) = \frac{4t - 24}{2\sqrt{t-3} \cdot (t-3)}$$



$$\frac{1 \cdot \frac{4t-24}{2\sqrt{t-1} \cdot (t-1)}}{2\sqrt{t-1} \cdot (t-1)} = 0 \quad / \cdot 2\sqrt{t-1} \cdot (t-1)$$

$$4t - 24 = 0$$

$$4t = 24$$

$$t = 6$$

$$f''(t) = 4 \text{ (חיובי)} \rightarrow \min$$



$$\left(t, \frac{4}{\sqrt{t-1}}\right)$$

$$t=6 \rightarrow \left(6, \frac{4}{\sqrt{6-1}}\right)$$

שגיאות הישגים: $\left(6, \frac{4}{\sqrt{5}}\right)$

$$f(x) = \frac{4x}{\sqrt{x-1}}$$

ז.

$f(x)$ היא פונקציה נוקשה (גומליה) שהיא קמורה.

היא היא קמורה של $f(x)$ היא נכז, נכז,

$f(x)$ היא פונקציה מוגבלת ומתחילה בנקודה $\left(6, \frac{4}{\sqrt{5}}\right)$.

היא היא פונקציה מוגבלת (מסוג) והיא $f(x)$.

