

פתרון הבחינה

במתמטיקה

מועד חורף מאוחר תשפ"א, 2021, שאלון: 35481

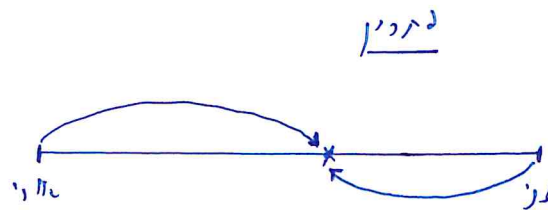
מוגש ע"י צוות מורי המתמטיקה של "יואל גבע":

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



1. אורי ודני יצאו באותו הזמן משתי נקודות שונות, והלכו זה לקראת זה לאורך אותו מסלול ישר. מהירות ההליכה של אורי הייתה גדולה ב- 40% ממהירות ההליכה של דני. אורי ודני נפגשו שעה ורבע אחרי שיצאו לדרך. נסמן ב- x את מהירות ההליכה של דני.
- א. הבע באמצעות x את אורך המסלול.
- ב. 40 דקות אחרי שיצאו לדרך, היה המרחק בין אורי לדני 4.9 ק"מ.
- ג. מצא את מהירות ההליכה של דני ואת מהירות ההליכה של אורי.
- ד. מה היה המרחק בין אורי לדני שעה אחרי שיצאו לדרך?



x - מהירות ההליכה של דני.

לפיכך מהירות ההליכה של אורי - 1.4x

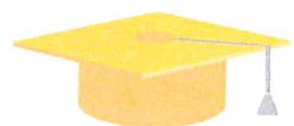
⇓

$$\frac{\text{מהירות ההליכה של אורי}}{\text{מהירות ההליכה של דני}} = \frac{1.4x}{x} = 1.4$$

נראה גם וינתייץ בגלל תוצאה.

זמן t	מהירות v	כיוון s	
1.25	1.4x	1.75x	אורי
1.25	x	1.25x	דני

$$1.4x \cdot 1.25 = 1.75x$$



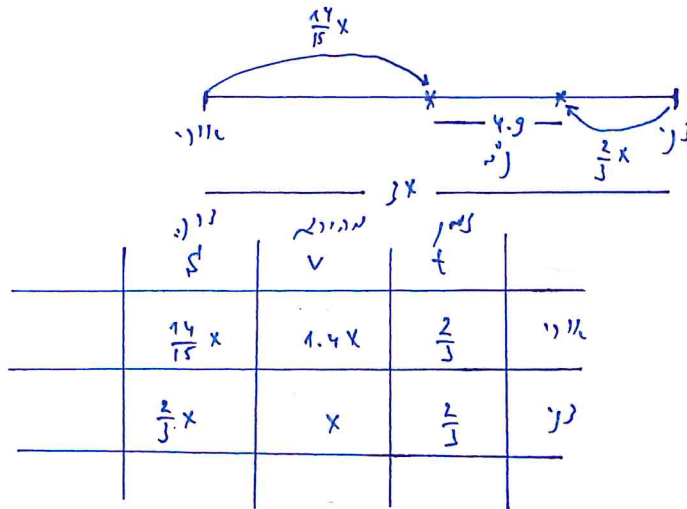
$$\left. \begin{matrix} \text{גן} \\ \text{גן} \end{matrix} \right\} \text{הכנסות} = 1.75x + 1.25x = 3x$$

||
↓

$$\left. \begin{matrix} \text{גן} \\ \text{גן} \end{matrix} \right\} \text{הכנסות} = 3x$$

.7

$$\left. \begin{matrix} \text{גן} \\ \text{גן} \end{matrix} \right\} \text{הכנסות} = \frac{40}{60} = \frac{2}{3}$$



$$4.9 \cdot \frac{2}{3} = \frac{14}{15}x$$

גן גן גן :

$$\frac{14}{15}x + 4.9 + \frac{2}{3}x = 3x$$

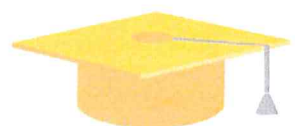
$$\frac{14}{15}x + \frac{2}{3}x - 3x = -4.9$$

$$-1.4x = -4.9 \quad /: (-1.4)$$

$$x = 3.5$$

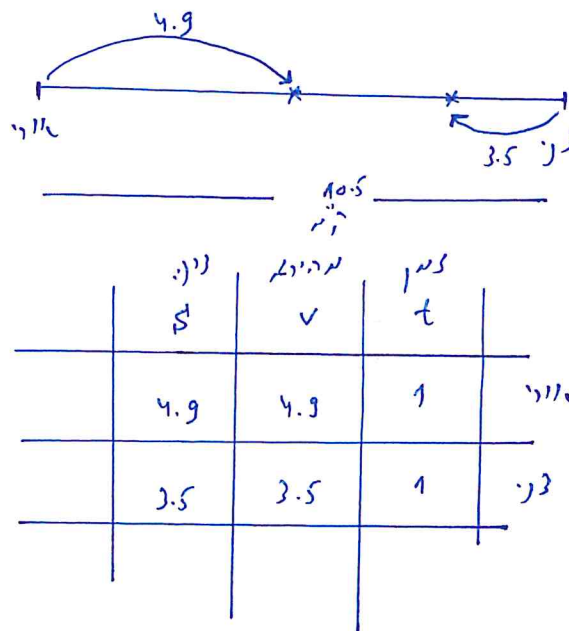
לחידע על פסיכומטרי
ביזאל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



מהיגה הבלני = $x = 3.5$
בלני

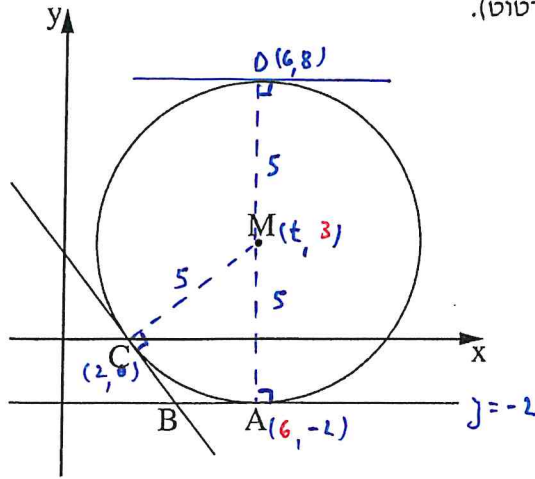
מהיגה הבלני = $1.4x = 1.4 \cdot 3.5 = 4.9$
בלני



$10.5 = 3.5 + 3.5 = 7 = 10.5$
בלני

היגה הבלני = $10.5 - (4.9 + 3.5) = 2.1$
בלני





2. הישר $y = -2$ משיק למעגל שמרכזו M בנקודה A (ראה סרטוט).

מרכז המעגל נמצא ברביע הראשון.

רדיוס המעגל הוא 5.

א. מצא את שיעור ה- y של מרכז המעגל.

נתון כי המעגל עובר דרך נקודה $C(2, 0)$.

ב. מצא את משוואת המעגל.

המשיק למעגל בנקודה C חותך את הישר $y = -2$

בנקודה B (ראה סרטוט).

ג. מצא את שטח המרובע MABC.

D היא נקודה על המעגל כך ש-AD הוא קוטר במעגל.

ד. מצא את משוואת המשיק למעגל בנקודה D.

פתרון

1. MA משיק לישר $y = -2$ (משך למעגל) ולכן הוא ניצב לישר $y = -2$.
הנקודה A נמצאת על הישר $y = -2$, ולכן שיעור ה- y שלה הוא $y_A = -2$.

$MA = 5$ (רדיוס - מניחים).
ולכן שיעור ה- x שלה הוא $x_A = 6$.

$$y_M = y_A + 5 = -2 + 5 = 3$$

$$y_M = 3$$

2. נקודת ה- x של הנקודה M נמצאת מרכז המעגל (מניחים) ולכן $x_M = 6$.

נסמן את שיעור ה- x של הנקודה C ב- t .



נקרא וגר וזינו. MC הוא המרחק t ארבעה - 5.

ניגשו להסתירה למרחק בין שתי נקודות:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$MC \rightarrow d = \sqrt{(t-2)^2 + (3-0)^2}$$

הנחה משוואה:

$$\sqrt{(t-2)^2 + (3-0)^2} = 5 \quad | \quad ()^2$$

$$(t-2)^2 + (3-0)^2 = 25$$

$$(t-2)^2 + 9 = 25$$

$$(t-2)^2 = 16$$

$$t-2 = \pm \sqrt{16}$$

$$t-2 = \pm 4$$

!!

$$t-2 = 4 \quad \text{או} \quad t-2 = -4$$

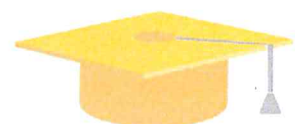
$$t = 6$$

~~$$t = -2$$~~

נסו, קיני מ
קודם יהיו

!!

$$M(6, 3)$$



מציגה משוואה המעגל:

$$M(6, 3)$$

$$R = 5$$

נמצאו קואסיטה למציגה משוואה מעגל:

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$$

נניח ונקבל:

$$(x-6)^2 + (y-3)^2 = 5^2$$

||
↓

$$(x-6)^2 + (y-3)^2 = 25$$

ג. נמצא גור משוואה הישר, למעגל, מקווי. ג.

$$m_{MC} = \frac{3-0}{6-2} = \frac{3}{4}$$

||
↓

$$m_{BC} = -\frac{4}{3} = -1\frac{1}{3}$$

(אם נזני לזיכרון, משך למעגל משוואה
אנשים העיקר מקווי הישר).



נמצא את המשיק.

$$m = -1\frac{1}{3}$$

$$C(2, 0)$$

$$y - 0 = -1\frac{1}{3}(x - 2)$$

$$y = -1\frac{1}{3}x + 2\frac{2}{3}$$

נמצא את המשיק.

$$\begin{cases} y = -1\frac{1}{3}x + 2\frac{2}{3} \\ y = -2 \end{cases}$$

$$-1\frac{1}{3}x + 2\frac{2}{3} = -2$$

$$-1\frac{1}{3}x = -4\frac{2}{3} \quad /: (-1\frac{1}{3})$$

$$x = 3.5$$

∴

$$B(3.5, -2)$$



$$S_{MABC}^I = S_{MAB}^I + S_{MCB}^I$$

$$x_A = x_M = 6 \Rightarrow A(6, -2)$$

$$AB = 6 - 3.5 = 2.5$$

$$BC \rightarrow d = \sqrt{(3.5-2)^2 + (-2-0)^2}$$

$$BC = 2.5$$

$$S_{MAB}^I = \frac{AB \cdot AM}{2} = \frac{2.5 \cdot 5}{2} = 6.25$$

$$S_{MCB}^I = \frac{BC \cdot AC}{2} = \frac{2.5 \cdot 5}{2} = 6.25$$

$$S_{MABC}^I = 6.25 + 6.25 = 12.5$$

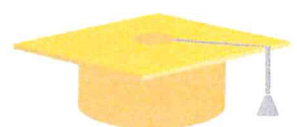
⇓

$$S_{MABC}^I = 12.5$$

(ג.ג.ה.)

$$BC = BA = 2.5$$

(BA | BC הם שני משקי למעלה היוצאי מהנקודה קווה שמתחל למעלה, ולאן שיוכי בני למטה)



3.

$m_D = 5$
($m_A - 10$)

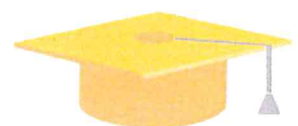
פ A ממוצע: לילי $-2 = x_A$ או x_D ג'ונה $A(6, -2)$, ולכן
מאיל פ $x = 6$.

$x_D = x_A = 6$

$y_D = y_A + 10 = -2 + 10 = 8$

!!
 $D(6, 8)$

ג'ונה ז'יזל ג'ונה $x = 6$ או x_D ג'ונה $D(6, 8)$,
מנין ששיל ג'ונה: $y = 8$.



3. במדינת עוץ מספר התושבים בעלי רישיון נהיגה גדול פי 3 ממספר התושבים שאין להם רישיון נהיגה.
- מהי ההסתברות שתושב ממדינת עוץ הוא בעל רישיון נהיגה?
נתון: 60% מן התושבים במדינת עוץ הם מבוגרים, והשאר הם צעירים.
מבין התושבים המבוגרים במדינת עוץ, 80% הם בעלי רישיון נהיגה.
 - מהי ההסתברות שתושב ממדינת עוץ הוא צעיר שאין לו רישיון נהיגה?
 - בחרו באקראי תושב ממדינת עוץ, וידוע שהתושב הוא צעיר. מהי ההסתברות שיש לו רישיון נהיגה?
 - בחרו באקראי 4 תושבים ממדינת עוץ. מהי ההסתברות שבדיוק 2 מהם הם צעירים שיש להם רישיון נהיגה?

פתרון

$$P(\text{יש רישיון}) = P$$

ל. מסמן:

$$P(\text{יש רישיון}) = 1 - P$$

נתון שמתנו והמולדו געלי ושיין נהיגה גנול פי 3 למספר והמולדו שיין ליה ושיין נהיגה.

יש לה משימה:

$$P = 2(1 - P)$$

$$P = 2 - 2P$$

$$4P = 2 \quad | : 4$$

$$P = \frac{1}{2}$$



נישן: - 60% מהקורס

- נשן והקורס, לטעם יגב דעל: ונישן

ג. נכני טקס נו-נענע

	נישן (נישן)	נישן (נישן)	
0.6			הקורס
0.4			נענע
1	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	

נישן דנישן: נשן והקורס, 80% יגב דעל: ונישן.

⇓

$$P(\text{נישן} / \text{הקורס}) = 0.8$$

נישן דנישן לנישן נענע:

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(\text{נישן} / \text{הקורס}) = 0.8$$

$$\frac{P(\text{נישן} \cap \text{הקורס})}{0.6} = 0.8 \quad | \cdot 0.6$$



$$P(\text{יש גשם ויש
מזג אוויר
טוב}) = 0.48$$

נניח שיש 15 גשם ו-10 מזג אוויר טוב.

	יש גשם	יש מזג אוויר טוב	
0.6	0.12	0.48	מזג אוויר טוב
0.4	0.13	0.27	גשם
1	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	

$$0.6 - 0.48 = 0.12$$

$$\frac{1}{4} - 0.12 = 0.13$$

$$0.4 - 0.13 = 0.27$$

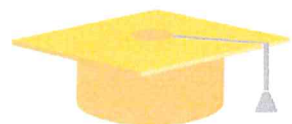
$$P(\text{יש גשם
ו-מזג אוויר
טוב}) = 0.13$$

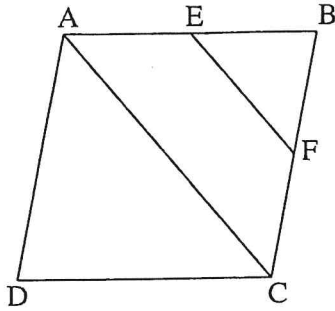
$$P(\text{יש גשם / גשם}) = \frac{P(\text{יש גשם ויש
מזג אוויר
טוב})}{P(\text{יש גשם})} = \frac{0.27}{0.4} = \frac{27}{40}$$

נ. וקנה זוג סבלים דו-צדדי.

0	1	2	3	4	יש גשם = 0.27
4	3	2	1	0	יש מזג אוויר טוב = 0.27

$$P = 0.27^2 \cdot 0.27^2 \cdot \binom{4}{2} = 0.233$$





4. בסרטוט שלפניך מתואר מעוין ABCD . הנקודות E , F הן אמצעי הצלעות AB , BC בהתאמה .
- הוכח כי $EF \parallel AC$.
 - (1) הוכח: $\triangle EBF \sim \triangle ABC$.
 - (2) מצא את היחס בין שטח המשולש EBF ובין שטח המעוין ABCD .
 - הוכח כי $BD \perp EF$.
- נתון: היקף המעוין הוא 32 ,
 $EF = 2\sqrt{7}$
- M היא נקודת החיתוך של BD ו- EF .
- (1) מצא את BM .
 - (2) מצא את MD .

פתרון:

נימוק

נתון

נתון

הצורה היא אמצעי קטק אפי ②

היא אמצעי קטק המשולש ABC .
עקב השוואה

זווה שווה אקונה

זווה מתאימה בין זוויות
שהן באותו שווה זוויות

נתונים

① ABCD מעוין

② $\begin{cases} E \text{ אמצע } AB \\ F \text{ אמצע } BC \end{cases}$

③ EF היא אמצעי קטק המשולש ABC

④ $EF \parallel AC$

השוואה

⑤ $\angle EBF = \angle ABC$

⑥ $\angle BEF = \angle BAC$



נימוק

משפט במיניון 5.5 אבי (5), (6)

פתרון

$\triangle EBF \sim \triangle ABC$ (7)

נשים ק' (1)

האז יאמרנו בגובה המשולש שהוא (אמרו)
הקצה השלישי, אבי (3)

(8) $\frac{EF}{AC} = \frac{1}{2}$

יהם היחסותי במשולש
בולמים שהוא זהו יחס

(9) $\frac{S_{BEF}}{S_{ABC}} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$

הקצה השלישי, אבי (7), (8)

משפט חפיפה ק.ק.ק

(10) $\triangle ABC \cong \triangle ADC$

משולשים חופפים, אותו שטח

(11) $S_{ABC} = S_{ADC}$

חיבור שטחים

(12) $S_{ABCD} = S_{ABC} + S_{ADC}$

חישוב, אבי (9), (10), (12)

(13) $\frac{S_{BEF}}{S_{ABC}} = \frac{1}{8}$

נשים ק' (2)



נימוק
אזככוננוק בנתניון שאו(כיום זה)אזה.
אנו, אלה ששני ישרים מקבילים
מאונק עם אישור השני

טעמים
BD ⊥ AC (14)
BD ⊥ EF (15)
נראה לך ✓

נתון
ע"פ 15
צאגה בנתניון שווה 15 156
חישוק. אפי. (16)
חישוק. אפי 2, 19
אזה האקסיס בנתניון הוא
עם האקסיון.
חישוק.
משפט פתאורס
חישוק. אפי (23), (22), (20)

(16) $\begin{cases} P_{ABCD} = 32 \\ EF = 2\sqrt{7} \end{cases}$
(17) $BM \perp EF$
(18) $AB = BC$
(19) $AB = BC = CD = AD = 8$
(20) $BE = BF = 4$
(21) $EM = FM$
(22) $EM = FM = \sqrt{7}$
(23) $BM^2 + EM^2 = BE^2$
(24) $BM = 3$
נראה לך ' (1)

סימון

(25) (סמן את נכונים)
האזככוננוק ק - ג



נימוך

הצג את הנקודה ג' כשיושם חוקי
 כי הצג הנחמד את היחידות
 עם הצג השלישי

סיבוב הצג

אלכסונים בג' חזק
 זה ג' זה

סיבוב הצג

טעם

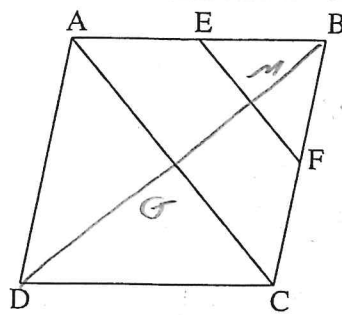
(26) $MG = MB = 3$

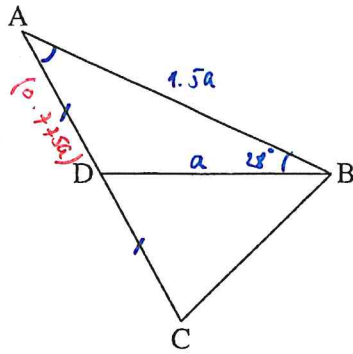
(27) $BG = 6$

(28) $AG = BG = 6$

(29) $MG = 9$

נכון ✓





5. בסרטוט שלפניך מתואר משולש חד-זוויות ABC.

BD הוא התיכון לצלע AC.

נתון: $\angle ABD = 28^\circ$, $AB = 1.5a$, $DB = a$.

א. הבע באמצעות a את אורך הקטע AD.

נתון כי רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABD הוא 5.

ב. מצא את a.

ג. חשב את שטח המשולש ABC.

פתרון

5.

$\triangle ABD$:

(ישו דגל) הניסויים:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

ניכח:

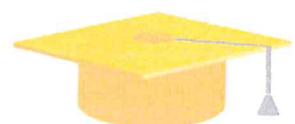
$$AD^2 = a^2 + (1.5a)^2 - 2 \cdot a \cdot 1.5a \cdot \cos 28^\circ$$

$$AD^2 = a^2 + 2.25a^2 - 2.649a^2$$

$$AD^2 = 0.601a^2$$

$$AD = \sqrt{0.601a^2}$$

$$AD = 0.775a$$



2. נתון:

(ניוס היקוף) התיסק גלג ונאולט אבס היא 5.

ΔABD:

ניסנו גשטק ויסינוס: $\frac{a}{\sin 28^\circ} = 2R$

ניקלם: $\frac{0.775a}{\sin 28^\circ} = 2.5$

$\frac{0.775a}{\sin 28^\circ} = 10 \cdot \sin 28^\circ$

$0.775a = 4.695 / 0.775$

$a = 6.058$

3.

$AB = 1.5a = 1.5 \cdot 6.058 = 9.087$

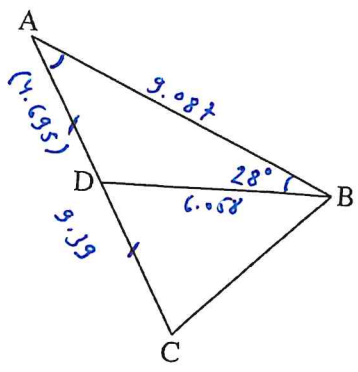
$AD = 0.775a = 0.775 \cdot 6.058 = 4.695$

$CD = AD = 4.695$

(נתון: אב היקוף אב)

$AC = AD + CD = 4.695 + 4.695 = 9.39$





Δ ABD:

אפי משל הסינוס:

$$\frac{BD}{\sin A} = 2R$$

⇓

$$\frac{6.058}{\sin A} = 2 \cdot 5$$

$$\frac{6.058}{\sin A} = 10 \quad / \cdot \sin A$$

$$6.058 = 10 \sin A \quad / : 10$$

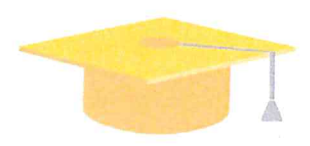
$$\sin A = 0.6058$$

⇓

$$A = 37.29^\circ$$

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



ניגשו קניטרו לטח נשול :

$$S_{\Delta} = \frac{a \cdot b \cdot \sin \alpha}{2}$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{AB \cdot AC \cdot \sin \angle A}{2}$$

||
↓

$$S_{\Delta ABC} = \frac{9.087 \cdot 9.19 \cdot \sin 37.25^\circ}{2} = 25.85$$

||
↓

$$S_{\Delta ABC} = 25.85$$



6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{16}{x^2} - x^2$.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).
- ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- ד. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .
- ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ו. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, ציר ה- x והאנך $x = 1$.

כתיבה

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

$$x^2 = 0$$

↓

$$x = 0$$

↓

תחום ההגדרה: $x \neq 0$

ב. מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

$$f(x) = \frac{16}{x^2} - x^2$$

$$f(x) = \frac{16 - x^4}{x^2}$$

אסימטוטה אנכית: $x = 0$
אסימטוטה אופקית: $y = 0$



$$f(x) = \frac{16}{x^2} - x^2$$

?

ניגזרו גזיסתו לנגזיה מני:

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{(g(x))^2}$$

$$f'(x) = \frac{0 \cdot x^2 - 16 \cdot 2x}{(x^2)^2} - 2x$$

$$f'(x) = \frac{-32x}{x^4} - 2x$$

$$f'(x) = \frac{-32}{x^3} - 2x$$

$$\frac{-32}{x^3} - 2x = 0 \quad | \cdot x^3$$

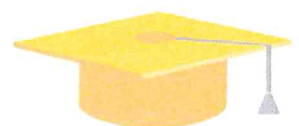
$$-32 - 2x^4 = 0$$

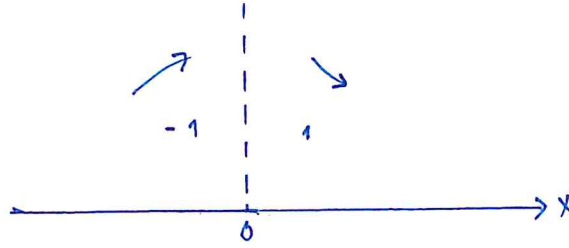
$$-2x^4 = 32 \quad | : (-2)$$

$$x^4 = -16$$

$$x = \pm \sqrt[4]{-16}$$

אין נתייון ממש
 \downarrow
 אין עיונה ניצין





$$f'(x) = \frac{-32}{x^3} - 2x$$

$$f'(-1) = \frac{-32}{(-1)^3} - 2 \cdot (-1) = 36 \text{ (חיובי)} \quad \begin{matrix} \text{תחום} \\ \text{עליון} \end{matrix}$$

$$f'(1) = \frac{-32}{1^3} - 2 \cdot 1 = -34 \text{ (שלילי)} \quad \begin{matrix} \text{תחום} \\ \text{יניני} \end{matrix}$$

תחום עליון: $x < 0$

תחום יוניני: $x > 0$

$$f(x) = \frac{16}{x^2} - x^2$$

$$f(x) = 0 \Rightarrow 0 = \frac{16}{x^2} - x^2 \quad / \cdot x^2$$

$$0 = 16 - x^4$$

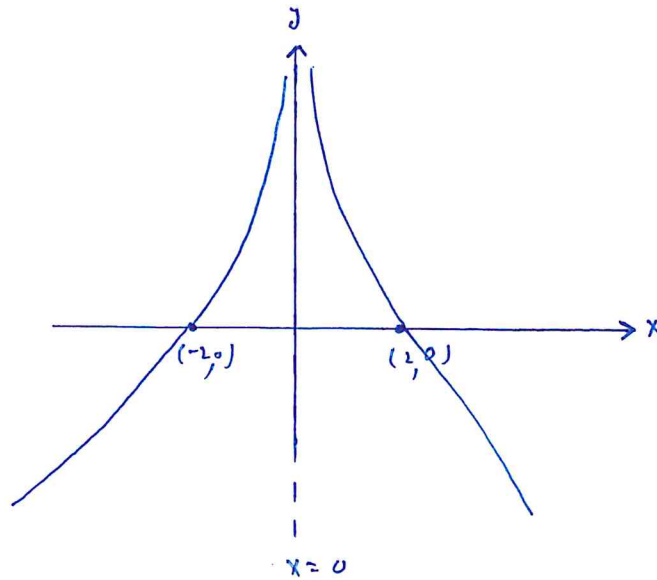
$$x^4 = 16$$

$$x = \pm \sqrt[4]{16}$$

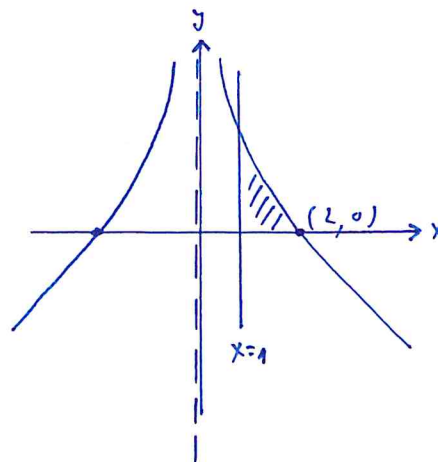
$$x_1 = 2, x_2 = -2$$

$(2, 0), (-2, 0)$





3.



3.)

$$f(x) = \left(\frac{16}{x^2} - x^2 \right) - (0) = \frac{16}{x^2} - x^2$$

$$\int_1^2 \left(\frac{16}{x^2} - x^2 \right) dx = \int_1^2 (16x^{-2} - x^2) dx = \left[\frac{16x^{-1}}{-1} - \frac{x^3}{3} \right]_1^2 = \left[-\frac{16}{x} - \frac{x^3}{3} \right]_1^2 =$$

$$= \left(-\frac{16}{2} - \frac{2^3}{3} \right) - \left(-\frac{16}{1} - \frac{1^3}{3} \right) = -10\frac{2}{3} - \left(-16\frac{1}{3} \right) = 5\frac{2}{3}$$

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

**הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.**



7. נתונה הפונקציה $f(x) = ax \cdot \sqrt{12-x}$. $a > 0$ הוא פרמטר.
- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 - מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .
 - מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן (אם צריך, הבע באמצעות a).
 - סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- הפונקציה $g(x) = f(x) - 32$ משיקה לציר ה- x .
- סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.
 - מצא את a .

נניח

$$12-x \geq 0$$

$$12 \geq x$$

||

תחום ההגדרה: $x \leq 12$

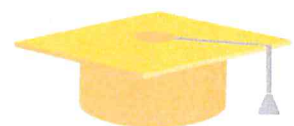
$$f(x) = ax \cdot \sqrt{12-x}$$

$$f(x) = 0 \rightarrow 0 = \underbrace{ax}_{ax > 0 \text{ (אם } a > 0)} \cdot \underbrace{\sqrt{12-x}}_{\sqrt{12-x} = 0 \text{ (1)}} \quad | \text{ (1)}^2$$

$$x = 0 \qquad 12-x = 0$$

$$x = 12$$

$(0, 0), (12, 0)$



ניקודת ניגון פנימית:

$$f(x) = ax \cdot \sqrt{12-x}$$

ניגודו קניסטינג לנגטה מנכס ונגטה שיש.

$$(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

$$\left(\sqrt{f(x)}\right)' = \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$$

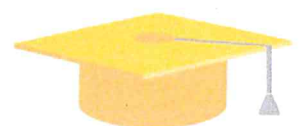
$$f'(x) = a \cdot \sqrt{12-x} + ax \cdot \frac{(-1)}{2\sqrt{12-x}}$$

$$f'(x) = \frac{2\sqrt{12-x} \cdot a \cdot \sqrt{12-x}}{2\sqrt{12-x}} - \frac{ax}{2\sqrt{12-x}}$$

נגיג ונגיג נלכו יתינ.

$$f'(x) = \frac{2a \cdot (\sqrt{12-x})^2 - ax}{2 \cdot \sqrt{12-x}}$$

$$f'(x) = \frac{2a(12-x) - ax}{2\sqrt{12-x}}$$



$$f'(x) = \frac{24a - 2ax - ax}{2 \cdot \sqrt{12-x}}$$

$$f'(x) = \frac{24a - 3ax}{2 \sqrt{12-x}}$$

$$\frac{24a - 3ax}{2 \sqrt{12-x}} = 0$$

$$\Downarrow$$

$$24a - 3ax = 0 \quad /: a \quad (a > 0)$$

$$24 - 3x = 0$$

$$-3x = -24$$

$$x = 8$$

$$f(x) = ax \cdot \sqrt{12-x}$$

$$(8,)$$

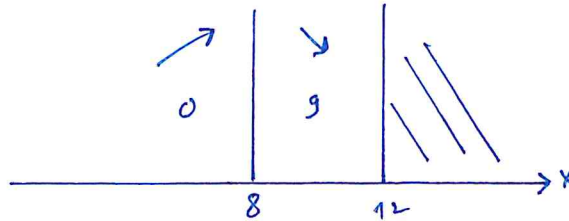
$$f(8) = a \cdot 8 \cdot \sqrt{12-8}$$

$$f(8) = 16a$$

$$\Downarrow$$

$$(8, 16a)$$





$$f'(x) = \frac{24a - 3ax}{2 \cdot \sqrt{12-x}} \quad ; \quad a > 0$$

$$f'(0) = 24a - 3a \cdot 0 = 24a \quad \begin{matrix} \text{תמיד} \\ \text{חיובי} \end{matrix}$$

$$f'(9) = 24a - 3a \cdot 9 = -9a \quad \begin{matrix} \text{תמיד} \\ \text{שלילי} \end{matrix}$$

⇓

$\max(8, 16a)$

נקודה קיצונית של פונקציה תמיד יהיה נכונה:

תמיד יהיה נכונה: $x \leq 12$

נקודה נכונה: $x = 12$

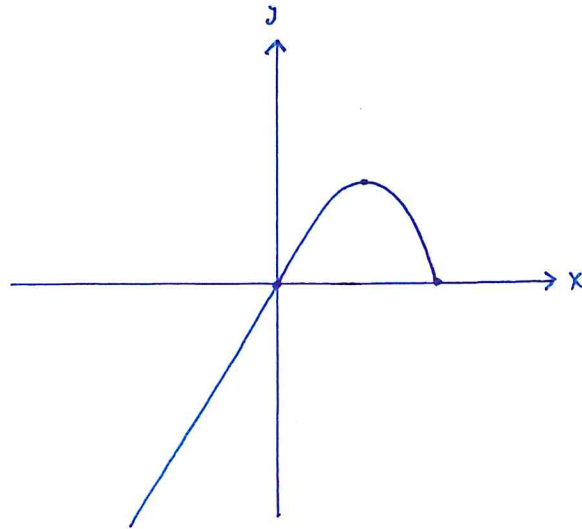
$$f(x) = a \cdot x \cdot \sqrt{12-x}$$

$(12,)$

$$f(12) = a \cdot 12 \cdot \sqrt{12-12} = 0$$

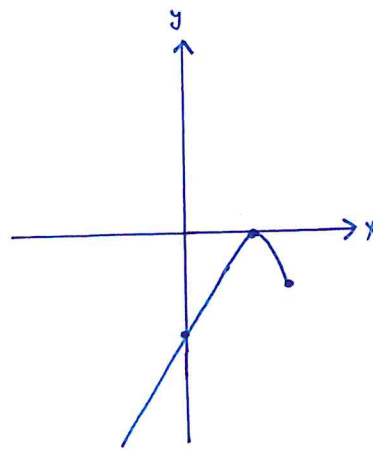
$(12, 0)$ מניחה
קיצונית





תשובה: הפונקציה $f(x) = -x^2 + 4x$ היא פונקציה.

$f(x)$ היא הפונקציה המקסימלית של x והיא נלקח.



הי. (1)

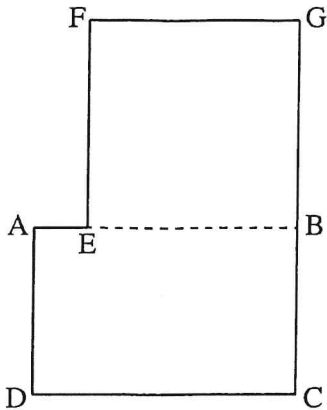
(2) נקודה המקסימלית של $f(x)$: $(8, 16a)$
 נקודה המקסימלית של $g(x)$: $(8, 0)$
 נקודה משותפת: $16a - 0 = 2$

$a = 2$

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.





8. בסרטוט שלפניך ABCD הוא מלבן ששטחו 25.

הנקודה E נמצאת על הצלע AB,

והנקודה G נמצאת על המשך הצלע CB, כמתואר בסרטוט.

המרובע EFGB הוא ריבוע.

נתון: $AD < DC$,

צלע הריבוע גדולה ב-25% מ-AD.

נסמן: $AD = x$.

א. הבע באמצעות x את DC ואת AE.

ב. מצא את הערך של x שעבורו היקף המצולע AEFGB הוא מינימלי.

פתרון:

א. נתון: $AD = x$, $AB = 25$

$$AD \cdot AB = 25$$



$$AB = \frac{25}{x}$$



$$CD = \frac{25}{x}$$

$$BE = 1.25AD = 1.25x$$



$$AE = \frac{25}{x} - 1.25x$$

ב. נניח שהיקף המצולע הוא f .
 $f = AE + EF + FG + GC + CD + AD$
 נגדל את f כפונקציה של x .

$$f = AE + EF + FG + GC + CD + AD$$

$$f(x) = \frac{25}{x} - 1.25x + 1.25x + 1.25x + 1.25x + x + \frac{25}{x} + x$$



$$f(x) = \frac{50}{x} + 4.5x$$

(מצא מינימום זהירות):

$$f'(x) = -\frac{50}{x^2} + 4.5$$

$$-\frac{50}{x^2} + 4.5 = 0$$

$$x^2 = \frac{50}{4.5} \Rightarrow x = \pm 3\frac{1}{3} \Rightarrow x = 3\frac{1}{3}$$

$$f''(x) = \frac{100}{x^3} \Rightarrow f''(3\frac{1}{3}) > 0 \rightarrow \text{מינימום}$$

סוגי $x = 3\frac{1}{3}$

מעולה: עקור
הזהר מינימלי

