

פתרון הבחינה

במתמטיקה

חורף תשפ"א, 2021, שאלון: 35581

מוגש ע"י צוות מורי המתמטיקה של "יואל גבע":

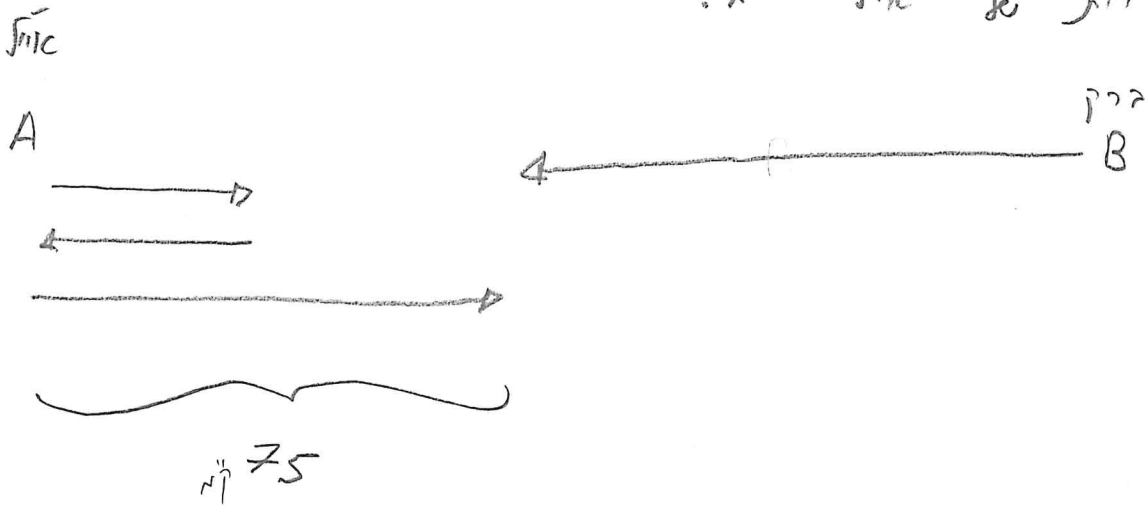
למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



1. שני שליחים, אייל וברק, יצאו בשעה 8:00 זה לקראת זה כדי למסור חבילה. אייל יצא מעיר A וברק יצא מעיר B. לאחר שאייל עבר $\frac{1}{6}$ מן הדרך לכיוון עיר B, הוא גילה כי שכח את החבילה בעיר A. הוא חזר לעיר A, אסף את החבילה, ומייד יצא שוב לכיוון עיר B. אייל נסע כל הזמן במהירות קבועה. ברק נסע גם הוא במהירות קבועה, הגבוהה ב-20% ממהירות הנסיעה של אייל. ברק ואייל נפגשו בנקודה הנמצאת 75 ק"מ מעיר A.
- א. מצא את אורך הדרך שבין שתי הערים.
אייל וברק נסעו בכבישים בין-עירוניים, שמהירות הנסיעה המותרת בהם היא מ' 50 עד 110 קמ"ש. גם אייל וגם ברק נסעו במהירות מותרת.
- ב. (1) האם ייתכן שאייל וברק נפגשו בשעה 9:40? נמק.
(2) האם ייתכן שאייל וברק נפגשו בשעה 10:00? נמק.

(לצ'יר: המרחק בין A ל B - y.
המהירות של אייל - x.



זמן	מהירות	מרחק	אילו האורך והצ'יר (לצ'יר)
$\frac{1}{3}y$	$\frac{xy}{x}$	x	
75	$\frac{75}{x}$	x	אילו מהיציאה של A ל צ'יר פגישתם
$y - 75$	$\frac{y-75}{1.2x}$	1.2x	צ'יר B ל אילו פגישתם



צרכי

ניתן לטוס לפי שיוט הרכיב
שונה אוטו המהירות ולכן מתקבל:

$$\frac{y-75}{\frac{1}{3}y+75} = 1.2$$

$$y-75 = 0.4y + 90$$

$$0.6y = 165$$

$$y = 275$$

א.א.

קניי אטואלר למנימ:

$$\frac{\frac{1}{3}y}{x} + \frac{75}{x} = \frac{y-75}{1.2x} \quad | \cdot x$$

$$\frac{1}{3}y + 75 = \frac{y-75}{1.2} \quad | \cdot 1.2$$

$$0.4y + 90 = y - 75$$

$$165 = 0.6y \quad | : 0.6$$

$$y = 275$$

המרתק בין טני האלים האלו: 275 ק"מ

ב.א. המין שברק אדר צר הפגיה (למטר קצת) ק"מ:

$$\frac{275-75}{1.2x} = \frac{200}{1.2x}$$

$$\frac{200}{1.2x} = 1\frac{2}{3} \rightarrow 200 = 2x \rightarrow x = 100$$

אם אהיתו של איתל הא 100 ז"מ אהיות של ברק (שצ"ה אהיה קצ"ה) הא 120 ז"מ ולכן אופציה זון לא אפשרית כי המהירות אלה ז"מ 110 ק"מ

ב.ב. המהירות איתל 83 $\frac{1}{3}$ ז"מ $\rightarrow x = 83\frac{1}{3} \rightarrow 200 = 2.4x \rightarrow x = 83\frac{1}{3}$

מהיות ברק אה ז"מ הא 100 ז"מ ולכן אופציה זון אפשרית

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

**הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.**



2. a_n היא סדרה הנדסית אינסופית שהמנה שלה היא q .

נתון: $0 < q < 1$, $0 < a_1$.

b_n היא סדרה הנדסית אינסופית עולה שהמנה שלה היא r .

נתון: $b_1 = a_6$.

הסדרה c_n מוגדרת כך: $c_n = \frac{a_{n+5}}{b_n}$.

א. הסבר מדוע כל איברי הסדרות a_n , b_n ו- c_n הם חיוביים.

ב. הוכח כי c_n היא סדרה הנדסית, ומצא את c_1 .

ג. (1) הסבר מדוע המנה של הסדרה c_n גדולה מ-0 וקטנה מ-1.

(2) נתון: סכום הסדרה c_n הוא $\frac{6}{5}$, $\frac{b_2}{a_8} = 18$.

מצא את q ואת r .

פתרון:

א. סדרת a_n : נתון q חיובי, והלכן איברי הסדרה הם חיוביים.

סדרת b_n : נתון $r = 96$ ולכן כל איברי הסדרה הם חיוביים.

הבדלה עולה ולכן r חיובי, ולכן $r > 1$ האיברים חיוביים.

סדרת c_n : נתון $c_n = \frac{a_{n+5}}{b_n}$ ולכן סדרת c_n

כל איברי הסדרה הם חיוביים ולכן $c_n > 0$ וקטנה מ-1.

a_n ו- b_n ולכן c_n חיוביים.



$$C_n = \frac{a_{n+5}}{b_n} \Rightarrow C_{n+1} = \frac{a_{n+6}}{b_{n+1}} \quad \cdot \cdot$$

$$\frac{C_{n+1}}{C_n} = \frac{\frac{a_{n+6}}{b_{n+1}}}{\frac{a_{n+5}}{b_n}} = \frac{a_{n+6}}{a_{n+5}} \cdot \frac{b_n}{b_{n+1}} = q \cdot \frac{1}{r} = \boxed{\frac{q}{r}}$$

מכאן:

היחס דבורה ולכן הסדרה C_n הוסיטה.
(נראה ש) :

$$C_1 = \frac{a_{1+5}}{b_1} = \frac{a_6}{b_1} = \boxed{1}$$

ד. (1) נתון $0 < q < 1$.

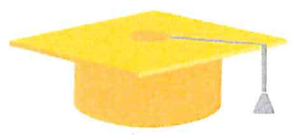
סדרה a_n עולה, וכך איזוהיה חיוביים,

לכן $r < 1$. מכאן שהיחס $\frac{q}{r}$

היא מספר קטן מ-1, כלומר סדרה C_n

סדרה a_n קטן מ-1.

$$\begin{cases} \frac{C_1}{1 - \frac{q}{r}} = \frac{6}{5} & (1) \text{ נתון: } \\ \frac{b_2}{a_8} = 18 & (2) \end{cases}$$



כאן זה:

$$\begin{cases} \frac{1}{r-9} = \frac{6}{5} \\ \frac{h \cdot r}{a \cdot q} = 18 \end{cases}$$

⇓

$$\begin{cases} \frac{r}{r-9} = \frac{6}{5} \\ r = 18q^2 \end{cases}$$

⇓

$$\frac{18q^2}{18q^2 - 9} = \frac{6}{5}$$

$$\frac{18q}{18q - 3} = \frac{6}{5}$$

$$90q = 108q - 6$$

$$18q = 6$$

$$\boxed{\begin{matrix} q = \frac{1}{3} \\ r = 2 \end{matrix}}$$



3. ההסתברות שלילד שנולד במשפחת לוי יהיה שיער מתולתל היא x .
 ההסתברות שלילד שנולד במשפחת לוי יהיו עיניים חומות היא $2x$.
 ההסתברות שעניניו של ילד שנולד במשפחת לוי יהיו חומות, אם ידוע ששערו מתולתל, קטנה פי 1.5 מן ההסתברות ששערו לא יהיה מתולתל אם ידוע שעניניו חומות.
 יונתן הוא אחד הילדים במשפחת לוי.
 א. (1) הראה שההסתברות שעניניו של יונתן הן חומות ושערו מתולתל היא $\frac{1}{2}x$.
 (2) מצא את ההסתברות ששערו של יונתן הוא מתולתל, אם ידוע שעניניו חומות.
 ב. (1) הבע באמצעות x את ההסתברות ששערו של יונתן אינו מתולתל וגם עניניו אינן חומות.
 (2) נתון: $x = 0.2$.
 במשפחת לוי נולדו ארבעה ילדים בדיוק.
 מהי ההסתברות שלפחות שלושה מארבעת הילדים במשפחת לוי יש שיער מתולתל ועיניים חומות?

אפי' הי' (גיון):

(ג' צ'ר):

$P(A)$ - ההסתברות לסיסי מולתל
 $P(B)$ - ההסתברות לעיניים חומות

$y = P(A \cap B)$

1.5 $P(B/A) = P(\bar{A}/B)$

1.5 $\frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{P(\bar{A} \cap B)}{P(B)}$

1.5 $\frac{y}{x} = \frac{2x - y}{2x} \quad | \cdot x$

1.5 $y = x - \frac{y}{2}$

$2y = x$

$y = \frac{1}{2}x$

$P(A \cap B) = \frac{1}{2}x$

	$P(\bar{A})$	$P(A)$	(ה'k)
$2x$		y	$P(B)$
$1-2x$			$P(\bar{B})$
1	$1-x$	x	



$P(A|B)$ א(2)

$$\frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{y}{2x} = \frac{\frac{1}{2}x}{2x} = \left| \frac{1}{4} \right|$$

$P(\bar{A} \cap B) = 2x - \frac{1}{2}x = 1.5x$ ב(1)

$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\bar{A}) - P(\bar{A} \cap B)$

$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - x - 1.5x$

$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - 2.5x$

$P(A \cap B) = \frac{1}{2}x = 0.1$ ב(2)

טקסט בנוסף בקניוני:

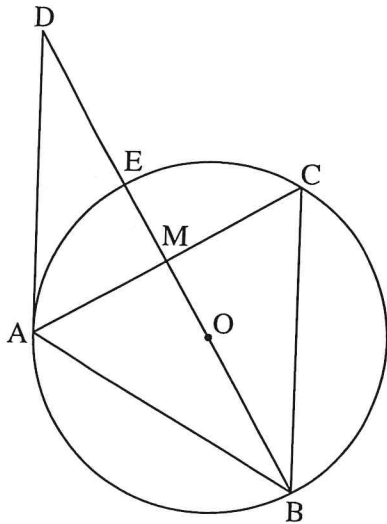
0.9	0.1
4	0
3	1
2	2
1	3
0	4

$P(\text{לפחות 3-1 או 4 יס ש"סר מהולגו או צ"מ חוזר}) = P(3) + P(4) =$

$= \binom{4}{3} 0.1^3 \cdot 0.9^1 + \binom{4}{4} 0.1^4 \cdot 0.9^0 =$

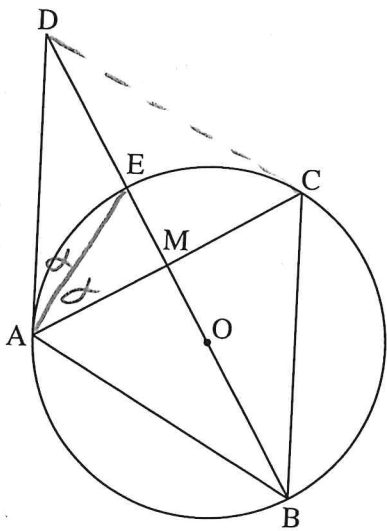
$= 0.0037$



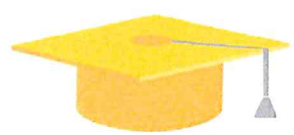


4. הישר AD משיק למעגל בנקודה A.
 הנקודה B נמצאת על המעגל כך שהקטע BD עובר דרך מרכז המעגל, O,
 וחותר את המעגל בנקודה נוספת, E.
 הנקודה C נמצאת על המעגל כך ש- $BC \parallel AD$.
 הישרים BD ו- AC חותכים זה את זה בנקודה M (ראה ציור).
 א. הוכח: $AB = AC$.
 נתון: AE חוצה את הזווית MAD.
 ב. הוכח: $BM \perp AC$.
 ג. הוכח כי אורך הקטע AE שווה לרדיוס המעגל.
 ד. הוכח כי ABCD הוא מעוין.

פתרון:



ניחוי	צורה	המספר
נתון	AD מש"ך	1
נתון	BC AD	2
זווה שמתחתה בין ישרים הזווית של זווה 1 לפי 2	$\sphericalangle DAC = \sphericalangle ACB$	3
זווה בין שני ישרים שלה זווה היקפית היחסית לזווה נתונה היא לפי 1	$\sphericalangle DAC = \sphericalangle ABC$	4
כזו המתקד לפי 3, 4	$\sphericalangle ACB = \sphericalangle ABC$	5
השאלה היא על זווה מיוחדת קצת שווה ל-5	$AB = AC$	6 נכונה
נתון A חוצה זווה BAC	$\sphericalangle DAE = \sphericalangle CAE$	7
נתון BD עוקב צדק היחס של המתקד	BE דוטר	8
זווה היקפית חוטאת דוטר שווה ל-5 לפי 8	$\sphericalangle BAE = 90^\circ$	9
סימון לפי 7	$\sphericalangle CAE = \sphericalangle BAE = \alpha$	10
זווה בין שני ישרים שלה זווה היקפית חוטאת לפי 1	$\sphericalangle ABE = \sphericalangle BAE = \alpha$	11



נימוק	סיכום	היסטוריה
חיתוך זווית α ב-77, 79	$\angle MAB = 90^\circ - \alpha$	(12)
סכום זווית במשולש 180 זוויות 72, 79	$\angle AMB = 90^\circ$	(13)
זווית 13	$BM \perp AC$	(14) מ.ד.ג
חיתוך זווית α ב-70	$\angle DAC = 2\alpha$	(15)
זווית 3	$\angle ACB = 2\alpha$	(16)
זווית הזווית הנשקפת אלהם = זווית זווית 150	$\angle AEB = \angle ACB = 2\alpha$	(17)
זווית 14	$\angle AME = 90^\circ$	(18)
סכום זווית במשולש זוויות 17, 10	$3\alpha = 90^\circ$	(19)
חיתוך זווית 19	$\alpha = 30^\circ$	(20)
במשולש ישר זווית שזוויותיו 30, 60, 90 הניצב הוא הנגדית הקטנה עליו (אמרת חיתוך) זוויות 8, 20	כדיוס = $\frac{1}{2} BE = AB$ המשקל	(21) מ.ד.ג





נימוק	טעמים	המספר
הישוב. אפי 5, 16, 20	$\angle A(B) = \angle B(A) = 60^\circ$	22
המחזור של צלע שואה המוביל קצת שואה	$AB = BC$	23
הישוב.	$\angle DAC = \angle CAB = 60^\circ$	24
אפי 24	AM מוקד של ה-BAD	25
מפואט שבו האבד הוא שם מוקד של ה-AM הוא שואה שאיים. אפי 14, 25	$AB = AD$	26
כאן המהדר אפי 23, 26	$AD = BC$	27
מבוגר קצת של צלע מחולקת זוויות הן מחולקת. אפי 2, 27	ABCD מחולקת	28
מחולקת קצת של קצת פחות של שואה הן מחולקת.	ABCD מחולקת	29 מי.ס.ל. 3



5. ABC הוא משולש קהה זווית ($\angle BAC > 90^\circ$).

נתון: $AB + AC = 4a$ (a הוא פרמטר),

$AB : AC = 3 : 5$,

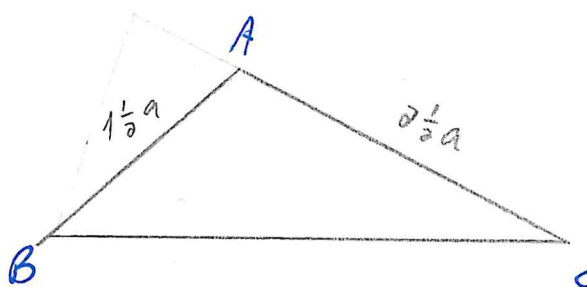
שטח המשולש ABC הוא $\frac{15\sqrt{3}}{16}a^2$.

א. (1) חשב את גודל הזווית BAC.

(2) חשב את גודלי הזוויות ABC ו-ACB.

במעגל החוסם את המשולש ABC אפשר לחסום מחומש משוכלל ששטחו הוא 100.

ב. חשב את a.



$AB = 3x$ $AB : AC = 3 : 5$ (1) (2)
 $AC = 5x$ $AB + AC = 4a$ (נתון)

$AB + AC = 4a$ (נתון)

$3x + 5x = 4a$

$x = \frac{1}{2}a$

$AC = 2\frac{1}{2}a$, $AB = 1\frac{1}{2}a$

$S_{\Delta ABC} = \frac{AB \cdot AC \cdot \sin \angle A}{2}$ $ab \sin \angle C$ (כאן)

$\frac{1\frac{1}{2}a \cdot 2\frac{1}{2}a \cdot \sin \angle A}{2} = \frac{15\sqrt{3}}{16}a^2$ (2) (3) $ab \sin \angle C$ (כאן)

$\frac{15}{8}a^2 \sin \angle A = \frac{15\sqrt{3}}{16}a^2$ $/: a^2 > 0$



$$\frac{15}{8} \sin \angle A = \frac{15\sqrt{3}}{16}$$

$$\sin \angle A = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\angle A = 60^\circ \quad \vee \quad \angle A = 180^\circ - 60^\circ$$

$$\angle A = 120^\circ$$

נניח ש $\angle BAC > 90^\circ$, נסמן $\angle BAC = 120^\circ$

גודל $\angle C$ של משולש קהילנולמי: (2)

$$BC^2 = \left(\frac{1}{2}a\right)^2 + \left(\frac{2}{3}a\right)^2 - 2 \cdot \frac{1}{2}a \cdot \frac{2}{3}a \cdot \cos 120^\circ$$

$$BC^2 = \frac{1}{4}a^2 \rightarrow \boxed{BC = \frac{1}{2}a}$$

גודל $\angle ABC$ של משולש קהילנולמי (אנחנו גם קהילנולמי):

$$\frac{\frac{1}{2}a}{\sin 120^\circ} = \frac{\frac{2}{3}a}{\sin \angle ABC} \quad /: a > 0$$

$$\frac{1}{2} \sin \angle ABC = \frac{2}{3} \sin 120^\circ$$

$$\sin \angle ABC = \frac{5\sqrt{3}}{14}$$

$$\boxed{\angle ABC = 38.71^\circ} \rightarrow$$

(ה'ית למה'ל ארז)

$$\angle A < B = 180^\circ - 120^\circ = 38.71^\circ$$

$$\boxed{\angle A < B = 38.71^\circ}$$



המשולש המוכלל במעגל הוא משולש שווה שוקיים
 (2) נחשב את רדיוס המעגל המוכלל

לפי משפט הסינוסים:

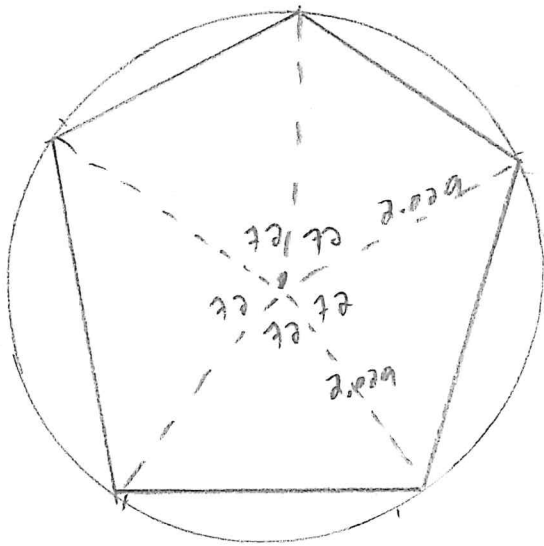
$$\frac{BC}{\sin \angle ABC} = 2R$$

$$\frac{3\frac{1}{2}a}{\sin 120^\circ} = 2R$$

$$R = \frac{7\sqrt{3}}{6} a$$

$$R = 2.02a$$

הצורה המוכללת



שטח המשולש המוכלל הוא 100

לכן שטח כל אחת

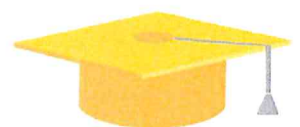
$$\frac{100}{5}$$

כלומר 20

$$S_{\Delta} = \frac{20 \cdot \sin 72^\circ \cdot \cos 72^\circ \times 2.02a}{2}$$

$$S_{\Delta} = 1.94174a^2 = 20$$

$$a = 3.21$$



6. נתונה הפונקציה $f(x) = 6x(x^3 - 1)^3$, המוגדרת לכל x .

ענה על הסעיפים א-ג. אם צריך, השאר בתשובותיך שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

- א. (1) מה הם שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים?
- (2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן (אם יש כאלה).
- (3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- (4) בעבור אילו ערכים של k הישר $y = k$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$?

ב. נתונה המשוואה $6x(x^3 - 1)^3 = m$. הוא פרמטר m .

הסתמך על גרף הפונקציה $f(x)$, וקבע בעבור אילו ערכי m למשוואה הנתונה יש בדיוק שני פתרונות חיוביים

שונים, ובעבור אילו ערכי m יש לה פתרון אחד שלילי ופתרון אחד חיובי. נמק את תשובותיך.

ג. היעזר בסרטוט וקבע אם קיים $a > 0$ שבעבורו האינטגרל $\int_0^a f(x) dx$ מקבל ערך מינימלי. אם כן, מהו ערכו של a ? נמק את תשובתך.

א(1) חיתוך עם ציר x :

$$6x(x^3 - 1)^3 = 0$$

\swarrow \swarrow
 $x=0$ $x^3=1$ $\sqrt[3]{\quad}$
 $x=1$

חיתוך עם ציר y :

$$f(x) = 6 \cdot 0 \cdot (0^3 - 1)^3 = 0$$

$\boxed{(0,0)}$ $\boxed{(1,0)}$

(2) $f'(x) = 6(x^3 - 1)^3 + 6x \cdot 3(x^3 - 1)^2 \cdot 3x^2$

$f'(x) = 6(x^3 - 1)^2(x^3 - 1 + 9x^3)$

$f'(x) = 6(x^3 - 1)^2(10x^3 - 1)$

\swarrow \swarrow
 $x^3=1$ $\sqrt[3]{\quad}$ $10x^3=1$
 $x=1$ $x^3 = \frac{1}{10}$
 $x = \sqrt[3]{\frac{1}{10}} = 0.46$

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



א(2)

x	$x < 0.46$	$0.46 < x < 1$	$x > 1$
$f'(x)$	-	+	+
$f(x)$	↘	↗	↗

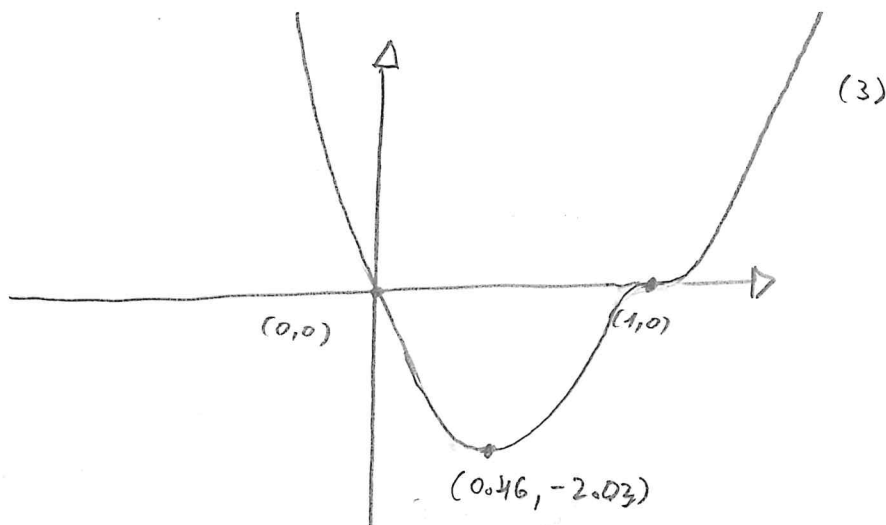
$f'(0) = -$

$f'(0.5) = +$

$f'(2) = +$

$f(0.46) = 6 \cdot 0.46 (0.46^3 - 1)^3 = -2.03$

$\min(0.46, -2.03)$



(4) הישר $y = k$ אנשיק לאגף הפונקציה בנקודות קינ יש שיפוע 0.

אם כן: $|k = 0|$
 $|k = -2.03|$



ב. פתרון המסווג מייצג את שיטתו ה-א של נק' המיטק בין אפ' איסי $y=m$

לפי הצגת של $f(x)$ בקור: $0 < m < 2.05$ יש שני פתרונות חיוביים

ובקור: $0 > m$, יש שני פתרונות אחד חיובי ואחד שלילי.

ג. האינטגרל המסווג $\int_0^a f(x) dx$ בקור ארכים שליליים לא אצד הפנ' מתמ

לצד ה-א
בתחום קטן הפנ' מתמילי מתמ' לצד $x=1$ הפנ' יקטן, אבל חיוביים ולכן באזור $a=1$ נקל' מת' הפנ' הקטן ביותר.



נתונה הפונקציה $f(x) = 2 \sin^2 x - 1$, המוגדרת לכל x .

ענה על הסעיפים א-ג בעבור התחום $-\pi \leq x \leq \pi$.

- א. (1) הראה כי הפונקציה $f(x)$ היא פונקציה זוגית.
- (2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
- (3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

נתונה הפונקציה $g(x) = \frac{\cos 2x (1 - \sin x)}{\sin x - 1}$.

- ב. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$?
 - (2) בעבור אילו ערכים של x $f(x) = g(x)$? נמק.
 - (3) האם לפונקציה $g(x)$ יש אסימפטוטות אנכיות? נמק.
 - (4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.
- ג. נתונה הפונקציה $h(x) = -f(x) + b$ (הוא פרמטר), שתחום הגדרתה זהה לתחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
נתון: $\int_{-\pi}^0 h(x) dx = \frac{3\pi}{2}$. מצא את ערכו של הפרמטר b .

פתרון

א. לפני שנה דור, נלחם אר הפונקציה הזו

גשהו זכאוו כפולחה:

$$f(x) = 2 \sin^2 x - 1 = -\cos 2x$$

$$f(-x) = -\cos 2(-x) = -\cos (-2x) = -\cos 2x = f(x) \quad (1)$$

$$-\cos 2x = 0$$

$$2x = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

$$x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} k$$

(2) ציר x:

בתחום הנתון: $(-\frac{3\pi}{4}, \frac{\pi}{4}), (-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}), (\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4})$



$(0, -1)$ נקודת קיצון

$f'(x) = 2 \sin 2x = 0$ (3)

$2x = \pi k$
 $x = \frac{\pi}{2} k$

נקודות קיצון: $x = -\pi, x = -\frac{\pi}{2}, x = 0, x = \frac{\pi}{2}, x = \pi$

נקודות קיצון: $(-\pi, -1), (-\frac{\pi}{2}, 1), (0, -1), (\frac{\pi}{2}, 1), (\pi, -1)$

x	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π
$f'(x)$	0	\nearrow	0	\searrow	0
$f(x)$					

סיכום:

- $(-\pi, -1)$ מינימום
- $(-\frac{\pi}{2}, 1)$ מקסימום
- $(0, -1)$ מינימום
- $(\frac{\pi}{2}, 1)$ מקסימום
- $(\pi, -1)$ מינימום

$g(x) = \frac{\cos 2x (1 - \sin x)}{\sin x - 1}$ 2

$\sin x - 1 \neq 0 \rightarrow \sin x \neq 1$ (1)

תחום ההגדרה: $\frac{\pi}{2} < x \leq \pi$ או $-\pi \leq x < \frac{\pi}{2}$ כאשר $x \neq \frac{\pi}{2} + 2\pi k$



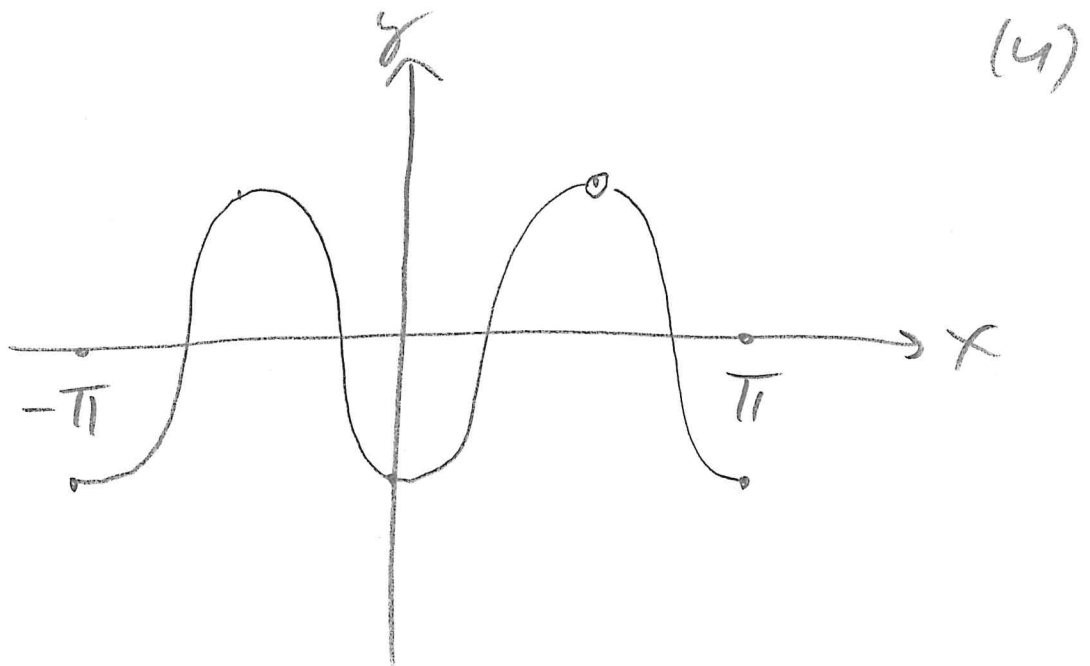
(2) נרצה לבטא את $f(x)$:

$$f(x) = \frac{\cos 2x (1 - \sin x)}{-1(1 - \sin x)} = -\cos 2x = f(x)$$

הפונקציה $f(x)$ שווה לפונקציה $f(x) = \cos 2x$ לכל x בתחום ההלצרה כאנגר לכל

$$\left(-\pi \leq x < \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} < x \leq \pi \right)$$

(3) אין אסימפטוטה אנכית לפונקציה $f(x)$ מכיוון שהבקיה בתחום ההלצרה מקטלגת את $x = \frac{\pi}{2}$ ואת $x = \frac{3\pi}{2}$.
"חול" בקדוניה $(\frac{\pi}{2}, 1)$.



$$h(x) = -f(x) + b$$

ב. נתון:

$$\int_{-\pi}^0 h(x) dx = \frac{3\pi}{2}$$

וניתן:

$$h(x) = \cos 2x + b$$

$$\int_{-\pi}^0 (\cos 2x + b) dx = \frac{3\pi}{2}$$

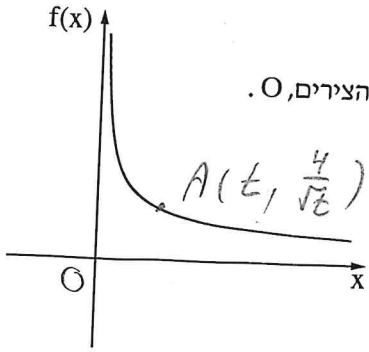
$$\left[\frac{\sin 2x}{2} + bx \right]_{-\pi}^0 = \frac{3\pi}{2}$$

$$\left[\frac{\sin 0}{2} + b \cdot 0 \right] - \left[\frac{\sin(-2\pi)}{2} - b\pi \right] = \frac{3\pi}{2}$$

$$b\pi = \frac{3\pi}{2}$$

$$b = \frac{3}{2}$$





בסרטוט שלפניך מתואר גרף הפונקציה $f(x) = \frac{4}{\sqrt{x}}$, שתחום הגדרתה הוא $x > 0$.

מבין כל הנקודות שעל גרף הפונקציה $f(x)$, הנקודה A היא הקרובה ביותר לראשית הצירים, O.

א. (1) מצא את שיעורי הנקודה A.

(2) האם הישר AO מאונך לישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה A? נמק.

ב. נתונה הפונקציה $g(x) = -f(-x)$, המוגדרת בתחום $x < 0$.

ענה על סעיף ב בעבור התחום $-4 \leq x \leq -1$.

ג. (1) מבין כל הנקודות הנמצאות על גרף הפונקציה $g(x)$ בתחום הנתון, מה הם שיעורי הנקודה הקרובה ביותר לראשית הצירים?

(2) מצא את שיעורי הנקודה הרחוקה ביותר מראשית הצירים, מבין כל הנקודות הנמצאות על גרף הפונקציה $g(x)$ בתחום הנתון.

א. (1) $A(t, \frac{4}{\sqrt{t}})$ הנקודה A היא הקרובה ביותר לראשית הצירים. $f(x) = \frac{4}{\sqrt{x}}$ הפונקציה.

הנכונות $d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$ המרחק בין הנקודות (x_1, y_1) ו- (x_2, y_2) .

נחשב $A_0 = \sqrt{(t-0)^2 + (\frac{4}{\sqrt{t}}-0)^2} = \sqrt{t^2 + \frac{16}{t}}$

נמצא את המרחק A_0 בין הנקודה A לראשית הצירים $g(t)$.

$g(t) = \sqrt{t^2 + \frac{16}{t}}$

$g'(t) = \frac{t - \frac{16}{t^2}}{\sqrt{t^2 + \frac{16}{t}}}$



$$\frac{2t - \frac{16}{t^2}}{2\sqrt{t^2 + \frac{16}{t}}} = 0$$

$$2t - \frac{16}{t^2} = 0$$

$$2t^3 - 16 = 0$$

$$t^3 = 8$$

$$t = 2$$

בנוסף קצרות הנזכר הגיוני לטוב $t=2$

מתקדם מיוחדים.
מכיוון שאנו מצויינים בין קטין הנזכר הלכתי
כנקודת הקיצון והמנהל של $g'(t)$ חזרנו לראות התחיל
המתן, כנראה את המנהל באור

$$g''(t) = 2 + \frac{32}{t^3}$$

$$g''(2) = 2 + \frac{32}{2^3} > 0$$

עבור $t=2$ הארוך הוא מיוחד

כלי $t=2$ ונקודת ללא A בק' $\frac{4}{\sqrt{2}}$

כל $\sqrt{2} \leftarrow A(2, \sqrt{2})$



(2) נמצא את סינוס A בנקודה $A(2, \sqrt{2})$, $A(0,0)$.

$$M_{A_0} = \frac{2\sqrt{2} - 0}{2 - 0} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

נמצא את סינוס הנגזרת/נגזרת בנקודה $x=2$;

$$F(x) = \frac{4}{\sqrt{x}}$$

$$F'(x) = \frac{0 - \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot 4}{(\sqrt{x})^2} = \frac{-2}{x\sqrt{x}}$$

$$M_{נגזרת} = F'(2) = \frac{-2}{2\sqrt{2}} = \frac{-1}{\sqrt{2}}$$

נתון כי הסינוסים

$$M_{A_0} \times M_{נגזרת} = \sqrt{2} \cdot \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right) = -1$$

הסינוסים הם שני הסינוסים

שהם -1 (כלומר 180°), הסינוסים שני הסינוסים.



