

פתרון הבחינה

במתמטיקה

קיץ תש"פ, 2020, שאלון: 35481

מוגש ע"י צוות מורי המתמטיקה של "יואל גבע"

למידע על פסיכומטרי
ביזאל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



1. קבוצת ספורטאים צועדת בכל יום 40 ק"מ במסלול קבוע.
 ביום ראשון יצאה הקבוצה לצעידה. אחרי 3 שעות של צעידה במהירות קבועה, עצרה הקבוצה למנוחה של 15 דקו
 ולאחר מכן המשיכה לצעוד עד סוף המסלול במהירות הגדולה ב-3 קמ"ש מן המהירות שבה החלה לצעוד.
 ביום שני צעדה הקבוצה בלי לעצור. היא צעדה במהירות קבועה הגדולה ב-60% מן המהירות שבה החלה לצעוד ביו
 ראשון.
 בשני הימים יצאה הקבוצה לצעידה באותה השעה, אך ביום שני היא הגיעה לסוף המסלול שעה אחת מוקדם יותר מן
 השעה שבה היא הגיעה ביום ראשון.

א. מצא את המהירות שבה החלה לצעוד קבוצת הספורטאים ביום ראשון.

ב. מצא כמה זמן צעדה קבוצת הספורטאים במסלול כולו ביום שני.

פתרון שאלה 1

א. נסמן את המהירות שבה החלה לצעוד קבוצת הספורטאים ב- x .

נתן: לפי הנוסחה של המהירות והזמן השונים במסלול.
 נסדר לטבלה: טור שניש בקשר: מהירות \times זמן = אורך

| מהירות (קמ"ש) | זמן (שעות) | אורך (ק"מ) |
|---------------|---------------------|------------|
| x | 3 | $3x$ |
| 0 | $\frac{1}{4}$ | 0 |
| $x+3$ | $\frac{40-3x}{x+3}$ | $40-3x$ |

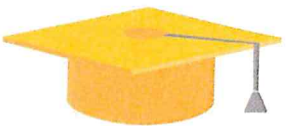
שלב I
 3 שעות קצרה
 קבוצה - קבוצה

שלב II
 מנוחה של 15 ד'
 (יבס שעה)

שלב III
 קצרה במהירות
 גדולה ב-3 קמ"ש...

למידע על פסיכומטרי
 ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



ביום שני צערה הקדוזה במהירות יגדולה
 ב-60% מצי שבה המלו לרעוד ביום האשון.
 כלומר: $1.6x$

הבדק הנולד עם ביום שני היא 40 ק"מ.
 וצטן ההליכה הנולד ביום שני: $\frac{40}{1.6x}$

נשווה בין הצטנים בשני הימים עד שינוש
 בנעץ כי ביום שני הקדוזה הגיעה לסוף
 המסלול שעה אחת מוקדם יותר מהשעה
 שבה היא הגיעה ביום האשון
 (צטן ההליכה הנולד ביום האשון - ספוס הצטנים
 מהלכה בשעה הקודמת).

$$\frac{40}{1.6x} + 1 = 3 + \frac{1}{4} + \frac{40-3x}{x+3}$$

בשעה יבא נפשו אך המשואה להיקבל...



$$\frac{25}{x} + 1 = 3 + \frac{1}{4} + \frac{40-3x}{x+3} \quad / -1$$

$$\frac{4 \cdot (x+3)}{25} = \frac{x \cdot (x+3)}{4} + \frac{4x}{40-3x} \quad / \cdot 4 \cdot x \cdot (x+3)$$

$$100(x+3) = 9x(x+3) + 4x \cdot (40-3x)$$

$$100x + 300 = 9x^2 + 27x + 160x - 12x^2$$

$$-3x^2 + 87x - 300 = 0 \quad /: (-3)$$

$$x^2 - 29x + 100 = 0$$

$$(x-4)(x-25) = 0$$

$x=4$ ok ~~$x=25$~~

$x=25$ נסמך מכיוון שמתקרה \Rightarrow אומר יצרן:

40-3x

הערה: לבה התל. לנצח קד' הספואל כיום הגיון: 4

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



? נציג $x=4$ בקילוי $\frac{25}{x}$
 שסימני היתוך סמיון הסעל קובע
 עבור זמן הנציגה הכולל גיור שני:

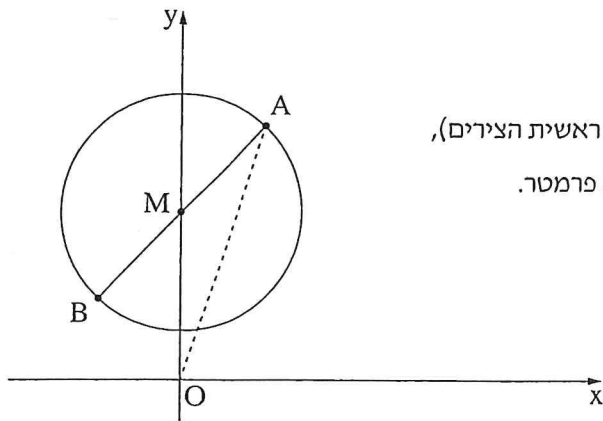
$$\frac{25}{4} = 6.25$$

זמן הנציגה ל הספורטאים במסלול
 כולו גיור שני: של ויקע לעור.



מתמטיקה, קיץ תש"ף, מס' 035481 + נספח

- 3 -



2. הנקודה M נמצאת על ציר ה- y , כמתואר בציור שלפניך.

הנקודה A נמצאת על מעגל שמרכזו בנקודה M.

נתון: משוואת הישר AO היא $y = 3x$ (הנקודה O היא ראשית הצירים),

משוואת הישר AM היא $y = x + 2a$. $a > 0$ הוא פרמטר.

א. הבע באמצעות a את שיעורי הנקודות M ו-A.

נתון: רדיוס המעגל הוא $\sqrt{32}$.

ב. מצא את a .

הצב את a שמצאת, וענה על הסעיפים ג-ד.

הנקודה B נמצאת על המעגל כך ש-AB הוא קוטר במעגל.

ג. מצא את שיעורי הנקודה B.

העבירו משיק למעגל בנקודה A. המשיק חותך את ציר ה- x בנקודה C.

ד. (1) חשב את שטח המשולש ABC.

(2) חשב את שטח המרובע ABOC.

פתרון שאלה 2

א. שיעורי הנקודה M:

הנקודה M נמצאת על ציר ה- y , לכן $x_M = 0$

משוואת הישר AM היא $y = x + 2a$

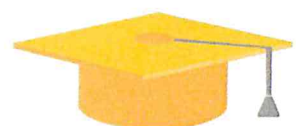
נציב $x_M = 0$ > משוואת הישר הנ"ל ונקבל: $y_M = 0 + 2a$

$M(0, 2a)$

המשקל הפתרון כזה הוא...

למידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



המשק בתוך סעיף א' ...
שיעורי הנקודה A:

נתון: משוואת הישר A היא $y = 3x$

משוואת הישר M היא $y = x + 2a$

נמצא את מערכת המשוואות הנ"ל:

$$3x_A = x_A + 2a$$

$$2x_A = 2a$$

$$x_A = a$$

$$y = 3x \Rightarrow y = 3a$$

$$y_A = 3a$$

$$A(a, 3a)$$

המשק בתוך סעיף א' ...

נמידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



ק. נתון = רדיוס המעגל הוא $\sqrt{32}$.
אורך צב שניה לאורך הקטע MA
 $MA = \sqrt{32}$

נסתמש בנוסחה למרחק בין שני נקודות =

$$\sqrt{(x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2} = \sqrt{32}$$

נציב:

$$\sqrt{(0 - a)^2 + (2a - 3a)^2} = \sqrt{32} \quad / ()^2$$

נפתור:

$$a^2 + a^2 = 32$$

$$2a^2 = 32$$

$$a^2 = 16 \quad / \sqrt{\quad}$$

(נתון $a > 0$) a = 4

המשק הימני כעת יתקבל...

נחידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



ד. נקודת $a=4$:

$$M(0, 2a) = (0, 8)$$

$$A(a, 3a) = (4, 12)$$

משוואת הישר AM :

$$y = x + 2a = x + 8$$

נקודת AB קוטרי המעגל -

שיעורי הנקודה B :

הנקודה $M(0, 8)$ מרכז המעגל נמצאת באמצע הקוטרי

נשואים בנוסחה באמצע הקוטרי :

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2}$$

$$y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$$

נקודת M :

$$0 = \frac{4 + x_B}{2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 8 = \frac{12 + y_B}{2} \end{array} \right.$$

נחש y_B :

$$0 = 4 + x_B$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 16 = 12 + y_B \end{array} \right.$$

$$x_B = -4$$

$$y_B = 4$$

$$\boxed{B(-4, 4)}$$

המשקל הפורמט של הנקודה



3. (1) האם נמשך את שיטתו הנקודה C.
נשמע קניין בסוף ובין שתיים למעלה
מאזן לרובים המעלה בקורה ההשקיה.

כלומר, מתקיים: $AB \perp AC$ זמין נקבע כי $m_{AB} \cdot m_{AC} = -1$
(שני השיפועים מוגדרים)
מתן השאלה נקבע כי משוואת הקוטר AB היא $y = 1 \cdot x + 8$
(הצבנו $a=4$)

מכך נסיק $m_{AB} = 1$

נציג בקטור של מכלול השיפועים $1 \cdot m_{AC} = -1$

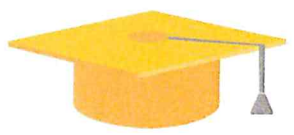
מכאן שני, לפי הגדרת השיפוע:

$$m_{AC} = \frac{y_c - y_A}{x_c - x_A}$$

C נתמנה על ציר ה-x לכן $y_c = 0$ (נציב):

$$-1 = \frac{0 - 12}{x_c - 4}$$

המשך החישוב במחבר יבא...



$$-1 = \frac{0-12}{x_c-4} \quad / \cdot (x_c-4)$$

$$-(x_c-4) = -12 \quad / \cdot (-1)$$

$$x_c - 4 = 12 \quad / +4$$

$$x_c = 16$$

$$C(16, 0)$$

נחשב את אורך הניצב AC ב- $\triangle ABC$ ישר הזווית:

$$AC = \sqrt{(x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2}$$

(נ.ב.)

$$AC = \sqrt{(4 - 16)^2 + (12 - 0)^2}$$

$$AC = 12\sqrt{2}$$

אורך הניצב AB - קוטרו הימני, שווה לפסגה אורך הניצב

$$AB = 2\sqrt{32}$$

(נ.ב. בנוסחה מחילה שטח משולש (המשולש ישר זווית):

$$S_{\triangle ABC} = \frac{AB \cdot AC}{2} = \frac{2\sqrt{32} \cdot 12\sqrt{2}}{2} = 96$$

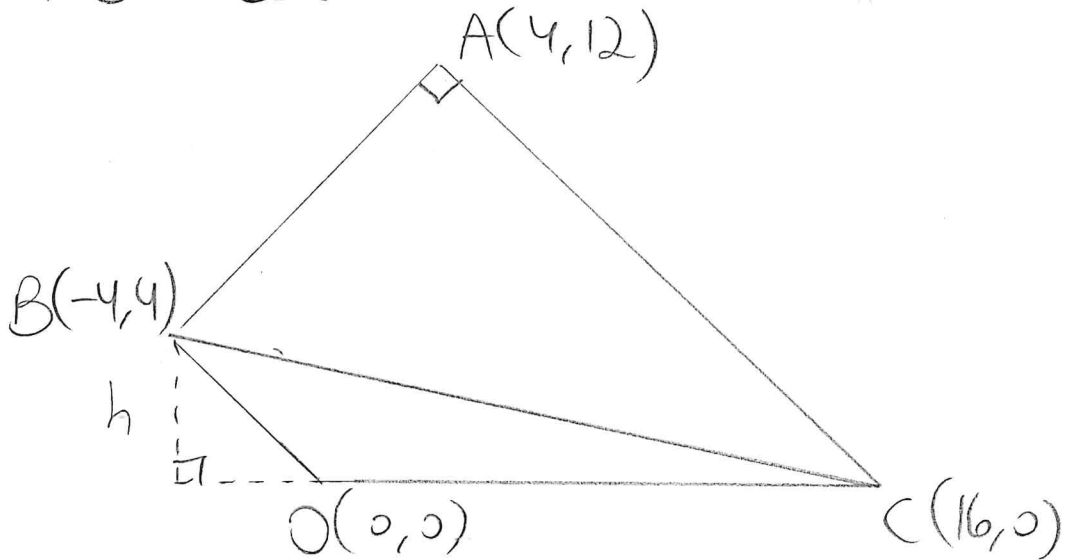


$$S_{ABOC} = ?$$

2. (2)

$$S_{ABOC} = S_{\triangle ABC} + S_{\triangle BOC}$$

מחזוריים:



נחשב את שטח המשולש BOC.

נריב גובה h מ-B למשך OC (יבא שהמשולש).

גובה = זכ שיהא למשולש ה-y של קו B: $h = y_B$

אורך קטע OC:

$$OC = x_C - x_O = 16$$

נציב בנוסחה למישוק שטח משולש:

$$S_{\triangle BOC} = \frac{h \cdot OC}{2} = \frac{4 \cdot 16}{2} = 32$$

שטח המשולש BOC:

$$S_{ABOC} = S_{\triangle ABC} + S_{\triangle BOC} = 96 + 32 = 128$$

נתייע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



3. בבית ספר תיכון גדול לחלק מן התלמידים יש מחשבים ניידים, ולשאר התלמידים אין מחשבים ניידים. אם בוחרים באקראי 3 תלמידים מבית הספר, ההסתברות שלשלושתם יהיה מחשב נייד היא 0.512.
- א. מהי ההסתברות שלתלמיד אחד (בן או בת) מבית הספר יהיה מחשב נייד?
נתון: מספר הבנות בבית הספר גדול פי $1\frac{1}{2}$ ממספר הבנים.
מחצית מן התלמידים שאין להם מחשב נייד הם בנים.
נבחר באקראי תלמיד מבית הספר (בן או בת).
- ב. מהי ההסתברות שהתלמיד שנבחר הוא בן שיש לו מחשב נייד?
ג. ידוע שנבחרה בת. מהי ההסתברות שיש לה מחשב נייד?
ד. נבחרו באקראי 2 תלמידים מבית הספר (מהבנים ומהבנות).
מהי ההסתברות שלפחות לאחד מהם (בן או בת) יש מחשב נייד?

פתרון:

א. נבנה טבלה לנסיגות הנכונות.

| | | | | | |
|---|---|---|---|--|--------------------------------|
| 0 | 1 | 2 | 3 | | p $P(\text{מחשב נייד})$ |
| 3 | 2 | 1 | 0 | | |
| | | | | | $1-p$ $P(\text{מחשב נייד})$ |

$$p^3 = 0.512$$

נבנה משוואה:

$$p = \sqrt[3]{0.512}$$

$$p = 0.8$$

↓

$$P(\text{מחשב נייד}) = 0.8$$



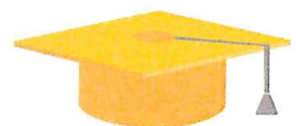
תיכון: - מטעמי היבנה דומה היסטוריה של $1\frac{1}{2}$ נקודות והתבוננות
- מחנכת מן הימנעות שבוץ אהב להתלבט נינו היה דנק.

ד) נדני טבלה (נו-מטעמי) לתיכון הימנעות.
ניענו דיקציה של סגל ה:

$$P(\text{מחנכת נינו}) = 0.8$$

| | מחנכת נינו | מחנכת נינו | |
|---|------------|------------|-----|
| | | | דנק |
| | | | דנק |
| 1 | 0.2 | 0.8 | |

$$P(\text{מחנכת נינו}) = 1 - 0.8 = 0.2$$



מספר היבנות גדול מהמספר הקטן כי $\frac{11}{2}$ מהמספר היבנות



סטיות:

$$P(\text{קטן}) = x$$



$$P(\text{גדול}) = 1.5x$$

כדי להימשק:

$$x + 1.5x = 1$$

$$2.5x = 1 \quad | :2.5$$

$$x = 0.4$$

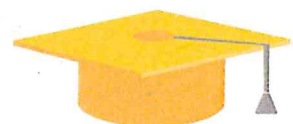


$$P(\text{קטן}) = x = 0.4$$

$$P(\text{גדול}) = 1.5x = 1.5 \cdot 0.4 = 0.6$$

נוכל להאמין:

| | היבנות למחלק ניבנות | קטן למחלק ניבנות | |
|-----|------------------------|---------------------|------|
| 0.4 | | | קטן |
| 0.6 | | | גדול |
| 1 | 0.2 | 0.8 | |



מהי ההסתברות שיש יותר מחמש נקודות?

↓

$$P(\text{יותר מחמש נקודות}) = 0.5$$

נניח A: יותר מחמש נקודות
B: הציון הוא 1 או 2

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

↓

$$\frac{P(\text{יותר מחמש נקודות} \cap \text{1 או 2})}{P(\text{יותר מחמש נקודות})} = 0.5$$

↓

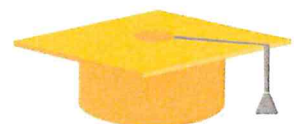
$$\frac{P(\text{יותר מחמש נקודות} \cap \text{1 או 2})}{0.2} = 0.5 \cdot 0.2$$

↓

$$P(\text{יותר מחמש נקודות} \cap \text{1 או 2}) = 0.1$$

↓

$$P(\text{יותר מחמש נקודות}) = 0.4 - 0.1 = 0.3$$



$$P(\text{יש מתקן ניגון} | \text{יש מתקן איון}) = 0.3$$

נאזר (טקל):

| | יש מתקן איון | יש מתקן ניגון | |
|-----|--------------|---------------|----|
| 0.4 | 0.1 | 0.3 | יש |
| 0.6 | 0.1 | 0.5 | יש |
| 1 | 0.2 | 0.8 | |

$$P(\text{יש מתקן ניגון} | \text{יש מתקן איון}) = 0.8 - 0.3 = 0.5$$

$$P(\text{אין מתקן ניגון} | \text{יש מתקן איון}) = 0.2 - 0.1 = 0.1$$

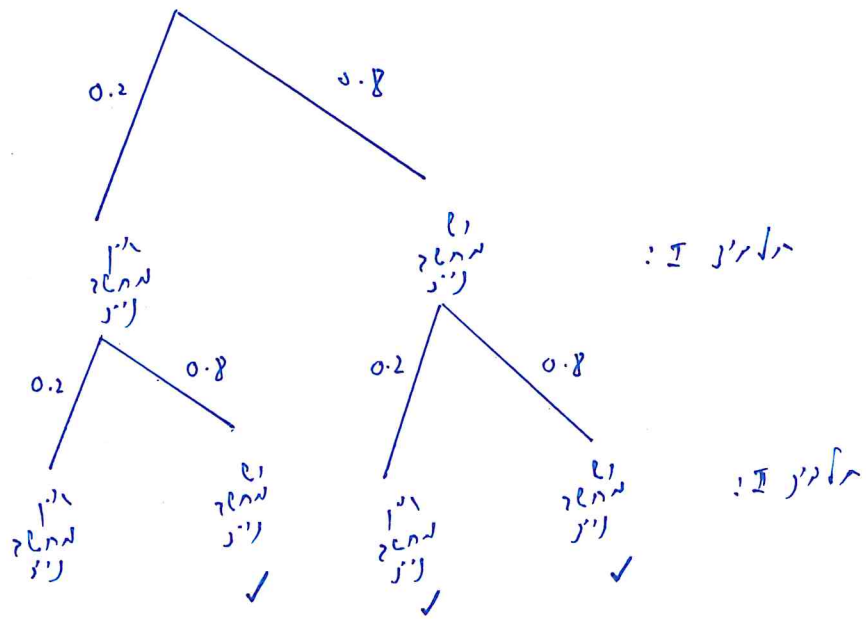
$$c) P(\text{יש מתקן ניגון} | \text{יש}) = \frac{P(\text{יש מתקן ניגון} \cap \text{יש})}{P(\text{יש})} = \frac{0.5}{0.6} = \frac{5}{6}$$

$$P(\text{יש מתקן ניגון} | \text{יש}) = \frac{5}{6}$$



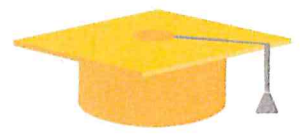
3)

נדונה נייקוטה על.



$$P(\text{אין ואין או אין ויש}) = 1 - 0.2 \cdot 0.2 = 0.96$$

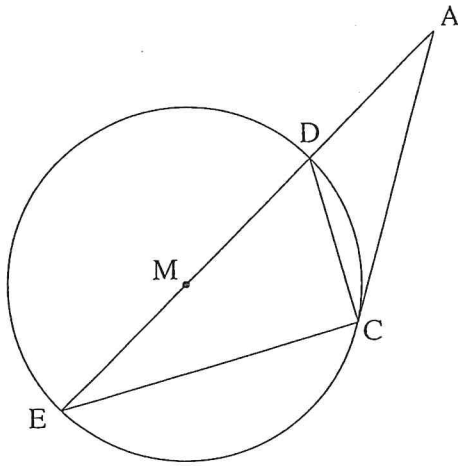
$$P(\text{אין ואין או אין ויש}) = 0.96$$



4. נתון מעגל שמרכזו M.

מן הנקודה A שמחוץ למעגל העבירו ישר המשיק למעגל בנקודה C, וישר נוסף העובר דרך הנקודה M וחותך את

המעגל בנקודות D ו-E, כמתואר בציור.



א. הוכח: $\triangle ADC \sim \triangle ACE$.

ב. הוכח: $\angle ACD = \angle MCE$.

ג. הוכח: $\angle MCA = \angle ECD$.

ד. נתון: $MD = DA$.

הוכח כי המשולש MCD הוא שווה צלעות.

פתרון:

הוכחה

① AC ש"ק

② $\angle CAD = \angle CAE$ (חיתוך)

③ $\angle CAD = \angle CAE$

④ $\angle ACD = \angle AEC$

⑤ $\triangle ADC \sim \triangle ACE$

ש"ק

⑥ נקודת רציוס M C M

⑦ $\angle MEC = \angle MCE$

⑧ $\angle ACD = \angle MCE$

ש"ק

נימוק

נתון

נתון

כל אורג שווה אקומ

ש"ק בין ש"ק אחר... אפי

משפט רמיון S.S אפי ד"ר

בנייה גפר (ראו שרטוט)

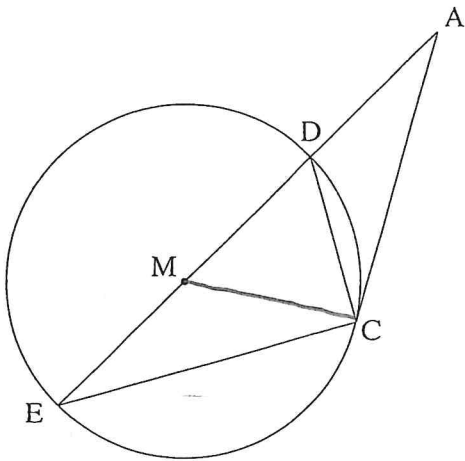
בעמוד הבא

מהו ק"ק שווה בשו"ס

ע"מ מונחה ש"ק ש"ק

כל התקפה. אפי מ, ד





נימוק

סיקור 5/11

סיקור 5/11

סיקור 5/11
לפי 8, 9, 10

נתון

האזנה תיכון לבית
שליש בין משולב לבין
רצפים או נדון הישיר
היא בת 90°

טעם

$$\angle ECD = \angle ECM + \angle MCD \quad (9)$$

$$\angle MCA = \angle ACD + \angle MCD \quad (10)$$

$$\angle MCA = \angle ECD \quad (11)$$

נ.ש.ל

$$MD = DA \quad (12)$$

$$CD \text{ תיכון } \Delta ACM \quad (13)$$

$$\angle ACM = 90^\circ \quad (14)$$



נילוז

במשולש ישר זווית יכוון
איבר שאלה זמורה היתר!

זכי 13, 14

זכי 15,

זכי 16

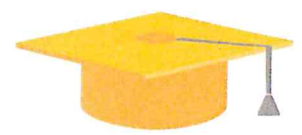
טגנס

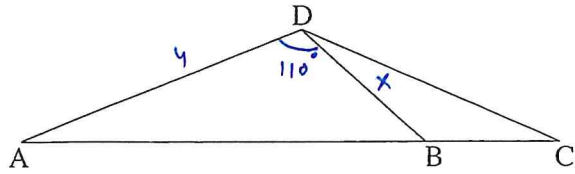
$CD = MD = DA$ (15)

$CD = MD = MC = R$ (16)

$CD = MD = MC = R$ (17)

~ יעל 3





5. במשולש ADC הנקודה B נמצאת על הצלע AC (ראה ציור).

נתון: $AD = 4$, $\angle ADB = 110^\circ$,

שטח המשולש ADB הוא 5.

א. חשב את אורך הקטע BD.

ב. מצא את גודל הזווית DBA.

נתון: האורך של רדיוס המעגל החוסם את המשולש BDC הוא 3.

ג. חשב את אורך הצלע DC.

פתרון:

א) נסמן: $x = BD$

ניצור קוסינוס לחצי מהשטח כדי שיהיה לנו שטח של קוסינוס.

$$S = \frac{a \cdot b \cdot \sin \alpha}{2}$$

לכן משוואה:

$$\frac{2}{5} = \frac{4 \cdot x \cdot \sin 110^\circ}{2} \cdot 1/2$$

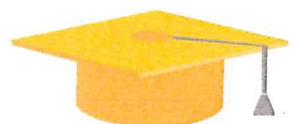
$$10 = 4x \sin 110^\circ$$

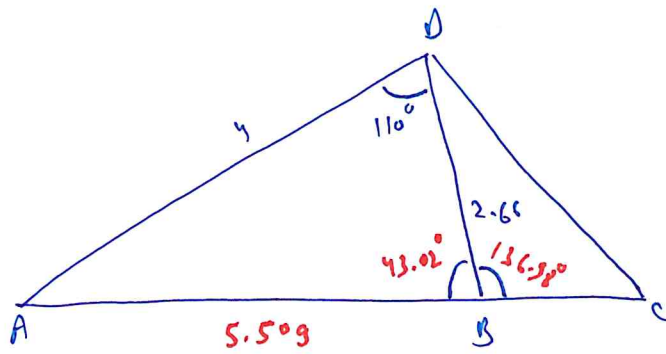
$$10 = 3.759x \quad | : 3.759$$

$$x = 2.66$$



$$\boxed{BD = 2.66}$$





ΔADB:

ניצניו (גלגל) הייניקטיון ארנגל גר ב אב .

$$AB^2 = 4^2 + 2.66^2 - 2 \cdot 4 \cdot 2.66 \cdot \cos 110^\circ$$

$$AB^2 = 30.35$$

$$AB = \sqrt{30.35}$$

$$AB = 5.509$$

ניצניו (גלגל) הייניקטיון ארנגל בורר ΔDBA .

$$\frac{4}{\sin \angle DBA} = \frac{5.509}{\sin 110^\circ}$$

$$\sin \angle DBA = \frac{4 \cdot \sin 110^\circ}{5.509}$$

$$\angle DBA = 43.02^\circ$$



הינן: הנגזרים והקצקן (ההיסק) ל ΔBOC היא 3.

(2)

$$\angle DBC = 180^\circ - \angle DBA =$$

$$= 180^\circ - 63.62^\circ = 116.38^\circ$$

(צוויה בגינה סכומן 180°)

ΔBOC :

(יעטר כעטר) (טולטול) : $\frac{a}{\sin \alpha} = 2R$

↓

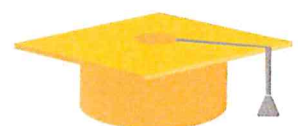
$$\frac{BC}{\sin \angle DBC} = 2R$$

↓

$$\frac{BC}{\sin 116.38^\circ} = 2 \cdot 3$$

$$\frac{BC}{\sin 116.38^\circ} = 6 \cdot \sin 116.38^\circ$$

$$\boxed{BC = 4.093}$$



6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x-1}{x^2-4x-a}$. a הוא פרמטר.

נתון כי אחת מן האסימפטוטות האנכיות של הפונקציה $f(x)$ היא $x = -1$.

א. מצא את a .

הצב $a = 5$ וענה על הסעיפים ב-ה.

ב. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) כתוב את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

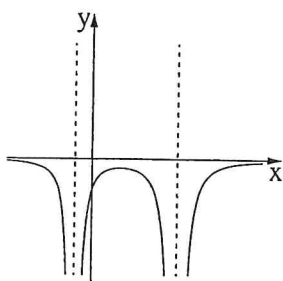
(4) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

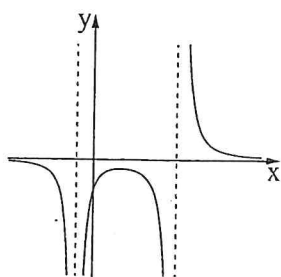
ג. מצא את משוואות האסימפטוטות של פונקציית הנגזרת, $f'(x)$, המאונכות לצירים.

ד. קבע איזה מארבעת הגרפים הנתונים בסוף השאלה (I-IV) הוא הגרף של פונקציית הנגזרת, $f'(x)$. נמק.

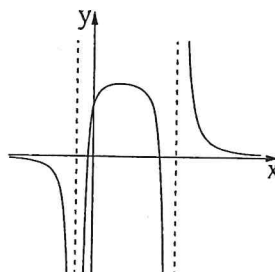
ה. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = 0$ ו- $x = 4$.



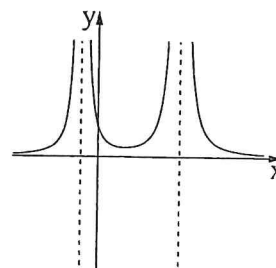
IV



III



II



I

א. מצאתי הפירמטר a :

$x = -1$ מאפס את מכנה הפונקציה:

$$(-1)^2 - 4 \cdot (-1) - a = 0$$

$$1 + 4 = a$$

$$\boxed{a = 5}$$



$$f(x) = \frac{x-1}{x^2-4x-5}$$

ק. (צ"ק $a=5$ ספונקציה):

1) תחום הגדרה

$$x^2 - 4x - 5 \neq 0$$

$$x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4 \cdot 1 \cdot (-5)}}{2} \quad \left\{ \begin{array}{l} x_1 = 5 \\ x_2 = -1 \end{array} \right.$$

$$\boxed{x \neq 5, x \neq -1}$$

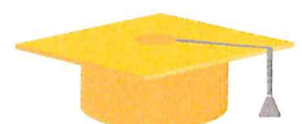
2) $\boxed{\begin{array}{l} \text{אסימטוטה אנכיות:} \\ x=5, x=-1 \\ \text{אסימטוטה אופקית:} \\ y=0 \end{array}}$

$$3) f'(x) = \frac{1 \cdot (x^2 - 4x - 5) - (x-1)(2x-4)}{(x^2 - 4x - 5)^2}$$

$$f'(x) = \frac{x^2 - 4x - 5 - (2x^2 - 4x - 2x + 4)}{(x^2 - 4x - 5)^2}$$

$$f'(x) = \frac{x^2 - 4x - 5 - 2x^2 + 6x - 4}{(x^2 - 4x - 5)^2}$$

$$f'(x) = \frac{-x^2 + 2x - 9}{(x^2 - 4x - 5)^2}$$



$$f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{-x^2 + 2x - 9}{(x^2 - 4x - 5)^2} = 0$$

$$-x^2 + 2x - 9 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-9)}}{-2}$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{-32}}{-2}$$

אין פתרון ראשוני - לא ניתן לחזות שיש נקודות
מאספר שלילי.

↓
אפוקציה אין נקודות קיצון.

| x | (-2) | -1 | (0) | 5 | (6) |
|----|------|-----|-----|-----|-----|
| y' | - | /// | - | /// | - |
| y | ↓ | /// | ↓ | /// | ↓ |

(צדק לרכיב בנייב קיצות מאצות תמונה תלוי/רובה.
(צדק קאונה הנצרת קצת כיוון שהאניה סהכמ חלבו ;

$$f'(-2) = -(-2)^2 + 2 \cdot (-2) - 9 = \ominus$$

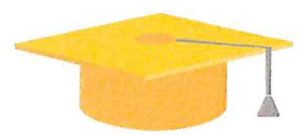
$$f'(0) = -0^2 + 2 \cdot 0 - 9 = \ominus$$

$$f'(6) = -6^2 + 2 \cdot 6 - 9 = \ominus$$

הפוקציה יורדת בתחומים: $x < -1, -1 < x < 5, x > 5$
הפוקציה אינה עולה.

נמידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



4) נקודות חיתוך עם ציר x:

$$\frac{x-1}{x^2-4x-5} = 0$$

$$x-1=0$$

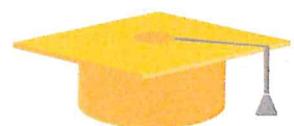
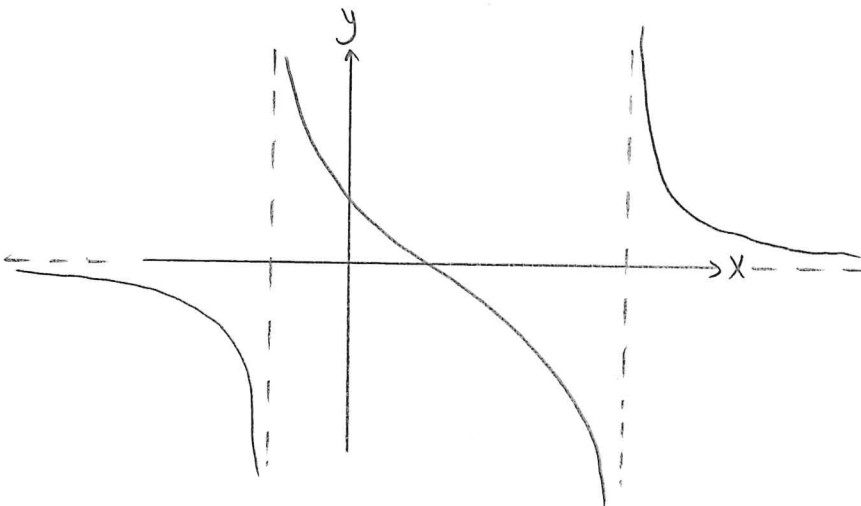
$$\boxed{x=1} \rightarrow \boxed{(1,0)}$$

נקודת חיתוך עם ציר y:

$$f(0) = \frac{0-1}{0^2-4\cdot 0-5} = \frac{1}{5} \rightarrow \boxed{\left(0, \frac{1}{5}\right)}$$

סכום,
חיתוך עם ציר x : $(1,0)$
חיתוך עם ציר y : $\left(0, \frac{1}{5}\right)$

5) סכינה של $f(x)$:

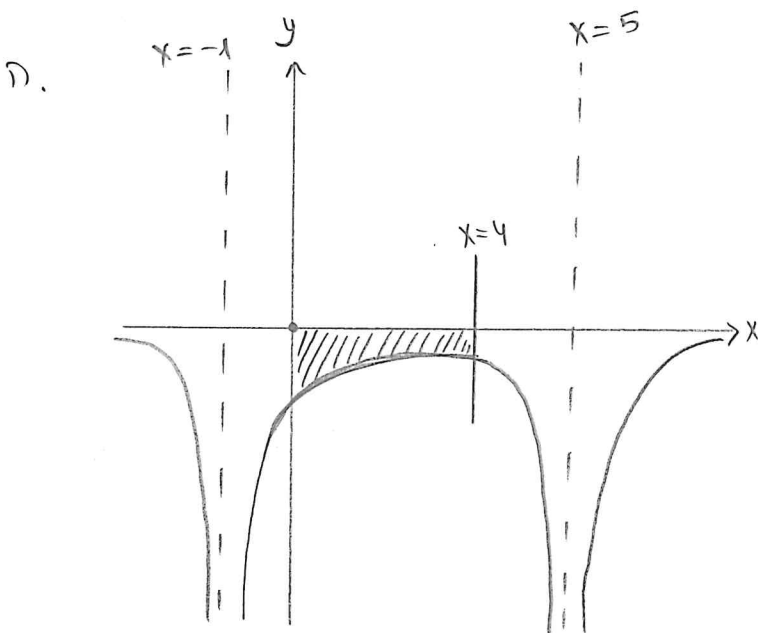


ז.
$$f'(x) = \frac{-x^2 + 2x - 9}{(x^2 - 4x - 5)^2}$$

אסימטוטה אנכית: $x = -1, x = 5$
אסימטוטה אופקית: $y = 0$

ב. לא פי חוקי הקשר בין הפונקציה הנצורה, אלא $f(x)$ יורדת בטווח הפתיחה. אם $f(x)$ שואבת בטווח זה, אז $\int f'(x)$ הינו חיובי כמו $f'(x)$ מקינות תנאי זה.

אסימט, אז $\int f'(x)$ מייצג את $f(x)$



ניגודי קצרה $\int f'(x)$ אף מניח -
פונקציה אחר הפסח המאוקס -
הפסח המאוקס:

$$\int_0^4 (0 - f'(x)) dx = -f(x) \Big|_0^4$$

$$\underline{x=4} : -f(4) = -\frac{4-1}{4^2-4\cdot4-5} = \frac{3}{5}$$

$$\underline{x=0} : -f(0) = -\frac{0-1}{0^2-4\cdot0-5} = -\frac{1}{5}$$

אוקס $S = \frac{3}{5} - (-\frac{1}{5}) = \frac{4}{5}$



מתמטיקה, קיץ תש"ף, מס' 035481 + נספח

- 6 -

7. נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{-2x^4 + 16x^2 + 18}$ שתחום הגדרתה הוא $-3 \leq x \leq 3$.

א. (1) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

תוכל להשאיר שורש בתשובתך.

(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. כמה נקודות חיתוך יש לישר $y = 5$ עם גרף הפונקציה $f(x)$? נמק.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $-f(x)$.

א. מצא את נקודות קיצון (פנימיות וקצה) :

$$f(3) = \sqrt{-2 \cdot 3^4 + 16 \cdot 3^2 + 18} = 0 \Rightarrow (3, 0)$$

$$f(-3) = \sqrt{-2 \cdot (-3)^4 + 16 \cdot (-3)^2 + 18} = 0 \Rightarrow (-3, 0)$$

$$f'(x) = \frac{-8x^3 + 32x}{2\sqrt{-2x^4 + 16x^2 + 18}} = 0$$

$$-8x^3 + 32x = 0$$

$$-8x(x^2 - 4) = 0$$

$$-8x = 0$$

$$x = 0$$

$$x^2 - 4 = 0$$

$$x^2 = 4$$

$$x = 2$$

$$x = -2$$

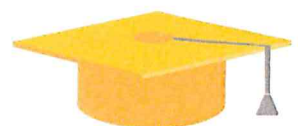
$$f(0) = \sqrt{-2 \cdot 0^4 + 16 \cdot 0^2 + 18} = 3\sqrt{2} \Rightarrow (0, 3\sqrt{2})$$

$$f(2) = \sqrt{-2 \cdot 2^4 + 16 \cdot 2^2 + 18} = 5\sqrt{2} \Rightarrow (2, 5\sqrt{2})$$

$$f(-2) = \sqrt{-2 \cdot (-2)^4 + 16 \cdot (-2)^2 + 18} = 5\sqrt{2} \Rightarrow (-2, 5\sqrt{2})$$

נמסר על פסיכומטרי
יואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



אציאת סוג הקיצון בעזרת טבלת חזיה/ורופה:

| | | | | | | | | | |
|----|----|--------|-----|------|-----|-----|-----|-------|---|
| x | -3 | (-2.5) | -2 | (-1) | 0 | (1) | 2 | (2.5) | 3 |
| y' | | + | 0 | - | 0 | + | 0 | - | |
| y | 0 | ↗ | 5√2 | ↘ | 3√2 | ↗ | 5√2 | ↘ | 0 |

הצבת ערכי מינוס במצבת - וניוץ. ארזיק סמונה בלפד, כיוון שהמנה
בהפרח חיובי:

$$f'(-2.5) = -8 \cdot (-2.5)^3 + 32 \cdot (-2.5) = (+)$$

$$f'(-1) = -8 \cdot (-1)^3 + 32 \cdot (-1) = (-)$$

$$f(1) = -8 \cdot (1)^3 + 32 \cdot 1 = (+)$$

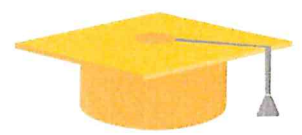
$$f'(2.5) = -8 \cdot (2.5)^3 + 32 \cdot 2.5 = (-)$$

אסימט, נקודות הקיצון הן:

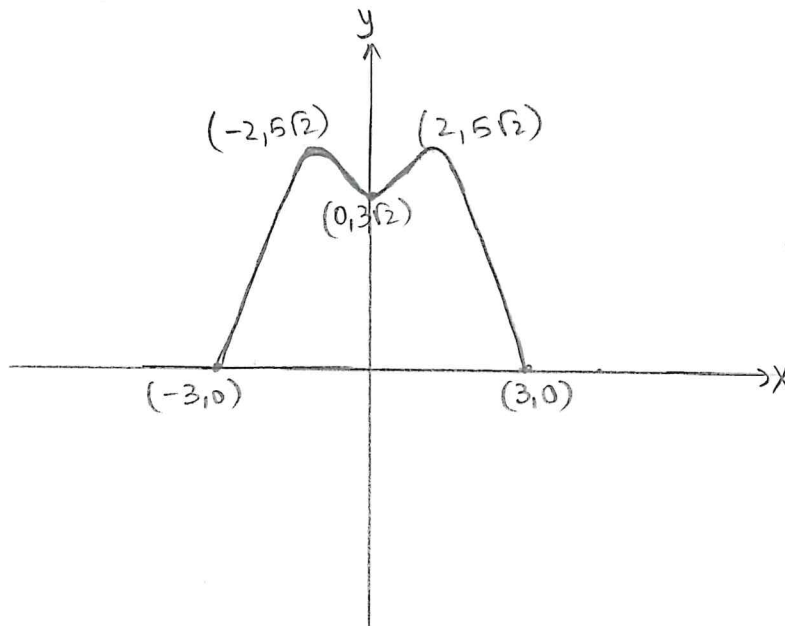
- min קצה (-3, 0)
- max (-2, 5√2)
- min (0, 3√2)
- max (2, 5√2)
- min קצה (3, 0)

(2) תחומי חזיה וורופה:

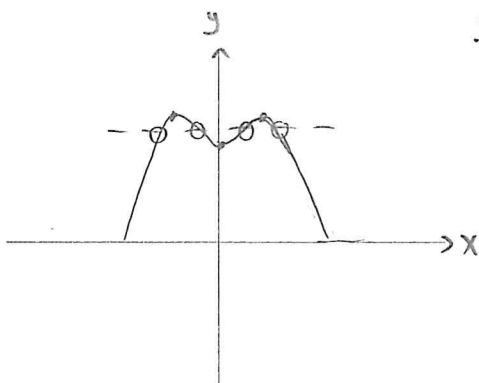
| | |
|------------------------|--------|
| -3 < x < -2, 0 < x < 2 | חזיה: |
| -2 < x < 0, 2 < x < 3 | ורופה: |



ב. שכתובת זכר הפונקציה $f(x)$;



ג. הישר $y=5$ חותך את הפונקציה $f(x)$ פעמים כיוון שאזור בין נקודות המאקסימום לבין נקודות המינימום הפנימיות שלה.

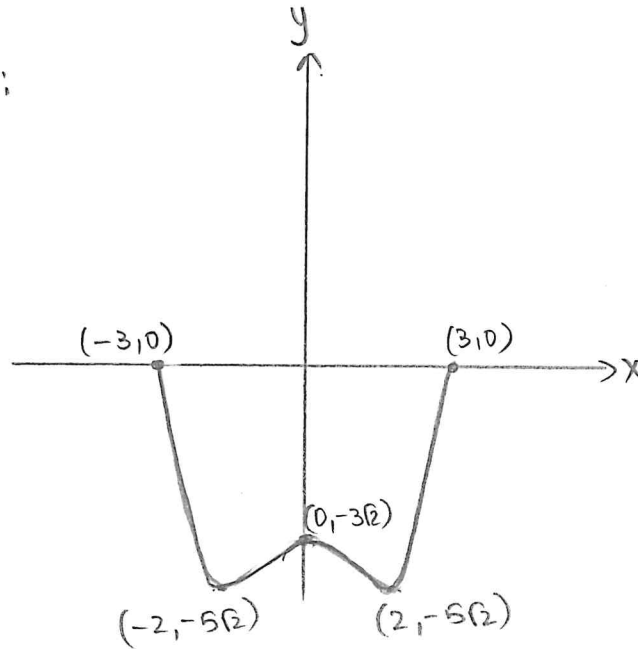


ד. (נתון):
 $g(x) = -f(x)$

כאשר הפונקציה $f(x)$ עבור x בפונקציה $f(x)$, שיעורי ה- y אופייניים ק: (-ג) תחומי הפאזה והחיוביים אתחלפויס ונקודות הקיצון אתחלפויס קז הן כמציבה מק



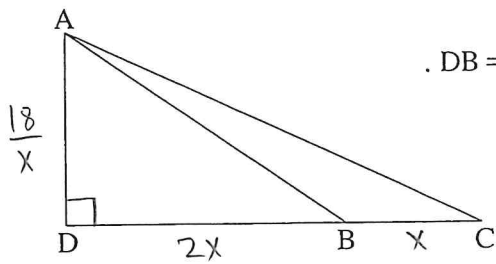
$g(x)$:



נמידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תחפשו עליה.





8. נתון משולש ישר זווית ADC ($\angle ADC = 90^\circ$).

מן הנקודה A העבירו ישר החותך את הצלע DC בנקודה B כך ש- $DB = 2BC$.

נתון: שטח המשולש ABC הוא 9.

נסמן: $BC = x$.

א. הבע באמצעות x את אורך הגובה לצלע BC במשולש ABC .

ב. מצא את הערך של x שעבורו AB^2 הוא מינימלי. נמק.

(ניתן)

$\angle ADC = 90^\circ$
 $BC = x$

$DB = 2BC \Leftrightarrow DB = 2x$; נסמן u

$S_{\triangle ABC} = 9 \Leftrightarrow$ נקודה B על BC משולש ABC הוא Δ חזונית AD ;

א. $\frac{AD \cdot x}{2} = 9$

$AD \cdot x = 18$

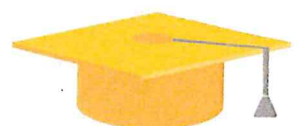
$AD = \frac{18}{x}$

ב. $f(x) = AB^2$

$AB^2 = \left(\frac{18}{x}\right)^2 + (2x)^2$ לפי משפט פיתגורס:

$AB^2 = \frac{324}{x^2} + 4x^2$

$f(x) = \frac{324}{x^2} + 4x^2$ פונקציות המטרה:



$$f'(x) = \frac{0 \cdot x^2 - 324 \cdot 2x}{x^4} + 8x$$

$$f'(x) = -\frac{648x}{x^4} + 8x$$

$$f'(x) = -\frac{648}{x^3} + 8x$$

$$f'(x) = 0 \implies \frac{-648}{x^3} + 8x = 0 \quad | \cdot x^3$$

$$-648 + 8x^4 = 0$$

$$8x^4 = 648 \quad | :8$$

$$x^4 = 81 \quad | \sqrt[3]{\quad}$$

$$\boxed{x_1 = 3} \qquad x_2 = -3$$

(נסו כיוון שאורך
של צלע הינו חיובי
חיובי.)

(בבדיקת סוג הקיבוק לקור $x=3$:

| | | | |
|----|-----|---|-----|
| x | (1) | 3 | (4) |
| y' | - | 0 | + |
| y | ↓ | | ↑ |

$$f'(1) = \frac{-648}{1^3} + 8 \cdot 1 = \ominus$$

$$f'(4) = \frac{-648}{4^3} + 8 \cdot 4 = \oplus$$

אופטימ, לקור $x=3$ AB^2 הוא מינימלי

נמידע ענל פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תחפשו עליה.

