

פתרון הבחינה

במתמטיקה

קיץ תש"פ, 2020, שאלון: 35382

מוגש ע"י צוות מורי המתמטיקה של "יואל גבע"

נמידע על פסיכומטרי
ביזאל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



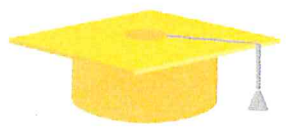
אלגברה

1. מחיר של ממתק בחנות מסוימת הוא x שקלים. מחיר של חטיף באותה החנות גבוה ב- 1.5 שקלים מן המחיר של הממתק.
- בחנות אורזים את הממתקים והחטיפים בשקיות אדומות ובשקיות צהובות.
- בשקית האדומה יש 2 חטיפים ו- 2 ממתקים.
 - בשקית הצהובה יש 3 חטיפים וממתק אחד.
- א. (1) הבע באמצעות x את המחיר הכולל של המוצרים בשקית האדומה.
(2) הבע באמצעות x את המחיר הכולל של המוצרים בשקית הצהובה.
- נתון: המחיר הכולל של המוצרים ב- 43 שקיות אדומות שווה למחיר הכולל של המוצרים ב- 38 שקיות צהובות.
- ב. מצא מהו מחיר הממתק ומהו מחיר החטיף.
ג. (1) מהו המחיר הכולל של המוצרים בשקית הצהובה?
(2) בכמה אחוזים המחיר הכולל של המוצרים בשקית האדומה נמוך יותר מן המחיר הכולל של המוצרים בשקית הצהובה?
בתשובתך דייק 2 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

1 א. (1) מחיר ממתק - x שקלים
מחיר חטיף גבוה ממנו ב 1.5 ש"ח, ולכן
מחיר חטיף הוא $x+1.5$.

בשקית האדומה יש 2 חטיפים שמחירם x כל אחד
אחד הוא $x+1.5$, ולכן המחיר הכולל של
החטיפים הוא $2(x+1.5)$.

בשקית הצהובה יש 2 ממתקים שמחירם x כל אחד
אחד מהם הוא x , ולכן המחיר הכולל של



הממתקים הווא 2x.

ניתן לזכור את הנתונים בטבלה:

סוג	כמות	מחיר ז'אנר	
2x	2	x	ממתק
2(x+1.5)	2	x+1.5	הסקו

המחיר הכולל של המוצרים בטקסט הוא:

$$2x + 2(x + 1.5) = 2x + 2x + 3 = 4x + 3$$

הטבלה: המחיר הכולל של המוצרים בטקסט הוא $4x + 3$

(2) בטקסט הציגנו כי יש 3 ג'ליפים שמחיר כל אחד מהם

הוא $x + 1.5$, ולכן מחיר הכולל הוא $3(x + 1.5)$.

בטקסט הציגנו כי יש מתקן אחד שמחירו x .

ניתן לזכור את הנתונים בטבלה:



סוג	כמות	מחיר יחיד	
X	1	X	ממתק
$3(x+1.5)$	3	$x+1.5$	הטופ

המחיר הכולל של המוצרים בטקסט הזה הוא

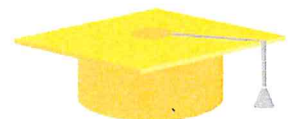
$$X + 3(x+1.5) = X + 3x + 4.5 = 4x + 4.5$$

ישנן 2: המחיר הכולל של המוצרים בטקסט הזה הוא $4x + 4.5$

ה. עדין סעיף א המחיר הכולל של המוצרים בטקסט הזה הוא $4x + 4.5$ וכן המחיר הכולל של 43 טקסט אצומה הוא $43(4x + 4.5)$.

עדין סעיף ב המחיר הכולל של המוצרים בטקסט הזה הוא $4x + 4.5$ וכן המחיר הכולל של 38 טקסט אצומה הוא $38(4x + 4.5)$.

ניתן לכתוב את העניין בטבלה:



סוג	כמות	מחיר יחיד	שם
$43(4x+3)$	43	$4x+3$	סקיט אצומה
$38(4x+4.5)$	38	$4x+4.5$	סקיט צהובה

עכ"פ הנטן המחיר הכולל של המוצרים - 43 סקיט
 אצומה שונה מחיר הכולל של המוצרים - 38 סקיט צהובה
 ונניח:

$$43(4x+3) = 38(4x+4.5)$$

$$172x + 129 = 152x + 171$$

$$172x - 152x = 171 - 129$$

$$20x = 42$$

$$x = \frac{42}{20} = 2.1$$

$x = 2.1$ מחיר המטק הוא

$x + 1.5 = 2.1 + 1.5 = 3.6$ מחיר הסוף הוא

מחיר המטק - 2.1	סקיט
מחיר הסוף - 3.6	סקיט

תשובה:



ע (4) בסוף סך מצאנו שמחיר המוצרים בטקס
 צהובה אחר הוא $4x + 4.5$,
 נצק $x = 2.1$ ונקבל:
 $4 \times 2.1 + 4.5 = 12.9$

טענה: המחיר הכולל של המוצרים בטקס
 צהובה אחר הוא 12.9 שקלים

(2) המחיר הכולל של המוצרים בטקס אדומה הוא
 $4x + 3$ שיהיה סוף סך
 נצק $x = 2.1$ ונקבל $4 \times 2.1 + 3 = 11.4$

ההפרש בין המחיר הכולל של המוצרים בטקס הצהובה
 לבין המחיר בטקס האדומה הוא:

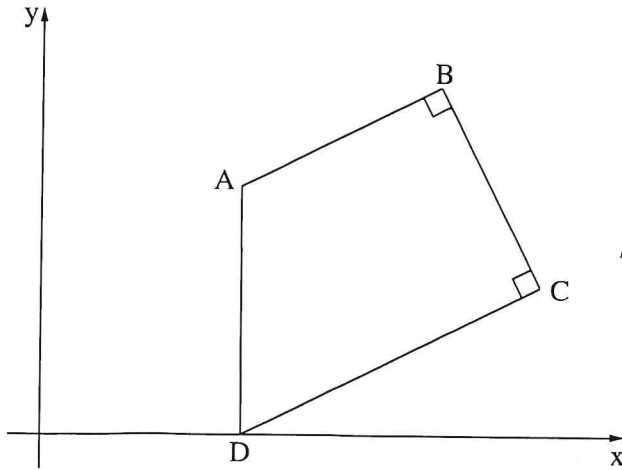
$$12.9 - 11.4 = 1.5$$

(מצא) הבדל אחוזי נמוך המחיר בטקס האדומה
 אל המחיר בטקס הצהובה:

$$\frac{1.5}{12.9} \times 100 = 11.63\% \quad \boxed{11.63\%}$$

טענה: 11.63%





2. המרובע ABCD ($AB \parallel DC$) הוא טרפז ישר זווית. $\angle ABC = \angle BCD = 90^\circ$, כמתואר בציור שלפניך.

בסיסי הטרפז מונחים על הישרים:

(i) $y = \frac{1}{2}x - 2$; (ii) $y = \frac{1}{2}x + 3$

א. איזו משתי משוואות הישרים מתאימה לבסיס AB, ואיזו מתאימה לבסיס DC?

נתון: B(8,7).

- ב. (1) מצא את משוואת הצלע BC.
- (2) מצא את שיעורי הקודקוד C.

נתון: הקודקוד D נמצא על ציר ה-x.

הצלע AD מאונכת לציר ה-x.

- ג. (1) מצא את שיעורי הקודקוד D.
- (2) מצא את שיעורי הקודקוד A.

ד. הראה כי המשולש ABC הוא שווה שוקיים.

א. הישרים AB ו-CD הם ישרים מקבילים ולכן הם קבלי אלוט סינוס. ההקדח ביניהם הוא זווית, הנקודה החילוק שלהם עם ציר ה-y.

הישר AB חותק את ציר ה-y בחלק החילוקי, והישר CD חותק את ציר ה-y בחלק השלילי.

הישר (i) $y = \frac{1}{2}x - 2$ חותק את ציר ה-y בקוארד (0,-4) ולכן הוא מתאים ל-CD.

הישר (ii) $y = \frac{1}{2}x + 3$ חותק את ציר ה-y בקוארד (0,3) ולכן הוא מתאים ל-AB.



ישר (i) $y = \frac{1}{2}x - 2$ מתאים ל-CD
 ישר (ii) $y = \frac{1}{2}x + 3$ מתאים ל-AB

תשובה:

ק. (א) נמצא את השיפוע של BC.
 BC מאונק ל-AB ולכן אנכי לעל שפועה שווה ל-1-1-1
 השיפוע של BC הוא הפוך וישרי של ה-1-1-1.

$$m_{AB} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} \cdot m_{BC} = -1$$

$$m_{BC} = -\frac{1}{\frac{1}{2}} = -2$$

צ'ק א'

$$m = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{הנכפ}} \frac{2}{1} \xrightarrow{\text{לפני}} -2$$

צ'ק ב'

נמצא את משוואת BC באמצעות הנקודה B(8,7) ושיפוע $m = -2$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

נציב בנסחה משוואת הישר

$$y - 7 = -2(x - 8)$$

$$y - 7 = -2x + 16$$

$$y = -2x + 16 + 7$$



$$y = -2x + 23$$

מטופה: $y = -2x + 23$ הוא BC המשולש

(2) הנקודה C היא נקודת חיתוך בין הישרים BC ו-CD, ולכן נפתור את מערכת המשולש שלו הישרים:

BC: $y = -2x + 23$

CD: $y = \frac{1}{2}x - 2$

$$\begin{cases} y = -2x + 23 \\ y = \frac{1}{2}x - 2 \end{cases}$$

$$-2x + 23 = \frac{1}{2}x - 2$$

$$-2x - \frac{1}{2}x = -2 - 23$$

$$-2\frac{1}{2}x = -25 \quad /: -2\frac{1}{2}$$

$$x = 10$$

נציב $x=10$ קאטר המשולש:

$$y = -2x + 23$$

$$y = -2 \cdot 10 + 23 = 3$$

מטופה: $C(10, 3)$



8. (1) הנקודה D נמצאת על ציר x ולכן $y=0$
(ציר $y=0$ במערכת היישר CD)

$$\begin{aligned} CD: \quad y &= \frac{1}{2}x - 2 \\ 0 &= \frac{1}{2}x - 2 \\ -\frac{1}{2}x &= -2 \quad /: -\frac{1}{2} \\ x &= 4 \end{aligned}$$

תשובה: $D(4, 0)$

(2) עדיי הנתיב AD מאונק צבוי x ולכן:

$$x_A = x_D = 4$$

(ציר $x=4$ במערכת היישר AB):

$$\begin{aligned} AB: \quad y &= \frac{1}{2}x + 3 \\ y &= \frac{1}{2} \cdot 4 + 3 \\ y &= 5 \end{aligned}$$

תשובה: $A(4, 5)$



3. נראה שהצלע AB - 1 BC שווה האליוטן,
בגובה נוסף האותיות.

$$d_{AB} = \sqrt{(4-8)^2 + (5-7)^2} = \sqrt{20} = 4.472$$

A(4,5)

B(8,7)

$$d_{BC} = \sqrt{(8-10)^2 + (7-3)^2} = \sqrt{20} = 4.472$$

B(8,7)

C(10,3)

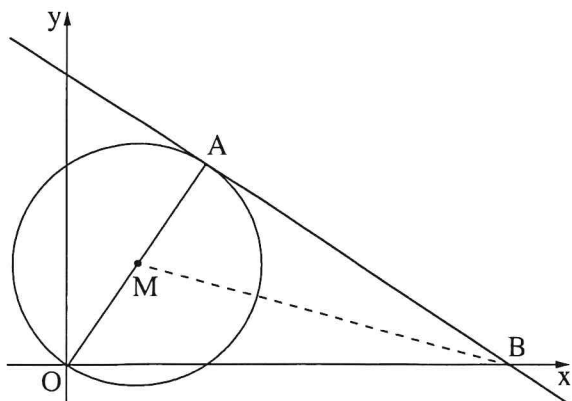
$$AB = BC$$

אכן האטות ABC הוא שווה טוק"פ.

$$AB = BC = \sqrt{20} = 4.472$$

ונטובה!





3. בסרטוט שלפניך מתואר מעגל שמרכזו בנקודה $M(2,3)$.
- א. מצא את משוואת המעגל.
 - ב. נתון כי OA הוא קוטר במעגל. מצא את שיעורי הנקודה A .
 - ג. מצא את משוואת הישר המשיק למעגל בנקודה A .
 - ד. הישר, שאת משוואתו מצאת בסעיף ג, חותך את ציר ה- x בנקודה B .
 - ה. חשב את שטח המשולש ABM .

א. כדי למצוא את משוואת המעגל יש לדעת את מרכז המעגל ואת רדיוסו.

מרכז המעגל נתון $M(2,3)$

רדיוס המעגל הוא המרחק MO

$M(2,3)$
 $O(0,0)$

$$d_{MO} = \sqrt{(2-0)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{13} = 3.6055$$

משוואת המעגל היא $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$

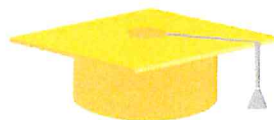
$R = \sqrt{13} = 3.6055$

כדי לאתר הנקודה M במשוואת המעגל

$$(x-2)^2 + (y-3)^2 = (\sqrt{13})^2$$

$M(2,3)$

$a=2$
 $b=3$



$$(x-2)^2 + (y-3)^2 = 13$$

תשובה: משוואת הנימט

$$(x-2)^2 + (y-3)^2 = 13$$

קוטרו OA קטן הנקודה M היא אמצע הקטע AO .

מצא את A באמצעות נוסחת אמצע קטע:

$$x_M = \frac{x_A + x_O}{2}$$

$$M(2,3)$$

$$2 = \frac{x_A + 0}{2} \quad / \cdot 2$$

$$O(0,0)$$

$$4 = x_A + 0$$

$$x_A = 4$$

$$y_M = \frac{y_A + y_O}{2}$$

$$3 = \frac{y_A + 0}{2} \quad / \cdot 2$$

$$6 = y_A + 0$$

$$y_A = 6$$

$$A(4,6)$$

תשובה:



ג. נמצא את שטוח המשיק.
המשיק מאלנק לרציוס הקטן צבת ההטקה, ולכן
המשיק מאלנק לרציוס AM.
נמצא את שטוח הרציוס AM

$$A(4,6) \quad M_{AM} = \frac{6-3}{4-2} = \frac{3}{2}$$

$$M(2,3)$$

מכיוון שהמשיק מאלנק לרציוס אף מנפר
שיפועיהם שווה אז -1, אז השטוח ש האחר
הוא הופכי ולפיכך השטוח ש הטני.

$$\frac{3}{2} \cdot m_{\text{משיק}} = -1 \quad \text{צירק א}$$

$$m = \frac{-1}{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{3}{2} \xrightarrow{\text{הופכי}} \frac{2}{3} \xrightarrow{\text{צב}} -\frac{2}{3} \quad \text{צירק ב}$$

נמצא את משוואת המשיק ע"י הנקודה $A(4,6)$
והשטוח $-\frac{2}{3}$.



$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

משוואת היטת:

$$y - 6 = -\frac{2}{3}(x - 4)$$

$$m = -\frac{2}{3}$$

$$y - 6 = -\frac{2}{3}x + 2\frac{2}{3}$$

A(4, 6)

$$y = -\frac{2}{3}x + 2\frac{2}{3} + 6$$

$$y = -\frac{2}{3}x + 8\frac{2}{3}$$

משוואת היטת היא $y = -\frac{2}{3}x + 8\frac{2}{3}$ משוואת היטת:

3. נמצא תחילה את שיעורי הנקודה B.
B היא נקודת חיתוך הישר עם המסלול של ציר ה-x.
חכן $y = 0$

נציב $y = 0$ במשוואת היטת ונקודתנו

$$y = -\frac{2}{3}x + 8\frac{2}{3}$$

$$0 = -\frac{2}{3}x + 8\frac{2}{3}$$

$$\frac{2}{3}x = 8\frac{2}{3} \quad /: \frac{2}{3}$$

$$x = 13$$

נקודתנו: B(13, 0)



הנוסחה לחישוב שטח משולש היא:

$$S = \frac{\text{בסיס} \times \text{גובה}}{2}$$

ולכן שטח משולש ABM הוא

$$S = \frac{AM \times AB}{2}$$

AM הוא הביטוי המצוי ואילו AB סגור K

$$\sqrt{13} = 3.6055$$

$$d_{AB} = \sqrt{(4-13)^2 + (6-0)^2} = \sqrt{117} = 10.817$$

$A(4,6)$

$B(13,0)$

$$S_{\Delta ABM} = \frac{\sqrt{13} \cdot \sqrt{117}}{2} = 19.5$$

$$S_{\Delta ABM} = \frac{3.6055 \cdot 10.817}{2} = 19.5 \quad \text{לכ}$$

תשובה: שטח המשולש הוא 19.5



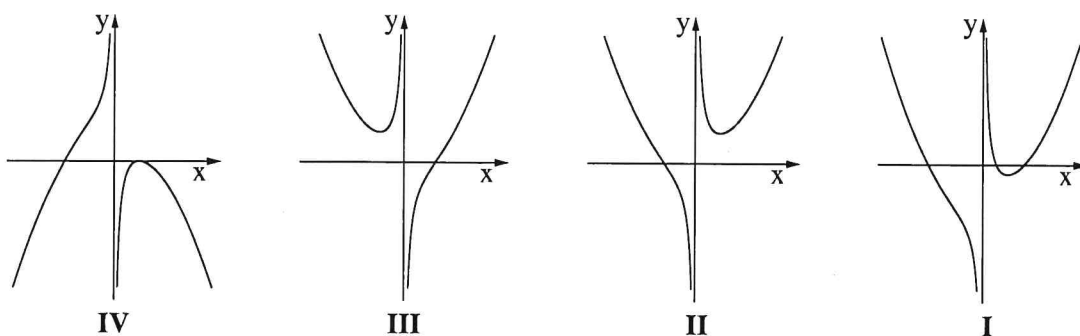
מתמטיקה, קיץ תש"ף, מס' 035382 + נספח

- 4 -

חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{5}{x} + 0.16x^2$.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מצא את האסימפטוטה של הפונקציה המאונכת לציר ה- x .
- ג. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגה.
- ד. איזה מן הגרפים I-IV שבסוף השאלה מתאר את גרף הפונקציה $f(x)$? נמק את תשובתך.
- ה. כמה נקודות חיתוך יש לגרף הפונקציה $f(x)$ ולישר $y = 5$? נמק את תשובתך.



א. $x \neq 0$

ב. $x = 0$

ג. כיוון אמצעון מקוצר קיצון משוואה
הינאציה 0-2

$$f(x) = \frac{5}{x} + 0.16x^2$$

$$f'(x) = -\frac{5}{x^2} + 0.32x$$

$$-\frac{5}{x^2} + 0.32x = 0 \quad / \cdot x^2$$

נמידע על פסיכומטרי
ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



$$-5 + 0.32x^3 = 0$$

$$0.32x^3 = 5 \quad /:0.32$$

$$x^3 = 15.625$$

$$x = \sqrt[3]{15.625}$$

$$x = 2.5$$

נציב $x=2.5$ בקווקציה ונקבל את שיעור ה- y של הנקודה:

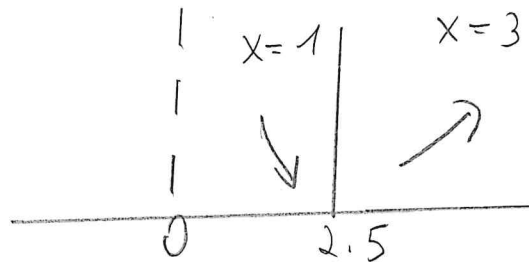
$$y = \frac{5}{x} + 0.16x^2$$

$$y = \frac{5}{2.5} + 0.16 \cdot 2.5^2$$

$$y = 3$$

הנקודה היא $(2.5, 3)$
נקודת האב הנקודה היא נקודת מינימום
או מקסימום קטנה שלט עלייה וירידה:





$$f'(x) = -\frac{5}{x^2} + 0.16x^2$$

$$f'(1) = -\frac{5}{1^2} + 0.16 \cdot 1^2 = -4.84$$

$$f'(3) = -\frac{5}{3^2} + 0.16 \cdot 3^2 = 0.88$$

הנקודה הטובה ביותר היא נקודת מינימום.

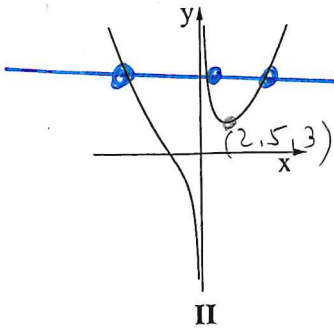
תשובה: מינימום (2.5, 3)

נקודת שנייה בקיצון (2.5, 3) היא נקודת מינימום. נקודה זו זכוכה חזונית בהקשר הכללי.

המשוואה של הנקודה II חסר
אילו II משוואה אחרת היו נקודות f(x).

תשובה: אילו II משוואה אחרת f(x)





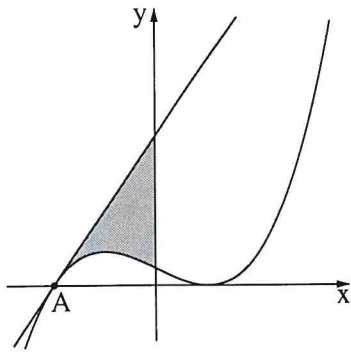
ב. נקודת המינימום של הפונקציה היא $(2.5, 3)$.
 היטוי $y=5$ נמצא מעל נקודת המינימום ולכן הוא חותך את שלושת הפונקציה ב-3 נקודות.

גטובה? | היטוי חותך את שלושת הפונקציה ב-3 נקודות.

למידע על פסיכומטרי
 ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
 אל תתפשר עליה.





5. בסרטוט שלפניך מתואר גרף הפונקציה $f(x) = x^3 - 3x + 2$.

$A(-2, 0)$ היא נקודה על גרף הפונקציה $f(x)$.

א. מצא את משוואת הישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה A .

ב. מצא את השטח ברביע השני, המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$,

על ידי ציר ה- y ועל ידי הישר שאת משוואתו מצאת בסעיף א

(השטח האפור בסרטוט).

א. נמצא את שינוי המשיק הנקודה $A(-2, 0)$

כדי למצוא שינוי $f'(x)$ משיק הנקודה $x = -2$, נציב $x = -2$ במשוואת $f'(x)$ הנקודה.

$$f(x) = x^3 - 3x + 2$$

$$f'(x) = 3x^2 - 3$$

$$f'(-2) = 3(-2)^2 - 3 = 9$$

נמצא את משוואת הישר המשיק הנקודה $A(-2, 0)$ והשינוי 9

$$m = 9$$

$$A(-2, 0)$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 0 = 9(x + 2)$$



$$y = 9x + 18$$

תשובה: מטאלג המטין היא $y = 9x + 18$

העגולה היא (סימל) המ: \int_{-2}^0

הפוט המוקצו:

$$(9x + 18) - (x^3 - 3x + 2) =$$

$$9x + 18 - x^3 + 3x - 2 = -x^3 + 12x + 16$$

ח'מ'ק הטסת:

$$\int_{-2}^0 (-x^3 + 12x + 16) dx = \left[-\frac{x^4}{4} + \frac{12x^2}{2} + 16x \right]_{-2}^0 =$$

$$(0) - \left(\frac{-1(-2)^4}{4} + \frac{12(-2)^2}{2} + 16(-2) \right) =$$

$$0 - (-12) = 12$$

$S = 12$

תשובה



מתמטיקה, קיץ תש"ף, מס' 035382 + נספח

- 5 -

6. הסכום של שלושה מספרים חיוביים הוא 15. המספר השני גדול פי 3 מן המספר הראשון. נסמן ב- x את המספר הראשון.
- א. הבע באמצעות x את המספר השני ואת המספר השלישי.
 ב. (1) מצא את הערך של x שעבורו מכפלת שלושת המספרים היא מקסימלית.
 (2) מצא את המכפלה המקסימלית של שלושת המספרים.

א. /

המספר הראשון x
 המספר השני גדול מהמספר הראשון פי 3
 ולכן המספר השני הוא $3x$
 השלישי יהיה באמצעות x את המספר השלישי.
 סכום שלושת המספרים הוא 15. נוריד
 מסכום 3 המספרים את המספר הראשון ואת
 המספר השני. נקבל:

$$15 - x - 3x = 15 - 4x$$

המספר הראשון הוא $2x$	המספר השלישי הוא $15 - 4x$
-----------------------	----------------------------

תשובה:

למידע על פסיכומטרי
 ביואל גבע ←

הזדמנות לעתודה יש פעם בחיים.
אל תתפשר עליה.



ב. (4) נכונות פונקציה המוגדרת או מכלול אחר
המסומן!

מכלול המסומן

$$f(x) = x \cdot 3x \cdot (15 - 4x) \quad \begin{array}{l} \text{מסני I} - x \\ \text{מסני II} - 3x \end{array}$$

$$f(x) = 3x^2 (15 - 4x) \quad \text{מסני III} - 15 - 4x$$

$$f(x) = 45x^2 - 12x^3$$

למצוא את נקודות המקסימום והמינימום:

$$f'(x) = 90x - 36x^2$$

$$90x - 36x^2 = 0$$

$$x(90 - 36x) = 0$$

$$\checkmark$$

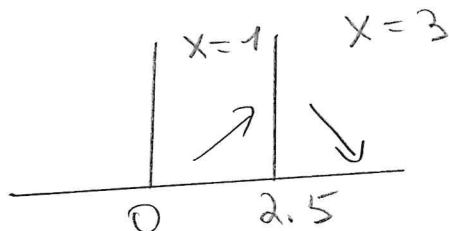
$$x = 0$$

$$\checkmark \quad \begin{array}{l} 90 - 36x = 0 \\ -36x = -90 \quad / -36 \\ x = 2.5 \end{array}$$



מכיוון שהמספרים הם חילוקים אז הכתיבון האטומי הוא $x=2.5$.

לכאורה שזעקנו צו מתקבל מקסימום בעזרת טבלה:



$$f'(x) = 90x - 36x^2$$

$$f'(1) = 90 \cdot 1 - 36 \cdot 1^2 = 54$$

$$f'(3) = 90 \cdot 3 - 36 \cdot 3^2 = -54$$

טבלה:

$$\boxed{x=2.5}$$

ת. (2) נביח מצטא אג המנפסה המקסימלית נצוק בנותק צפ

$$f(x) = 45x^2 - 12x^3$$

$$x=2.5$$

$$f(2.5) = 45 \cdot 2.5^2 - 12 \cdot 2.5^3 = 93.75$$

טבלה:

$$\boxed{93.75}$$

המנפסה המקסימלית היא

